Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной работе
_____ И.Н. Тимошина
«24» июня 2022 г.

СПЕЦИАЛЬНАЯ ДИСЦИПЛИНА В СООТВЕТСТВИИ С ТЕМОЙ ДИССЕРТАЦИИ НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ КАНДИДАТА НАУК

(название дисциплины)

Программа учебной дисциплины
по научной специальности
1.1.1 Математика и механика,

Составители: Столярова И.В., доцент кафедры высшей математики
Цыганов А.В., профессор кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол
от «25» 05 2022 г. № 5

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 02F7FB69521AAD2C283301E30D456A5F
Владелец: Тимошина Ирина Назимовна
Действителен: с 09.06.2023 до 01.09.2024

Ульяновск, 2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Специальная дисциплина в соответствии с темой диссертации на соискание ученой степени кандидата наук» составлена в соответствии с федеральными государственными требованиями к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре), условиями их реализации, срокам освоения этих программ с учетом различных форм обучения, образовательных технологий и особенностей отдельных категорий аспирантов (адъюнктов), утверждёнными приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 20 октября 2021 года № 951 (зарегистрировано в Минюсте России 23.11.2021 № 65943) и в соответствии с учебным планом.

Дисциплина «Специальная дисциплина в соответствии с темой диссертации на соискание ученой степени кандидата наук», согласно учебному плану программы подготовки научных и научно-педагогических кадров по научной специальности 1.1.1. Математика и механика, относится к образовательному компоненту и направлена в помощь исследователю на подготовку диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

Данная дисциплина способствует формированию у аспирантов базовых знаний, представлений о современных способах организации и презентации научной информации; знакомит обучающихся с методами познания; формирует познавательную самостоятельность.

2. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Цель дисциплины «Специальная дисциплина в соответствии с темой диссертации на соискание ученой степени кандидата наук» - ознакомление будущих научных работников и преподавателей математики с дополнительными (не входящими в программы педагогических университетов) разделами теории функций комплексной переменной, необходимыми при изучении различных разделов анализа и получении новых научных результатов в этой области.

Задачи освоения данной учебной дисциплины:

1) сформировать у аспирантов систему базовых понятий общей теории комплексных многообразий и их голоморфных отображений; углубить знание важнейших результатов теории функций комплексной переменной в сопоставлении их с соответствующими теоремами для функций действительной переменной; познакомить аспирантов с типичными для комплексного анализа принципами получения результатов и с возможностями их обобщения;

2) формировать умение проводить рассуждения, связанные с построением и исследованием римановых поверхностей многозначных функций комплексной переменной, с исследованием ветвей многозначных функций, с интегрированием по комплексным многообразиям, с интегральным определением многозначных функций, с оценками скорости роста функций, предельных значений функций на границе области и др.; совершенствовать умение применять аппарат комплексного анализа при решении задач различной природы;

3) развивать навыки использования геометрического языка в описании аналитических объектов, умение переводить утверждения с одного математического языка на другой;

4) подготовить аспирантов к восприятию результатов современных научных исследований в области комплексного и функционального анализа (монографий, статей в профильных научных журналах), к проведению собственных исследований и представлению их результатов.

В результате освоения курса программы аспирант как исследователь сможет:

знать:

- базовые результаты комплексного анализа вместе с их доказательствами

- важнейшие результаты теории аналитических функций и аналитического продолжения, основные принципы их получения, включая такие разделы, как теория конформных отображений комплексных областей, интегрирование функций одной комплексной переменной, ряды аналитических функций, классы аналитических функций (целые, рациональные, мероморфные, алгебраические), абстрактное понятие римановой поверхности и конструкцию аналитического продолжения функций, понятие ростка голоморфной функции, конструкции пространств функций, аналитических в круге или в полуплоскости
- связи основных результатов теории функций комплексной переменной с соответствующими результатами классического математического анализа, теории функций действительной переменной
- историю идей комплексного анализа; современные подходы к изложению базовых результатов комплексного анализа с использованием идей функционального анализа, абстрактной алгебры и топологии
- границы применимости классических результатов и методов и возможности их модификации в более общих ситуациях
- принципы применения комплексного анализа к различным вопросам функционального анализа (спектральная теория операторов, пространства аналитических функций и др.), к теории дифференциальных уравнений (обыкновенных и с частными производными), к проблемам других разделов математики и её приложений (ОР-6);**уметь:** коммуникативно и культурно приемлемо вести устные деловые разговоры в процессе профессионального взаимодействия на государственном и иностранном(ых) языках; использовать особенности образовательной среды учреждения для реализации взаимодействия субъектов; составлять (совместно с другими специалистами) планы взаимодействия участников образовательных отношений; использовать для организации взаимодействия приемы организаторской деятельности.

