

Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической
работе С.Н. Титов

ВВЕДЕНИЕ В ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Программа учебной дисциплины модуля «Прикладные инструменты в
экономике»

основной профессиональной образовательной программы высшего образования
– программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Экономика

(очная форма обучения)

Составитель: Глухова Н.В.,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-
математического и технологического образования, протокол от «26» мая 2023 г.
№ 5

Ульяновск, 2023

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Введение в экономико-математическое моделирование» относится к дисциплинам обязательной части формируемой участниками образовательных отношений Блока 1. Дисциплины (модули) модуля «Прикладные инструменты в экономике» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Экономика», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках дисциплин и практик: Алгебра, Математический анализ, Математическая логика, Учебная практика по математике.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик: Динамические системы в экономике, Теория игр в риск-менеджменте Экономический анализ систем массового обслуживания, Математические методы теории принятия решений, Стохастические динамические системы, для написания курсовой работы № 2, Предметно-содержательная практика по экономике, Научно-исследовательская работа, Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена, Выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины является подготовка учителя к будущей профессиональной деятельности: формирование способности к преподаванию математики и экономики, как в обычных общеобразовательных классах, так и в классах с углубленным изучением специальных предметов.

Задачей освоения дисциплины является формирование умений оперирования с экономико-математическими моделями, представлений о роли математических методов в экономике, закрепление умений проводить математические преобразования выражений, отработка понятийного аппарата математики, техники проведения математических расчетов, формирование и закрепление умения проводить строгие абстрактно-логические доказательства, решать задачи повышенной сложности школьного курса.

В результате освоения программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	Знает	Умеет	Владеет
УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений УК-2.2. Оценивает	ОР-1. Знает разновидности рисков и ограничений в проектной деятельности; техники цифрового моделирования	ОР-2. Умеет проектировать процесс решения каждой задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений	

вероятные риски и ограничения, определяет ожидаемые результаты решения поставленных задач			
УК-6. Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни УК-6.2. Критически оценивает эффективность использования времени и других ресурсов при реализации траектории саморазвития		ОР-3. Умеет критично оценивать личностные ресурсы (включая временные) при проектировании и реализации траектории своего развития	
УК-9. Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности УК-9.2. Применяет методы личного экономического и финансового планирования для достижения текущих и долгосрочных финансовых целей, использует финансовые инструменты для управления личными финансами (личным бюджетом), контролирует собственные экономические и финансовые риски		ОР-4. Умеет осуществлять личное экономическое и финансовое планирование для достижения текущих и долгосрочных финансовых целей	

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия								Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час.	Практические занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Лабораторные занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Самостоят. работа, час.	
	Трудоемк.								
	Зач. ед.	Часы							
2	4	144	24	-	-	40	-	53	экзамен (27)
Итого:	4	144	24	-	-	40	-	53	27

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
2 семестр				
Линейные экономико-математические модели	10		22	20
Динамические экономико-математические модели	6		8	20
Модели макроэкономических систем	8		10	13
Экзамен	-		-	27
Всего по дисциплине:	24	-	40	80

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса

1. Линейные экономико-математические модели в микроэкономике

Линейные оптимизационные модели. Основные определения и задачи линейного программирования. Транспортная задача, задача об оптимальном назначении, об оптимальном использовании трудовых ресурсов. Системы линейных неравенств. Задание ограничений в виде системы неравенств и системы линейных уравнений в

задачах линейного программирования. Целевая функция. Графоаналитический метод решения задач линейного программирования. Симплексный метод. Теория двойственности. Применение двойственных задач в моделях с ограничениями со знаком «больше либо равно» (задачи об оптимальном составе производимой смеси). Моделирование деятельности конкурентов. Дискретное программирование.

2. Динамические экономико-математические модели в микроэкономике

Метод динамического программирования. Условия применимости методов динамического программирования. Метод обратной прогонки. Принцип оптимальности Беллмана. Задача о нахождении кратчайшего маршрута, об инвестировании, о найме сезонных рабочих, о загрузке.

3. Модели макроэкономических систем

Применения линейных операторов к оценке рентабельности производства и в многоотраслевой экономике (модель Леонтьева), линейные операторы в многокритериальной оптимизации. Продуктивность производственной матрицы и методы ее оценки. Собственные векторы и модель международной торговли.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательную, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовки к устным докладам (подготовка рефератов);

- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение групповых интерактивных заданий.

