Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 0233C9D60038B01A9E48C1A3FBB4A9D9F6
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 07.07.2023 до 28.04.2038

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе С.Н. Титов

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Программа учебной дисциплины Предметно-методического модуля по профилю «Физика»

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Физика. Математика

(очная форма обучения)

Составитель:
Сибирева А.Р., к.ф.-м.н, доцент, доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от 26 мая 2023 г. № 5.

Ульяновск, 2023

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Высшая математика» относится к дисциплинам Блока 1. Дисциплины (модули), Б1.О Обязательная часть, Б1.О.07 Предметно-методического модуля по профилю «Физика» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Физика.Математика», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса «Алгебра и начала математического анализа» или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования. Изучение дисциплины взаимосвязано с рядом дисциплин учебного плана: («Алгебра», «Геометрия», «Числовые системы» и др.), а также иными математическими дисциплинами базовой и вариативной частей программы. Курс высшей математики является предшествующим для дисциплин: «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика»; для ряда разделов алгебры (например, теории многочленов) и геометрии (например, дифференциальной геометрии) и др.

Результаты изучения дисциплины являются основой для прохождения практик: Педагогическая практика, Научно-исследовательская работа.

Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Математическая составляющая является одной из важнейших при подготовке бакалавра по профилю «Физика». Математика служит средством решения прикладных задач, а также является элементом общей культуры и универсальным языком науки.

Основной **целью** курса является формирование математической культуры студентов, представлений об универсальном математическом языке науки, формирование компетенций в соответствии с требованиями ФГОС ВО, овладение современным аппаратом математики для изучения смежных естественнонаучных дисциплин, дисциплин профессионального цикла и приложений.

Задачи дисциплины связаны с формированием общекультурных и профессиональных компетенций и включают формирование логической и алгоритмической культуры, системных знаний по базовым разделам современной математики, представлений о структуре математического знания в целом.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Высшая математика» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение. УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности. УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений	ОР-1. Знает актуальные проблемы и тенденции современного развития высшей математики	ОР-2 актуальные проблемы и тенденции современного развития высшей математики	ОР-3 Владеет высокой общей математической культурой, включающей в себя логическое и алгоритмическое мышление, математическую интуицию, культуру вычислений и преобразований
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач. ПК-1.1. Знает	ОР-4. Знает роль и место математики в общей картине научного знания; ОР-5. Знает свойства и признаки основных понятий и объектов, фундаментальные понятия и законы высшей математики, методы их	ОР-6 Умеет использовать теоремы и формулы при решении задач и доказательстве математических фактов; осуществлять поиск наиболее рационального решения;	ОР-8 владеет методами доказательства утверждений и основными методами решения задач высшей математики, современным аппаратом математики для решения

структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО. ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.	доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания	ОР-7 Умеет работать с научной, научно-популярной и справочной литературой, а также получать информацию из сети «Интернет» и оценивать её научную достоверность	прикладных задач

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия								Форма итоговой аттестации
	Всего		Лекции, час	Лабораторные занятия, час	В т.ч. практическая	Практические занятия, час	В т.ч. практическая	Самостоятельная работа, час	
	Трудоемкость								
	Зачет. ед.	Часы							
1	3	108	18	-	-	30	-	33	экзамен 27
2	3	108	18	-	-	30	-	33	экзамен 27
3	3	108	18	-	-	30	-	33	экзамен 27
Итого	9	324	54	-		90		99	81

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1.Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ п/п	Наименование разделов и тем (с разбивкой на модули)	Количество часов по формам организации обучения			
		Лекционные занятия	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа
1-й семестр (3 ЗЕ)					
1.	Ведение в анализ	8	-	14	15
2.	Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной	10	-	16	18
Итого за 1-й семестр		**18**	**-**	**30**	**33**
2-й семестр (3 ЗЕ)					
3.	Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной (исследование функций)	8		10	16
4.	Интегральное исчисление функций одной действительной переменной (методы интегрирования).	10		20	17
Итого за 3-й семестр		**18**	**-**	**30**	**33**
3-й семестр (3 ЗЕ)					
5.	Приложения определенного интеграла. Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений	8		10	15
6.	Теория рядов	10	-	20	18
Итого за 4-й семестр		**18**	**-**	**30**	**33**
Всего		**54**	**-**	**90**	**324**

3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Введение в анализ

Числовые множества. Действительные числа. Ограниченные числовые множества. Окрестность точки. Функция. Способы задания функций. Основные элементарные функции. Числовые последовательности. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Свойства бесконечно малых. Арифметические операции над пределами. Предельный переход в неравенствах. Предел монотонной числовой последовательности. Число *е*. Подпоследовательности. Теорема Больцано–Вейерштрасса. Предел функции в точке и на бесконечности (различные определения, примеры, иллюстрации). Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства бесконечно малых. Теорема о связи предела функции и бесконечно малой функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции. Непрерывность функции в точке (примеры, иллюстрации).