Уметь:

- решать типовые задачи комплексного анализа: находить особые точки аналитических функций, включая точки ветвления, исследовать их тип, вычислять интегралы по кривым в комплексной плоскости, в т.ч. с обходом особых точек; исследовать целые функции, определяя их порядок и тип; исследовать предельные значения функции на границе области; восстанавливать значения функции внутри области по ее значениям на границе области, строить конформные отображения заданных областей и др.
- самостоятельно осваивать методы решения типичных задач теории аналитических функций
- выделять генезис, логику возникновения основных идей комплексного анализа, их роль в построении теории аналитических функций и других разделов математики
- формулировать серии задач с целью обоснования и применения основных результатов комплексного анализа
- формулировать задачи исследовательского характера в области теории аналитических функций и римановых поверхностей
- объяснять некоторые результаты вещественного анализа на основе теории аналитических функций

владеть:

- языком и символикой комплексного анализа, связанной с ним терминологией общей топологии, абстрактной алгебры, функционального анализа
- приёмами построения логических схем учебного материал различных разделов анализа
- навыками чтения и понимания аутентичной математической литературы по тематике, связанной с комплексным анализом и его приложениями
- средствами пакетов компьютерной математики для визуализации комплексных многообразий и решения других задач представления данных

3. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины 72 часов – 2 зачетные единицы (6 часов – лекции, 12 часов –практические занятия), 54 часа самостоятельной работы.

Форма контроля – зачёт в 5 семестре, экзамен в 6 семестре.

№ п/п	Раздел дисциплины	Год обучения	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу аспирантов и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости, Формы промежуточной аттестации *(по итогам освоения дисциплины)*
			Лекции	Практические занятия (Лабораторные)	Самостоятельная работа	
1	Тема 1. Вещественный анализ	3	2	4	18	Логические схемы учебного материала (ментальная карта темы) Презентации по теме
2	Тема 2. Комплексный анализ		2	4	18	
3	Тема 3. Функциональный анализ		2	4	18	
	Всего часов: 36		**6**	**12**	**54**	Форма контроля: зачёт (5 семестр) экзамен (6 семестр)

Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины «Специальная дисциплина в соответствии с темой диссертации на соискание ученой степени кандидата наук»

<u>Вещественный анализ</u>

Меры, измеримые функции, интеграл. Аддитивные функции множеств (меры), счетная аддитивность мер. Конструкция лебеговского продолжения. Измеримые функции. Сходимость функций по мере и почти всюду. Теоремы Егорова и Лузина. Интеграл Лебега. Предельный переход под знаком интеграла. Сравнение интегралов Лебега и Римана. Прямые произведения мер. Теорема Фубини.

Неопределенный интеграл Лебега и теория дифференцирования. Дифференцируемость монотонной функции почти всюду. Функции с ограниченным изменением (вариацией). Производная неопределенного интеграла Лебега. Задача восстановления функции по ее производной. Абсолютно непрерывные функции. Теорема Радона–Никодима. Интеграл Стилтьеса.

Пространства суммируемых функций и ортогональные ряды. Неравенства Гельдера и Минковского. Пространства $\boldsymbol{L}_{\mathrm{p}}$, их полнота. Полные и замкнутые системы функций. Ортонормированные системы в $\boldsymbol{L}_2$ и равенство Парсеваля. Ряды по ортогональным системам; стремление к нулю коэффициентов Фурье суммируемой функции в случае равномерно ограниченной ортонормированной системы.

Тригонометрические ряды. Преобразование Фурье. Условие сходимости ряда Фурье. Представление функций сингулярнымы интегралами. Единственность разложения функции в тригонометрический ряд. Преобразование Фурье интегрируемых и квадратично

интегрируемых функций. Свойство единственности для преобразования Фурье. Теорема Планшереля. Преобразование Лапласа. Преобразование Фурье—Стилтьеса.

Гладкие многообразия и дифференциальные формы. Касательное пространство к многообразию в точке. Дифференциальные формы на многообразии. Внешний дифференциал. Интеграл от формы по многообразию. Формула Стокса. Основные интегральные формулы анализа.