ОС-1. Самостоятельная работа.

Составьте математическую модель задачи. Осуществить проверку полученных результатов с помощью компьютерных программ (например Excel), представить полученную таблицу, сделать выводы. Описать каким образом решенная задача может быть использована в учебной или культурно-просветительской деятельности.

Примерный вариант

Для строительства здания под небольшой одноэтажный магазин требуется один инженер и 9 специалистов по отделке, а для строительства жилого коттеджа – 2 инженера, и 7 специалистов по отделке. Время, затрачиваемое на строительство каждого объекта, одинаково, но строительство магазина приносит чистую прибыль в 5 млн. руб., а строительство коттеджа – в 7 млн. руб. Имеется 15 инженеров и 69 специалистов по отделке. Каков оптимальный план строительства, максимизирующий прибыль? Чему равна максимальная прибыль?

ОС-2. Групповое интерактивное задание.

Студенты разбиваются на микрогруппы по 3-4 человека в зависимости от количества студентов в группе, и получают задание разработать план-конспект просветительского или развлекательного мероприятия по тематике динамического программирования

Примерные темы:

1. Динамическое программирование в решении кадровых задач
2. Динамическое программирование в инвестировании
3. Динамическое программирование в задаче о замене оборудования
4. Динамическое программирование в задаче о загрузке транспортного средства

ОС-3. Контрольная работа

Примерный вариант:

ОС-3 Контрольная работа

Примерный вариант:

1. В таблице указан доход, который приносят предприятия при инвестировании в них сумм, указанных в левом столбце:

Объём капиталовложений (тыс. руб.)	Доход (тыс. руб.)		
	Предприятие 1	Предприятие 2	Предприятие 3
25	11	15	13
50	32	29	38
75	43	38	48
100	64	57	62

Имеется капитал в 100 тысяч рублей. Составьте оптимальный план распределения капиталовложений между тремя предприятиями, при котором будет достигнут максимальный доход

2. Фирма выпускает два вида продукта в день. Производственный процесс составляет 430 минут в день. Для изготовления единицы продукта первого вида требуется одна минута, а единицы второго – две минуты. Продукции первого вида требуется не более 300 единиц в день, а второго – не более 230 единиц в день. Реализация единицы продукции первого вида приносит 2 тыс. руб. чистой прибыли, а второго – 3 тыс. руб. Каков оптимальный производства, максимизирующий прибыль, чему равна максимальная прибыль?

ОС-4. Тест

Примерный вопрос:

Фирма выпускает два вида изделий. Для изготовления изделия первого вида требуется 16 кг железа, а также 9 кг алюминия, а для второго – 6 кг железа и 7 кг алюминия. Изделие первого вида приносит чистую прибыль в 5 тыс. руб., а второго – в 7 тыс. руб. Всего имеется 96 кг железа и 69 кг алюминия. Пусть x – количество изделий первого вида, выпускаемых фирмой, а y – количество изделий второго вида. Тогда при составлении оптимального плана выпуска следует найти:

- а) Максимум функции $F = 5x + 7y$; б) Минимум функции $F = 5x + 7y$;
в) Максимум функции $F = 96x + 69y$; г) Минимум функции $F = 96x + 69y$.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Глухова Н.В., Череватенко О.И. Линейное программирование в управлении персоналом: учебное пособие для направления подготовки бакалавров 080400.62. – Ульяновск, УлГПУ, 2013. – 70 с.
2. Исследование операций и математические модели в экономике. Лабораторные работы для студентов специальности «Управление персоналом»: учебно-методическое пособие / составитель Н.В. Глухова. – Ульяновск: УлГПУ, 2009. – 44 с.
3. Глухова Н.В. Методы оптимизации использования трудовых ресурсов. Учебное пособие. – Ульяновск, ФГБОУ ВО, 2017. – 50 с.
4. Глухова Н.В. Теория принятия решений: учебное пособие. / Глухова Н.В. – Ульяновск: ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», 2017. – 48 с.

7. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ, используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 Самостоятельная работа ОС-2. Интерактивное задание. ОС-3. Контрольная работа ОС-4. Тест	ОР-1. Знает разновидности рисков и ограничений в проектной деятельности; техники цифрового моделирования ОР-2. Умеет проектировать процесс решения каждой задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений
	ОС-5. Экзамен	ОР-3. Умеет критично оценивать личностные ресурсы (включая временные) при проектировании и реализации траектории своего развития ОР-4. Умеет осуществлять личное экономическое и финансовое планирование для достижения текущих и долгосрочных финансовых целей

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Общие понятия о целях математического моделирования в экономике. Формулировка задачи. Понятие о целевой функции и системе ограничений.
2. Переход от системы ограничений в виде неравенств к системе в виде равенств
3. Переход от системы в виде равенств к системе в виде неравенств.
4. Транспортная задача и методы её решения.
5. Задача об оптимальном назначении и её решение методами линейного программирования.
6. Задача о рациональном использовании ограниченных ресурсов и методы её решения.
7. Графоаналитический метод решения задачи линейного программирования.
8. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования. Теоретическое обоснование и правила составления симплекс-таблиц.
9. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования. Алгоритмы работы с симплекс таблицами.

10. Двойственные задачи линейного программирования.
11. Применение двойственных задач для анализа теневых цен
12. Двойственный симплекс-метод
13. Дискретное линейное программирование.
14. Метод Ветвей и границ
15. Линейные сравнения в решении целочисленных задач
16. Динамическое программирование (область применения, общие принципы и методы).
17. Решение задачи о нахождении кратчайшего маршрута методами динамического программирования.
18. Решение задачи о найме сезонных рабочих методами динамического программирования.
19. Решение задачи об инвестировании методами динамического программирования.
20. Решение задачи об оптимальном назначении методами динамического программирования.
21. Решение задачи о загрузке методами динамического программирования.
22. Задача о замене оборудования
23. Многокритериальные задачи.
24. Граница Парето
25. Метод идеальной точки.
26. Понятие о линейном операторе. Действия над ними
27. Матричная форма линейного оператора
28. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов
29. Применение линейных операторов к решению многокритериальных задач графическим способом.
30. Нахождение минимального расстояния от границы Парето до идеальной точки.
31. Модели межотраслевого баланса.
32. Применение собственных значений в оценке рентабельности производства.
33. Макроэкономическая модель Леонтьева.
34. Собственные векторы в модели международной торговли

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение лабораторных занятий	Работа на лабораторных занятиях	Экзамен
2 семестр	Разбалловка по видам работ	12 x 1=12 баллов	20 x 1= 20 Баллов	272 балла	96 баллов
	Суммарный макс. балл	12 баллов Мах	20 баллов тах	304 балла Мах	400 баллов тах

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам 1 семестра

Оценка	Баллы (4 ЗЕ)
«отлично»	361-400
«хорошо»	281-360
«удовлетворительно»	201-280
«неудовлетворительно»	200 и менее

8. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удастся осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических заданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы лабораторных занятий

ЗАНЯТИЕ № 1. Задачи линейного программирования (ЗЛП)

1. Составить математические модели следующих задач линейного программирования.

1.1. Фирма выпускает два вида продукта в день. Производственный процесс составляет 430 минут в день (5 десятиминутных перерывов при восьми часовом рабочем дне). Для изготовления единицы продукта первого вида требуется одна минута, а единицы второго – две минуты. Продукции первого вида требуется не более 300 единиц в день, а второго – не более 230 единиц в день. Реализация единицы продукции первого вида приносит 2 доллара чистой прибыли, а второго – 3 доллара. Каков оптимальный план производства, максимизирующий прибыль, чему равна максимальная прибыль?

1.2. В первой передаче имеется 18 минут рекламного времени, а во второй – 12 минут. Фирма имеет рекламные ролики трёх видов, и на основании анализа рынка считает, что 13 минут времени должно быть отведено для демонстрации роликов, рассчитанных на домохозяек, 7 минут – для демонстрации роликов, рассчитанных на молодёжь, и 10 минут – для демонстрации роликов, рассчитанных на бизнесменов. Известны рейтинги передач: первую передачу смотрят среди всех домохозяек 60 %, среди молодёжи – 50 %, среди бизнесменов – 30 %; для второй передачи соответствующие рейтинги составляют 40, 70 и 20 %. Распределите время показа рекламных роликов между передачами с целью максимизации времени просмотра целевой аудиторией.

1.3. Фирма может выполнять работы двух типов. Для выполнения одного заказа первого типа требуется один инженер, 16 рабочих и 9 технологов, а для выполнения одного заказа второго типа – 2 инженера, 6 рабочих и 7 технологов. Выполнение одного заказа первого типа

приносит чистую прибыль в 5 тыс. руб., а второго – в 7 тыс. руб. Фирма дала объявление о найме на работу и получила 15 заявлений от инженера, 96 – от рабочих, 69 – от технологов. Какое количество заказов первого и второго типа требуется взять фирме для максимизации прибыли? Какое количество сотрудников следует нанять? Чему равна максимально возможная прибыль?