Односторонние пределы. Точки разрыва функции. Их классификация. Непрерывность функции на множестве. Свойства непрерывных функций.

Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной

Определение производной функции одной действительной переменной. Дифференцируемость функции. Правила дифференцирования. Вычисление производных основных элементарных функций. Дифференцирование сложных функции. Производная обратных функций. Дифференцирование параметрически и неявно заданных функций. Дифференциал и его применение. Производные и дифференциалы высших порядков. Касательная прямая. Геометрический смысл производной и дифференциала. Физический смысл производной. Основные теоремы дифференциального исчисления. Многочлен и формула Тейлора. Правило Лопиталя. Исследование функций с помощью производных (монотонность, признаки монотонности). Исследование функций с помощью производных (экстремумы функции, необходимое условие экстремума и достаточное условие экстремума). Исследование функций с помощью производных (выпуклость функции, точки перегиба). План построения графика функции. Асимптоты. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Интегральное исчисление функций одной действительной переменной. Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений

Первообразная функция и неопределенный интеграл. Свойства первообразных и неопределенных интегралов. Таблица интегралов. Основные методы интегрирования (непосредственное, метод замены переменной). Основные методы интегрирования (интегрирование по частям). Интегрирование простейших правильных рациональных функций. Общее правило интегрирования рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование некоторых видов иррациональностей. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл (интеграл Римана). Его геометрический смысл. Основные свойства определенного интеграла. Классы интегрируемых функций. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона–Лейбница. Интегрирование методом подстановки, методом интегрирования по частям. Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах. Несобственные интегралы (1 и 2 рода). Геометрические приложения определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции, площадь криволинейного сектора. Длина дуги плоской кривой. Вычисление объема тел по известным площадям параллельных сечений. Объем и площадь поверхности тела вращения. Приложения определенного интеграла в физике.

Теория рядов

Числовые ряды. Свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд. Знакопостоянные ряды. Общий признак сходимости положительных рядов. Признаки сравнения. Ряды с неотрицательными членами. Признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Свойства абсолютно сходящихся числовых рядов. Функциональные последовательности и ряды. Сумма функционального ряда Область сходимости. Равномерная сходимость функциональных рядов. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости

степенного ряда. Свойства степенных рядов. Формула и ряд Тейлора. Теоремы о сходимости ряда Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена. Некоторые приложения степенных рядов.

Периодические функции Гармонические колебания. Тригонометрические многочлены. Тригонометрические ряды. Ортогональные системы функций. Ортогональность тригонометрической системы функций на отрезке $[-\pi;\ \pi]$. Ряд Фурье функции, определенной на отрезке $[-\pi;\ \pi]$, достаточные условия его сходимости к своей функции (теорема Дирихле). Ряды Фурье четных и нечетных функций. Разложение функции, определенной на отрезке $[0;\ \pi]$, в ряд по синусам, в ряд по косинусам. Ряды Фурье на произвольном отрезке. Ряд Фурье в комплексной форме. Интеграл Фурье. Обобщенные функции на примере дельта-функции.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовки к устным докладам;
- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение групповых интерактивных заданий.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Волкова Н.А., Столярова И.В., Фолиадова Е.В. История математики: учебно-методические рекомендации. –Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова. 2017 – 39 с.
2. Коноплева И.В., Сибирева А.Р. Исследование функций: методические указания. – 2е изд. испр. –Ульяновск: УлГТУ, 2013. –32 с. – 2017 [Электронный].
3. Коноплева И.В., Сибирева А.Р. Пределы и непрерывность: Методические указания. - Ульяновск: УлГТУ, 2004. - 34 с. – 2017 [Электронный].
4. Математический анализ. Введение в анализ: учебно-методическое пособие для студентов направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование», профили «Математика. Информатика», «Математика. Иностранный язык», «Физика. Математика» и 44.03.01 «Педагогическое образование» профиль «Математика». Квалификация (степень) выпускника: бакалавр. Макеева О.В. – Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова, 2017. – 49 с.
5. Распутько Т. Б., Сибирева А.Р. Функции нескольких переменных: методические указания. –Ульяновск: УлГТУ, 2004. – 32 с. – 2017 [Электронный].
6. Распутько Т.Б., Сибирева А.Р. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. УлГТУ, Ульяновск, 2001. –36 с. – 2017 [Электронный].
7. Сибирева А.Р., Распутько Т.Б. Методы интегрирования. методические указания для самостоятельной работы студентов. Изд. 2-е. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – 40 с. – 2017 [Электронный].
8. Сибирева А.Р., Ригер Т.В. Кратные интегралы. Методические указания к типовому расчету по высшей математике. –Ульяновск: УлГТУ, 1997. – 32 с. – 2017 [Электронный].
9. Сибирева А.Р., Савинов Н.В. Качественные задачи и контрпримеры на тему «Пределы». Методические указания. – Ульяновск: УлГТУ, 2001. – 32 с. –2017 [Электронный].