Комплексный анализ

Интегральные представления аналитических функций. Интегральная теорема Коши и ее обращение (теорема Мореры). Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля. Лемма Шварца. Интеграл типа Коши, его предельные значения. Формулы Сохоцкого.

Ряды аналитических функций. Особые точки. Вычеты. Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций; теорема Вейерштрасса. Представление аналитических функций степенными рядами, неравенства Коши. Нули аналитических функций. Теорема единственности. Изолированные особые точки (однозначного характера). Теорема Коши о вычетах. Вычисление интегралов с помощью вычетов. Принцип аргумента. Теорема Руше. Приближение аналитических функций многочленами.

Целые и мероморфные функции. Рост целой функции. Порядок и тип. Теорема Вейерштрасса о целых функциях с заданными нулями; разложение целой функции в бесконечное произведение. Случай целых функций конечного порядка, теорема Адамара. Теорема Миттаг—Леффлера о мероморфных функциях с заданными полюсами и главными частями.

Конформные отображения. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями. Принцип сохранения области. Критерии однолистности. Теорема Римана. Теоремы о соответствии границ при конформных отображениях.

Аналитическое продолжение. Аналитическое продолжение и полная аналитическая функция (в смысле Вейерштрасса). Понятие римановой поверхности. Продолжение вдоль кривой. Теорема о монодромии. Изолированные особые точки аналитических функций, точки ветвления бесконечного порядка. Принцип симметрии. Формула Кристоффеля—Шварца. Модулярная функция. Нормальные семейства функций, критерий нормальности. Теорема Пикара.

Гармонические функции. Гармонические функции, их связь с аналитическими. Инвариантность гармоничности при конформной замене переменных. Бесконечная дифференцируемость. Теорема о среднем и принцип максимума. Теорема единственности. Задача Дирихле. Формула Пуассона для круга.

Функциональный анализ

Метрические и топологические пространства. Сходимость последовательностей в метрических пространствах. Полнота и пополнение метрических пространств. Сепарабельность. Принцип сжимающих отображений. Компактность множеств в метрических и топологических пространствах.

Нормированные и топологические линейные пространства. Линейные пространства. Выпуклые множества и выпуклые функционалы, теорема Банаха–Хана. Отделимость выпуклых множеств. Нормированные пространства. Критерии компактности множеств в пространствах C и Lp. Евклидовы пространства. Топологические линейные пространства.

Линейные функционалы и линейные операторы в банаховых пространствах. Непрерывные линейные функционалы. Общий вид линейных ограниченных функционалов на основных функциональных пространствах. Сопряженное пространство. Слабая топология и слабая сходимость. Линейные операторы и сопряженные к ним. Пространство линейных

ограниченных операторов. Спектр и резольвента. Компактные (вполне непрерывные) операторы. Теоремы Фредгольма.

Основные принципы функционального анализа в банаховых пространствах. Теорема Банаха-Штейнгауза (принцип равномерной ограниченности). Теорема Банаха об обратном операторе и принцип открытых отображений. Замкнутые операторы. Теорема о замкнутом графике. Замыкание линейного оператора.

Банаховы алгебры. Банахова алгебра с единицей. Обратимые элементы, группа обратимых элементов как открытое множество. Идемпотенты. Разложение элементов в ряды. Резольвента и резольвентное множество элемента банаховой алгебры. Спектр элемента, преобразование спектра при полиномиальных отображениях. Аналитические функции (комплексной переменной) со значениями в банаховой алгебре. Непустота спектра элемента в банаховой алгебре с единицей. Алгебра функций, аналитических в окрестности спектра, интеграл Данфорда. Разложение функций в степенные ряды. Спектральный радиус элемента. Спектральное разложение. Применение к алгебрам ограниченных линейных операторов в банаховом пространстве. Применение к интегральным операторам и теории линейных интегральных уравнений.

Гильбертовы пространства и линейные операторы в них. Изоморфизм сепарабельных бесконечномерных гильбертовых пространств. Спектральная теория ограниченных операторов в гильбертовых пространствах. Функциональное исчисление для самосопряженных операторов и спектральная теорема. Диагонализация компактных самосопряженных операторов.