1.4. (Д/з) На заводе есть два корпуса и три пункта аварийной эвакуации. Время на переход из первого корпуса к первому пункту эвакуации составляет 3 минуты, ко второму – 4 минуты, к третьему 2,5 минуты. Для второго корпуса соответствующие временные затраты составляют 4,5 минуты, 6,5 минут и 3,5 минуты. В первом корпусе работают 600 человек, во втором – 900. Первый пункт может принять 600 человек, второй – 500 человек, третий – 400 человек. Составить оптимальный план эвакуации, минимизирующий суммарное время, необходимое, чтобы все сотрудники добрались до пунктов эвакуации

1.5 (Д/з) Фирма выпускает два вида изделий. Для изготовления одного изделия первого вида требуется 2 кг металла, а второго вида – 4 кг металла. Изделие первого вида может быть продано по цене 20 тыс. рублей за единицу, а второго – по цене 30 тысяч рублей за единицу, причём первого изделия можно реализовать не более 40 единиц, а второго не более 20. Всего имеется 100 кг металла. Каков оптимальный план производства, максимизирующий доход от продажи данных изделий, чему равна максимальная прибыль доход?

ЗАНЯТИЕ № 2. Переход в системах ограничений от равенств к неравенствам и обратно

№ 1. Приведите систему ограничений ЗЛП ($x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$) к системе ограничений в виде равенств:

а) $-2x_1 + x_2 \leq 1;$

$$-x_1 + x_2 \leq 2$$

$$3x_1 + x_2 \leq 8$$

$$-2x_1 + 3x_2 \geq -9$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 0.$$

б) $2x_1 - x_2 + x_3 = 2$

$$-x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5$$

$$x_1 + x_2 - x_3 \leq 4$$

$$-x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 1;$$

в) (д/з) $0 \leq 2x_1 + x_2 \leq 1$

$$-x_1 + 3x_2 \leq 2$$

$$-x_1 + x_2 \geq -4;$$

г) (д/з) $x_1 \leq 1$

$$x_2 \leq 2$$

$$x_1 + x_2 \leq 3$$

$$-1 \leq x_1 - x_2 \leq 0.$$

№ 2. Приведите систему ограничений ЗЛП ($x_i \geq 0$) к системе ограничений в виде равенств:

$$а) \begin{cases} x_1 + x_4 - 2x_5 - x_6 = 1 \\ x_2 - x_4 + x_5 + 2x_6 = 2 \\ x_3 + 3x_4 + x_5 - 3x_6 = 3 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 8 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -3 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 1 \\ -x_1 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{в) } \left\{ \begin{array}{l} x_1 - 7x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 5x_1 - 8x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0 \end{array} \right. \\
 \\
 \text{г) } \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 5x_4 = 0 \\ 4x_1 + 6x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 - 14x_4 = 0 \\ 10x_1 + 15x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 0 \end{array} \right.
 \end{array}$$

ЗАНЯТИЕ № 3. Решение задач линейного программирования графическим методом

1. Найти максимальное и минимальное значение целевой функции F при заданной системе ограничений графоаналитическим методом. Указать значения x_1, x_2, \dots ($x_i \geq 0$) при которых достигаются максимальное и минимальное значение.

а) $F = x_1 + 3x_2$

Система ограничений:

$$x_1 + 4x_2 \geq 4$$

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_2 \leq 2.$$

б) $F = x_2 - x_1$

Система ограничений:

$$2x_1 - x_2 + x_3 = 4$$

$$x_1 - 2x_2 - x_4 = 2$$

$$x_1 + x_2 + x_5 = 5.$$

в) (д/з) $F = 4x_1 + x_3$

Система ограничений:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$3x_1 - x_2 - x_4 = 0$$

$$2x_2 - x_1 \geq 0.$$

г) (д/з) $F = 2x_1 + 3x_2$

Система ограничений:

$$x_2 - 2x_1 + 3 \geq 0$$

$$x_1 + x_2 \geq 2$$

$$2x_2 - x_1 \geq 0.$$

д) $F = x_1 + 2x_2$

Система ограничений:

$$x_1 - x_2 \leq 1$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 1$$

е) $F = x_1 - x_2$

Система ограничений:

$$1 \leq x_1 + x_2 \leq 2$$

$$2 \leq x_1 - 2x_2 \leq 3$$

$$1 \leq 2x_1 - x_2 \leq 2.$$

ЗАНЯТИЕ № 4. Решение практических задач графическим методом

Решить задачи 1.1. – 1.5 графоаналитическим методом. Проанализировать задачи на степень чувствительности к изменениям ограничений.