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	ОС-1. Контрольная работа ОС-2. Контрольная работа ОС-3. Кейс-задачи ОС-4. Примерный перечень тем докладов и рефератов ОС-5. Контрольная работа. ОС-6. Контрольная работа. ОС-7. Примерный перечень тем докладов и рефератов ОС-8. Контрольная работа ОС-9 Тест	ОР-1. Знает актуальные проблемы и тенденции современного развития высшей математики ОР-2 актуальные проблемы и тенденции современного развития высшей математики ОР-3 Владеет высокой общей математической культурой, включающей в себя логическое и алгоритмическое мышление, математическую интуицию, культуру вычислений и преобразований ОР-4. Знает роль и место математики в общей картине научного знания; ОР-5. Знает свойства и признаки основных понятий и объектов, фундаментальные понятия и законы высшей математики, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания ОР-6 Умеет использовать теоремы и формулы при решении задач и доказательстве математических фактов;осуществлять поиск наиболее рационального решения; ОР-7 Умеет работать с научной, научно-популярной и справочной литературой, а также получать информацию из сети «Интернет» и оценивать её научную достоверность ОР-8 владеет методами доказательства утверждений и основными методами решения задач высшей математики, современным аппаратом математики для решения прикладных задач
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** 1,2,3 семестры - экзамен в форме устного собеседования ОС-10. Экзамен (1 семестр) ОС-11.Экзамен (2 семестр) ОС-12.Экзамен (3 семестр)	

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения

компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине:

ОС-1. Контрольная работа по теме «Пределы»
ОС-2. Контрольная работа по теме «Дифференцирование функции одной переменной»
ОС-3. Кейс-задачи «Исследование функций»
ОС-4. Примерный перечень тем докладов и рефератов
ОС-5. Контрольная работа по теме «Интегрирование функции одной переменной»
ОС-6 . Контрольная работа «Приложения определенного интеграла»
ОС-7. Примерный перечень тем докладов и рефератов
ОС -8. Контрольная работа по теме «Ряды»
ОС-9 Тест для проверки остаточных знаний

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

ОС-10.Экзамен.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Числовые множества.Действительные числа.
2. Ограниченные числовые множества. Окрестность точки.
3. Функция. Способы задания функций.
4. Основные элементарные функции.
5. Числовые последовательности.
6. Предел последовательности.
7. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Свойства бесконечно малых.
8. Арифметические операции над пределами.
9. Предельный переход в неравенствах.
10. Предел монотонной числовой последовательности.
11. Число *e*.
12. Подпоследовательности. Теорема Больцано–Вейерштрасса.
13. Предел функции в точке (различные определения, примеры, иллюстрации).
14. Предел функции на бесконечности (различные определения, примеры, иллюстрации).
15. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства бесконечно малых. Теорема о связи предела функции и бесконечно малой функции.
16. Основные теоремы о пределах функции.
17. Первый замечательный предел.
18. Второй замечательный предел.
19. Сравнение бесконечно малых функций.
20. Эквивалентные бесконечно малые функции.
21. Непрерывность функции в точке (примеры, иллюстрации).
22. Односторонние пределы. Точки разрыва функции. Их классификация.
23. Непрерывность функции на множестве. Свойства непрерывных функций.
24. Определение производной функции одной действительной переменной. Физический смысл производной.
25. Дифференцируемость функции. Взаимосвязь непрерывности и дифференцируемости.
26. Правила дифференцирования.
27. Вычисление производных основных элементарных функций.