Спектральная теория неограниченных операторов в гильбертовом пространстве. Симметрические и изометрические операторы, преобразование Кэли. Нормальные операторы. Классификация точек спектра линейного оператора в гильбертовом пространстве, поле регулярности, спектры симметрических и изометрических операторов. Индексы дефекта симметрического (изометрического) оператора, максимальные симметрические (изометрические) операторы, расширения операторов в исходном гильбертовом пространстве и с выходом из исходного пространства. Ортопроекторы и проекторы. Обобщенные резольвенты и обобщенные спектральные функции симметрического оператора. Квазисамосопряженные расширения, семейства расширений, зависящие от спектрального параметра, формула для обобщенных резольвент. Характеристические функции изометрических и симметрических операторов. Применение к дифференциальным операторам. Применение к разностным операторам. Классическая степенная проблема моментов и ее решение.

Дифференциальное исчисление операторов в банаховых пространствах. Дифференцирование в банаховых пространствах. Сильный и слабый дифференциалы. Производные и дифференциалы высших порядков. Экстремальные задачи для дифференцируемых функционалов. Метод Ньютона.

Обобщенные функции. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Дифференцирование, прямое произведение и свертка обобщенных функций. Обобщенные функции медленного роста; их преобразование Фурье. Преобразование Лапласа обобщенных функций (операционное исчисление). Структура обобщенных функций с компактным носителем.

Элементы выпуклого функционального анализа. Выпуклые функционалы и монотонные операторы. Достаточные условия существования экстремума выпуклого функционала. Теорема Крейна-Мильмана. Теорема Стоуна-Вейерштрасса. Применение к задачам наилучшего приближения.

4. Образовательные технологии

В процессе реализации учебной работы аспирантов по освоению дисциплины «Специальная дисциплина в соответствии с темой диссертации на соискание ученой степени кандидата наук» используются современные образовательные технологии:

- информационно-коммуникационные технологии;
- кейс-технологии;
- дискуссионные методы;
- мини-сообщение.

Успешное освоение учебного материала дисциплины предполагает самостоятельную работу аспирантов и руководство этой работой со стороны преподавателя.

Программа дисциплины предусматривает использование в учебном процессе аудиторного практикума в сочетании с внеаудиторной тренировочной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков научного рецензирования.

В учебном процессе применяются интерактивные формы обучения, связанные с возможностями групповой работы на практических занятиях, образовательного взаимодействия на основе диалога и сотрудничества, организации рефлексивной работы, тренажёрной работы аспирантов.

Использование данных образовательных технологий, интерактивных форм и методов обучения направлено на достижение ряда образовательных целей:

- стимулирование мотивации и интереса презентации научной информации;
- стимулирование мотивации к качественному завершению и оформлению диссертационного исследования с позиций требований презентации научной информации;
- развитие аналитических навыков, критичности мышления, навыков взаимодействия, профессиональной научно-исследовательской коммуникации в практическом овладении практикой презентации научной информации.

Реализация программы осуществляется в формах: очной и дистанционной, с применением информационных технологий и электронных, цифровых средств.

5. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы аспирантов по дисциплине

Общий объем самостоятельной работы аспирантов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу обучающихся в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения практических заданий по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой заданий.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения индивидуальных работ – подготовки устрой презентации публичного выступления по теме научного исследования.

Самостоятельная работа аспирантов по дисциплине имеет основную цель – обеспечить качественную подготовку исследователей как выпускаемых специалистов к завершению и итоговому оформлению диссертационного исследования.

К самостоятельной работе относятся:

- самостоятельная работа аспиранта на аудиторных занятиях (практических занятиях);
- внеаудиторная самостоятельная работа.

В процессе обучения предусмотрены следующие виды самостоятельной работы обучающегося:

- работа с источниками и ключевыми выписками по темам;
- аналитическая работа с образцами презентации научной информации;
- изучение обязательной и дополнительной литературы;
- подготовка к текущему и промежуточному контролю знаний;
- выполнение предлагаемых заданий в качестве оценочных средств.

В целях фиксации результатов самостоятельной работы аспирантов по дисциплине проводится аттестация самостоятельной работы. Контроль результатов самостоятельной работы осуществляется преподавателем в течение всего семестра.

В процессе освоения дисциплины в качестве контроля могут быть использованы следующие формы самостоятельной работы как оценочные средства:

- дискуссионная работа,

- решение кейса,
- тестовый контроль,
- мини-сообщение,
- разработка мультимедийной презентации

Преподаватель при изучении дисциплины организует самостоятельную работу аспиранта в соответствии с рекомендуемым рабочим учебным планом и графиком. Аспирант выполняет объем самостоятельной работы, предусмотренный рабочим учебным планом, максимально используя возможности своего личного и научного потенциала для освоения образовательной программы в целом. Самостоятельная работа аспирантов может носить характер: репродуктивный, частично-поисковый, поисково-исследовательский.