ЗАНЯТИЕ № 5. Решение задач линейного программирования симплекс-методом на минимум

1. Найти минимум целевой функции F при заданной системе ограничений симплекс-методом. Указать значения переменных x_1, x_2, \dots ($x_i \geq 0$) при которых достигается минимальное значение.

а) $F = x_1 - x_3$

Система ограничений:

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 + 3x_2 + x_4 = 2.$$

$$\text{б) } F = x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 - x_6$$

Система ограничений:

$$x_1 + x_4 + 6x_6 = 9$$

$$3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_6 = 2$$

$$x_1 + 2x_3 + x_5 + 2x_6 = 6$$

$$\text{в) } (\text{д/з}) F = 5x_1 - 10x_2$$

Система ограничений:

$$-2x_1 + x_2 \leq 1$$

$$-x_1 + x_2 \leq 2$$

$$3x_1 + x_2 \leq 8$$

$$-2x_1 + 3x_2 \geq -9.$$

$$\text{г) } (\text{д/з}) F = x_1 - x_2 - 4x_3 + 5$$

Система ограничений:

$$x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 10$$

$$x_1 - x_2 + x_3 \leq 6$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 \leq 8.$$

$$\text{д) } F = 3 + 4x_1 + 5x_2 - x_3$$

$$x_1 - 3x_2 + 2x_3 \leq 4$$

$$3x_2 - 2x_1 + x_3 \leq 5$$

$$2x_1 - 3x_2 \leq 3$$

$$\text{е) } F = x_1 - 2x_2 + x_3 + 2$$

Система ограничений:

$$x_1 - x_2 + x_3 = 10$$

$$2x_1 - x_3 + x_4 \leq 5.$$

ЗАНЯТИЕ № 6. Решение задач линейного программирования симплекс-методом на максимум

1. Найти максимум целевой функции F при заданной системе ограничений симплекс-методом. Указать значения переменных x_1, x_2, \dots ($x_i \geq 0$) при которых достигается максимальное значение.

$$\text{а) } F = x_1 + x_2$$

Система ограничений:

$$x_1 - x_2 \leq 1;$$

$$x_2 - x_3 \leq 1$$

$$x_1 + x_3 \leq 2.$$

$$\text{б) } F = 2x_1 - x_3 + x_4$$

Система ограничений:

$$x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 10$$

$$x_1 - x_3 + 2x_4 \leq 8.$$

2. Завод выпускает две модели автомобилей: одну – более дорогую, а вторую – более дешёвую. На заводе работает 1000 неквалифицированных рабочих и 900 квалифицированных, каждому из которых оплачивается 40 рабочих часов в неделю. Изготовление одной дорогой модели требует 30 часов неквалифицированного и 50 часов квалифицированного труда. Изготовление одной более дешёвой модели требует 40 часов неквалифицированного и 20 часов квалифицированного труда. Затраты на сырьё и комплектующие составляют 500 долларов на одну дешёвую модель и 1500 долларов на одну более дорогую. Суммарные затраты завода на сырьё и комплектующие не должны превышать 900 тыс. долларов в неделю. Рабочие, осуществляющие доставку автомобилей могут забирать не более 210 автомобилей в день и работают 5 дней в неделю. Одна модель

(более дорогая) приносит заводу 1000 долларов чистой прибыли, а вторая – 500 долларов. Какой объём недельного выпуска моделей каждого типа можно порекомендовать заводу?

ЗАНЯТИЕ № 7. Решение задач экономического содержания симплекс-методом

Руководство завода завозит новую аппаратуру в два филиала A_1 и A_2 . В первый филиал требуется 6 агрегатов, во второй – 9. Вес каждого агрегата 3 тонны. Для перевозки завод может воспользоваться 3-тонными грузовиками трёх небольших транспортных фирм B_1 , B_2 и B_3 , первые две из которых располагают 6 грузовиками, а третья – 4 грузовиками. Доставку требуется осуществить в кратчайшие сроки (то есть использовать грузовики одной и той же фирмы дважды не разрешается). Стоимости перегона каждого грузовика в каждый из филиалов (в тысячах рублей) фирмы определяют следующим образом:

	B_1	B_2	B_3
A_1	3	4	2,5
A_2	4,5	6,5	3,5

Составьте для руководства завода оптимальный план перевозок. Определите наименьшую возможную суммарную стоимость перевозок.