28. Дифференцирование сложных функции. Производная обратных функций.
29. Дифференцирование параметрически и неявно заданных функций.
30. Дифференциал и его применение.
31. Производные и дифференциалы высших порядков.
32. Касательная прямая. Геометрический смысл производной и дифференциала.
33. Основные теоремы дифференциального исчисления.
34. Многочлен и формула Тейлора.
35. Правило Лопиталя.

Примерные практические задания к экзамену

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{7^{3x}-5^{-2x}}{arcsin4x}$.

2. Найти производные 1-го и 2-го порядка от функции, заданной параметрически $x = 3\arccos\ t,\quad y = 2\sqrt{1-t^2}$.

3. Найти асимптоты и построить график функции $y = \left(x^2+1\right)/\sqrt{4x^2-3}$.

ОС-11. Экзамен

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Исследование функций с помощью производных (монотонность, признаки монотонности).
2. Исследование функций с помощью производных (экстремумы функции, необходимое условие экстремума и достаточное условие экстремума).
3. Достаточные условия экстремума в терминах производных высших порядков.
4. Исследование функций с помощью производных (выпуклость функции, точки перегиба). План построения графика функции.
5. Асимптоты.
6. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
7. Первообразная функция и неопределенный интеграл.
8. Свойства первообразных и неопределенных интегралов.
9. Таблица интегралов.
10. Основные методы интегрирования (непосредственное, метод замены переменной).
11. Основные методы интегрирования (интегрирование по частям).
12. Интегрирование простейших правильных рациональных функций. Общее правило интегрирования рациональных функций.
13. Интегрирование тригонометрических функций.
14. Интегрирование некоторых видов иррациональностей.
15. Определенный интеграл (интеграл Римана). Его геометрический смысл.
16. Основные свойства определенного интеграла.
17. Классы интегрируемых функций.
18. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона–Лейбница.
19. Интегрирование методом подстановки, методом интегрирования по частям.
20. Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах.
21. Несобственные интегралы (1 и 2 рода).

Примерные практические задания к экзамену

1.Найти неопределенные интегралы:

1) $\int \frac{(x+\sqrt{x})^2 dx}{(x+1)\sqrt{x^3}}$; 2) $\int \frac{4^x}{\sin^2(3\cdot 4^x+2)} dx$

2. Найти интеграл $\int_0^3 \frac{xdx}{\sqrt{1+x}}$

ОС-12. Экзамен

1. Геометрические приложения определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции, площадь криволинейного сектора.
2. Длина дуги плоской кривой.
3. Вычисление объема тел по известным площадям параллельных сечений. Объем тела вращения.
4. Площадь поверхности тела вращения.
5. Приложения определенного интеграла в физике.

6. Ряд, его сумма и остаток. Геометрический ряд. Необходимый признак сходимости.
7. Положительные ряды. Сравнительные признаки сходимости положительных рядов.
8. Признаки Даламбера и Коши сходимости положительных рядов. Интегральный признак сходимости.
9. Произвольные по знаку ряды. Теорема Коши. Обобщенный признак сходимости Даламбера. Теорема Лейбница.
10. Теоремы Дирихле и Римана.
11. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Необходимый и достаточный признак равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса.
12. Свойства равномерно сходящихся рядов.
13. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда.
14. Функции, допускающие разложение в степенной ряд. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена. Условие разложимости функции в ряд Тейлора.
15. Биномиальный ряд и приближенное вычисление корней. Приближенное вычисление интегралов и пределов с помощью рядов. Подстановка ряда в ряд.
16. Тригонометрический ряд. Ортогональная система функций. Ряд Фурье. Теорема о единственности разложения функции в тригонометрический ряд. Особенности ряда Фурье четной и нечетной функции.
17. Теорема Дирихле. Примеры разложения функций в ряд Фурье.
18. Разложение в ряд Фурье функции, заданной на отрезке $[0;\pi],[a;b]$.
19. Ряд Фурье в комплексной форме.
20. Интеграл Фурье.
21. Обобщенные функции на примере дельта-функции.

Примерные практические задания к экзамену

1. Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

2. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням x

$$\frac{\operatorname{sh} 2x}{x} - 2$$

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен, зачет
1, 2 ,3 семестр	Разбалловка по видам работ	9 х 1=9 баллов	15 х 1=15 баллов	212 баллов	Экзамен 64 балла
	Суммарный макс. балл	9 баллов max	24 балла max	236 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам 1,2,3 семестров

Оценка	Баллы (3 ЗЕ)
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150и менее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

1 СЕМЕСТР

Занятие 1. План. Предел числовой последовательности. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Решение задач с использованием определения предела числовой последовательности.