Для анализа организации своей самостоятельной работы аспиранту рекомендуется использовать варианты рефлексивного и критического осмысления результативности и продуктивности своей самостоятельной работы.

Во время самостоятельной подготовки аспиранты обеспечены доступом к базам данных и библиотечным фондам, а также доступом к сети Интернет.

6. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

В процессе оценивания образовательных результатов аспирантов используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля и аттестации.

Цель проведения аттестации – диагностика знаний, умений, навыков современных способов презентации научной информации, предусмотренных для усвоения в рамках данной образовательной программы дисциплины.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины, направлена на диагностику усвоенных крупных совокупностей знаний и умений, а также начального опыта презентации научной информации; проводится в форме зачёта.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: дискуссия; тренажёрная работа: с оценкой методологических аспектов презентации информации; работа с кейсом; мини-сообщение: рефлексивный анализ.

Контроль усвоения материала осуществляется регулярно в течение обучения дисциплине на практических занятиях.

ОС-1: Логическая схема учебного материала (ментальная карта темы)

Задание: Разработать представление содержания материала тем «Аналитические функции и ряды аналитических функций. Особые точки однозначного характера», «Целые функции. Мероморфные функции» в виде ментальной карты с помощью одного из сервисов создания ментальных карт. Отразить в схеме внутренние связи учебного материала, а также его связи с иными разделами вещественного и комплексного анализа. К отдельным точкам карты прикрепить текстовые документы, содержащие доказательства важнейших результатов, при необходимости – примеры решения типовых задач.

Ментальная карта представляется в электронном виде и хранится в портфолио аспиранта.

ОС-2: Презентация по теме «Конформные отображения»

Задание: Разработать презентацию с помощью выбранных программных средств, отразив в ней основное содержание темы. Презентация должна содержать как описание общих свойств конформных отображений (принцип сохранения области, принцип соответствия границ и др.), так и основные этапы их доказательств, а также примеры построения отображений заданных областей с иллюстрациями.

Презентация представляется в электронном виде и хранится в портфолио аспиранта.

ОС-3: Презентация по теме «Аналитическое продолжение. Римановы поверхности»

Задание: Разработать презентацию с помощью выбранных программных средств, отразив в ней основное содержание темы. Презентация должна содержать как определение аналитического продолжения вдоль кривой, вдоль цепи, полной аналитической функции,

римановой поверхности аналитической функции в общем случае, так и примеры римановых поверхностей конкретных функций, а также формулировки и идеи доказательств основных результатов теории аналитического продолжения. Изображения римановых поверхностей должны быть построены с использованием компьютерных сред.
Презентация представляется в электронном виде и хранится в портфолио аспиранта.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-3 Зачет в форме устного собеседования

Перечень примерных вопросов к зачету и экзамену

1. 1. Аддитивные функции множеств (меры), счетная аддитивность мер. Конструкция лебеговского продолжения.
2. Измеримые функции. Сходимость функций по мере и почти всюду. Теоремы Егорова и Лузина.
3. Интеграл Лебега. Предельный переход под знаком интеграла. Сравнение интегралов Лебега и Римана.
4. Прямые произведения мер. Теорема Фубини.
5. Дифференцируемость монотонной функции почти всюду. Функции с ограниченным изменением.
6. Производная неопределенного интеграла Лебега. Задача восстановления функции по ее производной. Абсолютно непрерывные функции. Теорема Радона–Никодима.
7. Интеграл Стилтьеса.
8. Неравенства Гельдера и Минковского. Пространства $\boldsymbol{L}_{\mathrm{p}}$, их полнота.
9. Полные и замкнутые системы функций. Ортонормированные системы в $\boldsymbol{L}_2$ и равенство Парсеваля.
10. Ряды по ортогональным системам; стремление к нулю коэффициентов Фурье суммируемой функции в случае равномерно ограниченной ортонормированной системы.
11. Условие сходимости ряда Фурье. Единственность разложения функции в тригонометрический ряд. Представление функций сингулярными интегралами.
12. Преобразование Фурье интегрируемых и квадратично интегрируемых функций. Свойство единственности для преобразования Фурье. Теорема Планшереля.
13. Преобразование Лапласа.
14. Преобразование Фурье—Стилтьеса.
15. Гладкие многообразия. Касательное пространство к многообразию в точке.
16. Дифференциальные формы на многообразии. Внешний дифференциал.
17. Интеграл от формы по многообразию. Формула Стокса. Основные интегральные формулы анализа.
18. Интегральная теорема Коши и ее обращение (теорема Мореры).
19. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля. Лемма Шварца.
20. Интеграл типа Коши, его предельные значения. Формулы Сохоцкого.
21. Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций; теорема Вейерштрасса. Представление аналитических функций степенными рядами, неравенства Коши.
22. Нули аналитических функций. Теорема единственности.
23. Изолированные особые точки (однозначного характера). Теорема Коши о вычетах. Вычисление интегралов с помощью вычетов.
24. Принцип аргумента. Теорема Руше.
25. Приближение аналитических функций многочленами.
26. Целые функции. Порядок и тип целой функции.
27. Теорема Вейерштрасса о целых функциях с заданными нулями; разложение целой функции в бесконечное произведение.