2. В некотором машинном центре производятся два типа изделий, причём на производство изделия первого типа затрачивается 10 минут рабочего времени, а на единицу второго – 12 минут. Суммарное рабочее время машинного центра составляет 2500 минут в день (работы могут осуществляться параллельно на нескольких отдельных машинах). Возможно превышение этого рабочего времени, но в этом случае за каждую дополнительную минуту придётся доплачивать 50 центов. В один рабочий день допустимо производить от 150 до 200 единиц изделий первого типа, но не более 45 единиц второго типа. Доход от продажи единицы первого типа составляет 6 долларов, а второго типа – 7.5 долларов. Составьте оптимальный дневной план выпуска изделий. Изменится ли оптимальный план, если стоимость за дополнительную минуту возрастёт до 1.5 долларов?

ЗАНЯТИЕ № 8. Решение целочисленных задач

1. Фирма может выполнять работы двух типов. Для выполнения одного заказа первого типа требуется один инженер, 16 рабочих, а для выполнения одного заказа второго типа – 2 инженера, 6 рабочих. Выполнение одного заказа первого типа приносит чистую прибыль в 5 тыс. руб., а второго – в 7 тыс. руб. Фирма дала объявление о найме на работу и получила 15 заявлений от инженера, 96 – от рабочих. Какое количество заказов первого и второго типа требуется взять фирме для максимизации прибыли? Какое количество сотрудников следует нанять? Чему равна максимально возможная прибыль?

2. Для перевозки зерна имеются мешки, вмещающие в себя 60 кг или 80 кг. Сколько нужно тех и других для перевозки 440 кг?

3. Сколько билетов по 30 и 50 р. можно купить на 1490 р?

4. Ставится водопровод длиной 105 м, имеются трубы 3 м и 4.5 м. Сколько нужно тех и других труб?

5. Сколько конвертов по 3 и 4 р. можно купить на 50 р?

6. В магазине имеются доски шириной 30 см по цене 100 р и 40 см по цене 150 р. Нужно построить из них глухой забор длиной 5 м (доски пилить нельзя). Как сделать это наиболее выгодным способом?

ЗАНЯТИЕ № 9. Решение задач экономического содержания с помощью программных продуктов

Для обеспечения автономного отопления 4 гостиниц используются 3 пункта, поставляющих топливо. Потребности гостиниц в топливе, возможности пунктов поставки топлива (в тоннах) и стоимости (с учётом доставки) одной тонны топлива в каждую гостиницу из соответствующих пунктов поставки (в тысячах рублей) приведены в таблице:

	Гостиница 1	Гостиница 2	Гостиница 3	Гостиница 4	Возможности пунктов поставки топлива
Пункт 1	0,3	0,4	0,5	0,3	900
Пункт 2	0,5	0,4	0,7	0,8	300
Пункт 3	0,4	0,3	0,5	0,4	600
Потребности гостиниц в топливе	350	450	400	500	

Сформулируйте задачу линейного программирования, которую необходимо решить для выбора оптимального плана снабжения отделений топливом. Выполнить самостоятельную работу (ОС-1)..

ЗАНЯТИЕ № 10. Двойственные задачи (составление)

Задачи для самостоятельного решения:

1. Составьте двойственную задачу для задачи:

а) $\Phi = -y_1 - 2y_2 - 3y_3 \rightarrow \max$	б) $\Phi = 3y_1 + 2y_2 \rightarrow \min$	в) $\Phi = 5y_1 + 4y_2 \rightarrow \max$
$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0,$	$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0,$	$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0,$
$\begin{cases} -y_1 + 2y_2 - 3y_3 \leq 1 \\ 2y_1 - y_2 - y_3 \leq -1 \end{cases}$	$\begin{cases} 7y_1 + 2y_2 \geq 14 \\ 4y_1 + 5y_2 \geq 20 \end{cases}$	$\begin{cases} 4y_1 + 3y_2 \leq 24 \\ 3y_1 + 4y_2 \leq 24 \end{cases}$

Решите задачи с применением двойственного симплекс-метода.