Занятие 2. План. Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечный предел функции. Решение задач на нахождение пределов, раскрытие неопределенностей ∞ / ∞ и 0/0. Техника раскрытия неопределённостей.

Занятие 3. План. Решение задач на нахождение пределов, раскрытие неопределенностей 0/0. Техника раскрытия неопределённостей.

Занятие 4. План. Первый замечательный предел. Эквивалентные бесконечно малые. Таблица эквивалентности, следствия первого замечательного предела. Замена бесконечно малых эквивалентными при вычислении пределов. Техника раскрытия неопределённостей. Замена переменных при нахождении пределов функций.

Занятие 5. План. Второй замечательный предел. Таблица эквивалентности, следствия второго замечательного предела

Занятие 6. Определение непрерывности функции. Непрерывность функции на промежутке. Непрерывность элементарных функций. Односторонние пределы функции в точке. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.

Занятие 7. Контрольная работа.

Занятие 8. План Производная функции, ее геометрический и физический смыслы. Таблица производных. Техника нахождения табличных производных. Производная суммы, произведения, частного.

Занятие 9. План. Производная сложной и обратной функций. Техника нахождения производных.

Занятие 10. План. Логарифмическое дифференцирование. Уравнения касательной и нормали. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала. Использование дифференциала в приближенных вычислениях.

Занятие 11. План. Производные и дифференциалы высших порядков. Неинвариантность формы дифференциалов порядка выше первого. Формула Лейбница. Производные функций, заданных параметрически. Дифференцирование неявно заданных функций.

Занятие 12. План. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Техника нахождения пределов с использованием правила Лопиталя.

Занятие 13. Контрольная работа.

Занятие 14. План. Асимптоты кривых. Схематическое построение графиков на основе асимптот.

Занятие 15. План. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Пеано. Представление функций e^x, sinx, cosx, $(1+x)^x$, ln(1+x) по формуле Тейлора. Приложения формулы Тейлора.

2 СЕМЕСТР

Занятие 1. План. Условия возрастания и убывания функций. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума в терминах первой производной.

Занятие 2. План. Достаточные признаки максимума и минимума в терминах производных высших порядков. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба.

Занятие 3. План. Схема исследования функций. Проведение исследования функций и построение графиков.

Занятие 4. План. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функций, непрерывной не отрезке. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функций, непрерывной на открытом промежутке.

Занятие 5. План. Решение текстовых задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции. Построение математических моделей задач.

Занятие 6. План. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных формул.

Занятие 7. План. Простейшие приемы интегрирования: внесение под знак дифференциала. Техника интегрирования.

Занятие 8. План. Интегрирование по частям. Техника интегрирования.

Занятие 9. План. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование алгебраических иррациональностей: простейшие иррациональности.

Занятие 10. План. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование дробей первого, второго и третьего типа. Алгоритм интегрирования дробно-рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.

Занятие 11. План. Интегрирование тригонометрических выражений. Интегрирование простейших тригонометрических выражений. Универсальная замена переменных.

Занятие 12. План. Интегрирование алгебраических иррациональностей: интегралы вида $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})dx$, тригонометрические подстановки, подстановки Эйлера; дифференциальный бином

Занятие 13. Контрольная работа

Занятие 14. План. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур в декартовых координатах.

Занятие 15. План. Несобственные интегралы первого рода (интегралы с бесконечными пределами). Несобственные интегралы второго рода (интегралы от неограниченных функций). Геометрический смысл несобственных интегралов первого и второго рода. Сходящиеся и расходящиеся несобственные интегралы. Обобщенная формула Ньютона-Лейбница.

3 СЕМЕСТР

Занятие 1. План. Приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур в декартовых, полярных координатах; в случае, если кривая задана параметрически.

Занятие 2. План. Определение и вычисление длины дуги гладкой кривой. Понятие спрямляемой кривой. Дифференциал длины дуги кривой, заданной параметрически. Длина дуги кривой, заданной явно в декартовых координатах. Длина дуги кривой, заданной в полярных координатах.