28. Целые функций конечного порядка, теорема Адамара.
29. Мероморфные функции, теорема Миттаг—Леффлера о мероморфных функциях с заданными полюсами и главными частями.
30. Конформные отображения первого и второго рода. Голоморфные функции как конформные отображения областей. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения и диффеоморфизмы.
31. Принцип сохранения области при конформном отображении. Теорема об открытом отображении. Голоморфность функции, обратной к голоморфной инъективной функции.
32. Критерии однолистности функции комплексной переменной. Теорема Римана. Принцип соответствия границ при конформных отображениях.
33. Понятие аналитического продолжения вдоль кривой. Росток голоморфной функции в точке. Аналитическое продолжение. Полная аналитическая функция в смысле Вейерштрасса.
34. Понятие римановой поверхности аналитической функции. Примеры.
35. Теорема о монодромии.
36. Точки ветвления аналитических функций, порядок (индекс) точки ветвления, точки ветвления бесконечного порядка. Степень отображения.
37. Принцип симметрии. Формула Кристоффеля—Шварца.
38. Модулярная группа. Модулярная функция.
39. Нормальные семейства голоморфных функций в области, в точке. Критерий нормальности семейства голоморфных функций (теорема Монтеля). Теорема Пикара.
40. Сходимость последовательностей в метрических пространствах. Полнота и пополнение метрических пространств. Сепарабельность. Принцип сжимающих отображений.
41. Компактность множеств в метрических и топологических пространствах. Критерии компактности множеств в пространствах C и Lp.
42. Линейные пространства. Выпуклые множества и выпуклые функционалы, теорема Банаха–Хана. Отделимость выпуклых множеств. Топологические линейные пространства. Нормированные пространства.
43. Непрерывные линейные функционалы. Общий вид линейных ограниченных функционалов на основных функциональных пространствах. Сопряженное пространство. Слабая топология и слабая сходимость.
44. Линейные операторы и сопряженные к ним. Пространство линейных ограниченных операторов.
45. Спектр и резольвента.
46. Компактные (вполне непрерывные) операторы. Теоремы Фредгольма.
47. Изоморфизм сепарабельных бесконечномерных гильбертовых пространств.
48. Спектральная теория ограниченных операторов в гильбертовых пространствах.
49. Функциональное исчисление для самосопряженных операторов и спектральная теорема. Диагонализация компактных самосопряженных операторов.
50. Неограниченные операторы в бесконечномерных гильбертовых пространствах.
51. Дифференцирование в банаховых пространствах. Сильный и слабый дифференциалы. Производные и дифференциалы высших порядков.
52. Экстремальные задачи для дифференцируемых функционалов. Метод Ньютона.
53. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Дифференцирование, прямое произведение и свертка обобщенных функций.
54. Обобщенные функции медленного роста; их преобразование Фурье.
55. Преобразование Лапласа обобщенных функций (операционное исчисление).
56. Структура обобщенных функций с компактным носителем.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценки промежуточной аттестации аспирантов по дисциплине «Специальная дисциплина в соответствии с темой диссертации на соискание ученой степени кандидата наук»

Зачтено, оценка	Критерии оценивания устного ответа
Зачтено,	– аспирант излагает знания: свободно, осмысленно, в систематизированном виде: – выделяет главные смыслы в изученном материале: – не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала; – свободно и осознанно отвечает на вопросы любой сложности; – приводит уместно примеры в ответе.
Не зачтено,	– аспирант показывает частичные знания и представления об изучаемом материале; – с трудом отвечает навопросы простые и уточняющие преподавателя; – не отвечает на вопросы, заданные по существу изученного материала.

Оценка	Описание критериев оценки экзамена
оценка «отлично»	выставляется за ответ, продемонстрировавший глубокое знание теоретического содержания программы экзамена, умение творчески решать предложенные практические задания, способность четко и аргументировано отвечать на дополнительные вопросы
оценка «хорошо»	выставляется за ответ, продемонстрировавший знание основного содержания программы экзамена, способность применить имеющиеся знания к решению задачи при не всегда четких и логичных ответах на дополнительные вопросы.
оценка «удовлетворительно»	выставляется за ответ, продемонстрировавший отсутствие знаний по одному из вопросов экзаменационного билета (при хорошем ответе на оставшиеся вопросы, в том числе на дополнительные) или неглубокие знания всех вопросов, а также существенные затруднения при ответе на дополнительные вопросы.
оценка «неудовлетворительно»	выставляется за ответ, продемонстрировавший отсутствие знаний основного содержания программы экзамена при ответе на вопросы билета.

7. Методические указания для аспирантов по освоению дисциплины

Успешное изучение дисциплины требует от аспирантов регулярной и активной работы на практических занятиях, выполнения предлагаемых учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

При подготовке к практическим занятиям аспирант изучает теоретический материал по теме занятия.

В начале практического занятия преподаватель знакомит аспирантов с темой, с планом проведения занятия, предлагает задания для выполнения. В течение отведенного времени на выполнение работы аспирант может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями.

Далее на занятии аспиранты презентуют выполненные задания, отвечают на вопросы преподавателя и других аспирантов. Выполненные практические задания оцениваются преподавателем и аспирантами, оценки фиксируются в журнале.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Быкова, О.Н. Теория функций действительного переменного : Учебное пособие. - Москва ; Москва : ООО "КУРС" : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2016. - 196 с. - URL: http://znanium.com/go.php?id=543159
2. Свешников, А. Г. Теория функций комплексной переменной : учебник / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов. – 6-е изд., стер. – Москва : Физматлит, 2010. – 334 с. – (Курс высшей математики и математической физики). – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=75710
3. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учебник : [16+] / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – 7-е изд. – Москва : Физматлит, 2012. – 573 с. – (Классический университетский учебник). – Режим доступа: по подписке. URL:https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563
4. Пирковский А.Ю. Спектральная теория и функциональные исчисления для линейных операторов. – М.: МЦНМО, 2010. – 176 с. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63175.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Карасев, И. П. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие / И. П. Карасев. – Москва : Физматлит, 2008. – 215 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=681392.
2. Асташова, И. В. Функциональный анализ : учебно-методический комплекс / И.В. Асташова; В.А. Никишкин. - 3-е изд., испр. и доп. - Москва : Евразийский открытый институт, 2011. - 110 с. - ISBN 978-5-374-00486-1. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90883.
3. Треногин, В. А. Функциональный анализ : учебник / В. А. Треногин. – 3-е изд., испр. – Москва : Физматлит, 2002. – 488 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82613
4. Гельфанд И.М. Обобщенные функции и действия над ними / И.М. Гельфанд; Г.Е. Шилов. - Изд. 2-е. - Москва : Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. - 473 с. - (Обобщенные функции. Вып. 1). URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459735.
5. Халмош П. Гильбертово пространство в задачах. М.: Мир, 1970. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459737

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Образовательный процесс обеспечивается достаточным аудиторным фондом, оснащенным необходимым учебным оборудованием.

Для поведения занятий могут быть использованы аудитории; специализированные аудитории (оснащенные аудиовизуальными и мультимедийными средствами), включая малые аудитории, специализированные малые аудитории (методический кабинет, технически оснащенные аудитории), компьютерные классы.

Образовательный процесс обеспечивается достаточной информационно-библиографической базой, современными техническими средствами, информационными и коммуникационными технологиями.

В процессе проведения учебных занятий могут быть использованы мультимедийные технологии, аудиоаппаратура, видеоаппаратура, телеаппаратура.

Для подготовки к учебным занятиям используются университетский библиотечный фонд, современные информационные и коммуникационные технологии (Интернет), возможности ЭБС.