Занятие 3. Понятие кубируемого тела. Приложения определенного интеграла к вычислению к вычислению объемов тел. Вычисление объема тела по известным площадям поперечных сечений. Вычисление объема тела вращения. Площадь поверхности тел вращения.

Занятие 4. План. Физические приложения определенного интеграла.

Занятие 5. План. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Решение уравнений с разделяющимися переменными.

Занятие 6. План. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Простейшие операции с рядами: умножение на число, сложение. Ряды с положительными членами. Теоремы сравнения.

Занятие 7. План. Признаки сходимости Д'Аламбера и Коши. Интегральный признак сходимости ряда.

Занятие 8. План. Знакочередующиеся ряды. Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Теорема о абсолютной сходимости ряда. Признак Лейбница. Оценка остатка ряда. Обобщение признаков сходимости Д'Аламбера и Коши на случай знакопеременных рядов.

Занятие 9. План. Функциональные ряды, область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Теоремы о непрерывности суммы, о почленном интегрировании и почленном дифференцировании функционального ряда.

Занятие 10. План. Степенные ряды. Теоремы Абеля. Круг сходимости, интервал и радиус сходимости для рядов с действительными членами. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда.

Разложение функций в ряд Тейлора. Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение по степеням х-а некоторых элементарных функций.

Занятие 11. План. Разложение функций по степеням х. Операции над степенными рядами. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.

Занятие 12. План. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям. Вычисление пределов, решение уравнений, нахождение интегралов с помощью степенных рядов.

Занятие 13. План. Тригонометрическая система функций. Тригонометрический ряд Фурье функций заданных на $(-\pi,\pi)$ и $(-l,l)$. Теорема Дирихле.

Занятие 14. План. Разложение в ряды Фурье четных и нечетных функций на $(-\pi,\pi)$ и $(-l,l)$.

Занятие 15. План. Разложение в ряд по синусам, в ряд по косинусам функций, заданных на $(0, \pi)$ и $(0,l)$. Тригонометрический ряд Фурье функций заданных на $(a,в)$.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Физматлит, 2015. – 444 с. – ISBN 978-5-9221-1585-8. – URL: https://znanium.com/catalog/document?id=293958&showcollections=1
2. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа : учебник. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ: Учебник / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Физматлит, 2003. – 424 с. – ISBN 5-9221-0185-4. URL: https://znanium.com/catalog/document?id=303181&showcollections=1

Дополнительная литература

3. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. – 8-е изд., испр. и доп. – Москва : Физматлит, 2001. – Том 1. – 680 с. – ISBN 978-5-9221-0156-0. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037
4. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. – 8-е изд. – Москва : Физматлит, 2001. – Том 2. – 861 с. – ISBN 978-5-9221-0157-8. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038
5. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. – Изд. 6-е. (1-е изд. - 1949 г.). – Москва : Физматлит, 2002. – Том 3. – 727 с. – ISBN 5-9221-0155-2. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196

Интернет-ресурсы

1. Мир математических уравнений. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm
2. Softline. http://exponenta.ru/
3. Популярные лекции по математике. http://ilib.mccme.ru/plm
4. Школьникам, студентам, аспирантам. http://ph4s.ru/
5. Прикладная математика. http://primat.org
6. Учебно-методическая литература для студентов. http://studfiles.ru/
7. МГТУ ГА. http://vm.mstuca.ru/posobia/posobia.htm
8. Единое окно доступа к образовательным ресурсам. http://window.edu.ru/

Лист согласования рабочей программы
учебной дисциплины (практики)

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование
Профиль: Физика. Математика
Рабочая программа Высшая математика
Составитель: А.Р. Сибирева – Ульяновск: УлГПУ, 2023.

Программа составлена с учетом федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль подготовки «Физика. Математика», утверждённого Министерством образования и науки Российской Федерации, и в соответствии с учебным планом.

Составители _____ А.Р Сибирева (подпись)

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) одобрена на заседании кафедры высшей математики «23» мая 2023г., протокол № 10
Заведующий кафедрой
_____ И.В. Столярова _____ 23.05.23
личная подпись *расшифровка подписи* *дата*

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) согласована с библиотекой
Сотрудник библиотеки
_____ Ю.Б. Марсакова _____ 22.05.23
личная подпись *расшифровка подписи* *дата*

Программа рассмотрена и одобрена на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования «26» мая 2023г., протокол № 5
Председатель ученого совета факультета физико-математического и технологического образования
_____ Е.М. Громова _____ 26.05.23
личная подпись *расшифровка подписи* *дата*