2. Составить двойственную задачу по отношению к задаче, состоящей в максимизации функции $f = 2x_1 + x_2 + 3x_3$ при условиях

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 - 5x_3 \leq 12 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 \geq -24 \\ -3x_1 - x_2 - x_3 \geq -3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

3. Для производства трех видов изделий A, B и C используется три различных вида сырья. Каждый из видов сырья может быть использован в количестве, соответственно не большем 180, 210 и 244 кг. Нормы затрат каждого из видов сырья на единицу продукции данного вида и цена единицы продукции каждого вида приведены в таблице.

Виды сырья	Нормы затрат сырья (кг) на единицу продукции		
	A	B	C
I	4	2	1
II	3	1	3
III	1	2	5
Цена единицы	10	14	12

продукции (руб.)			
------------------	--	--	--

Определить план выпуска продукции, при котором обеспечивается ее максимальная стоимость, и оценить каждый из видов сырья, используемых для производства продукции. Оценки, приписываемые каждому из видов сырья, должны быть такими, чтобы оценка всего используемого сырья была минимальной, а суммарная оценка сырья, используемого на производство единицы продукции каждого вида, – не меньше цены единицы продукции данного вида.

ЗАНЯТИЕ № 12. Двойственные задачи в анализе действий конкурентов. Теневые цены

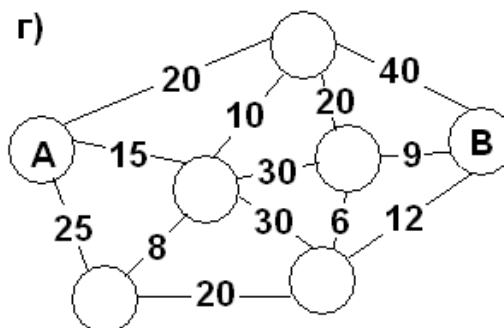
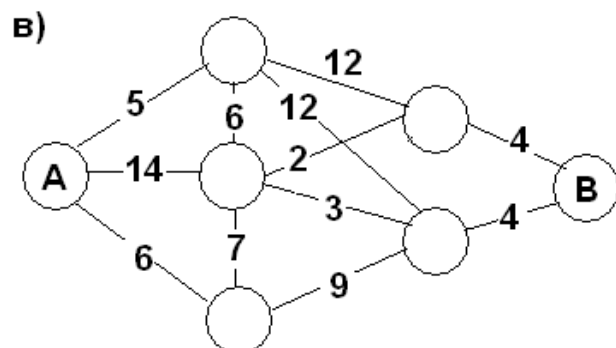
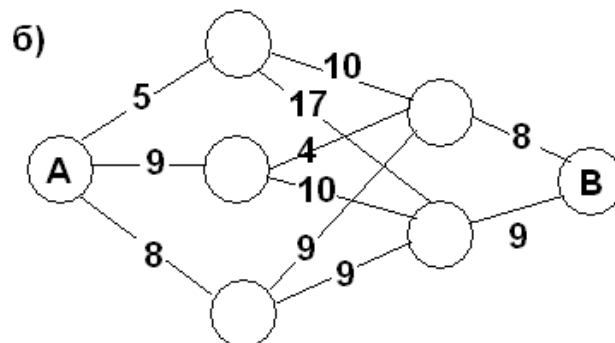
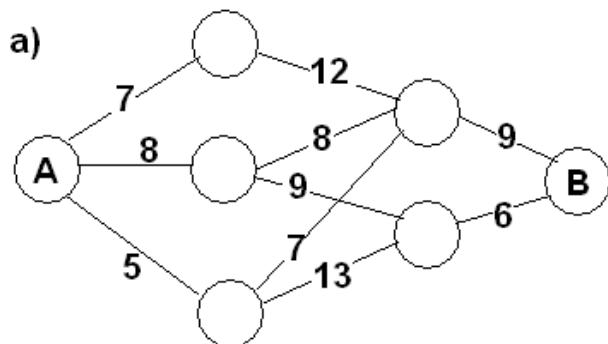
1. Фирма выпускает два типа строительных блоков – обычные и улучшенные. При этом производятся две основные операции – прессование и отделка. Требуется составить оптимальный план выпуска блоков, если чистая прибыль от продажи одного обычного блока составляет 100 рублей, а улучшенного – 180 рублей. Материальные и временные затраты при этом заданы в таблице:

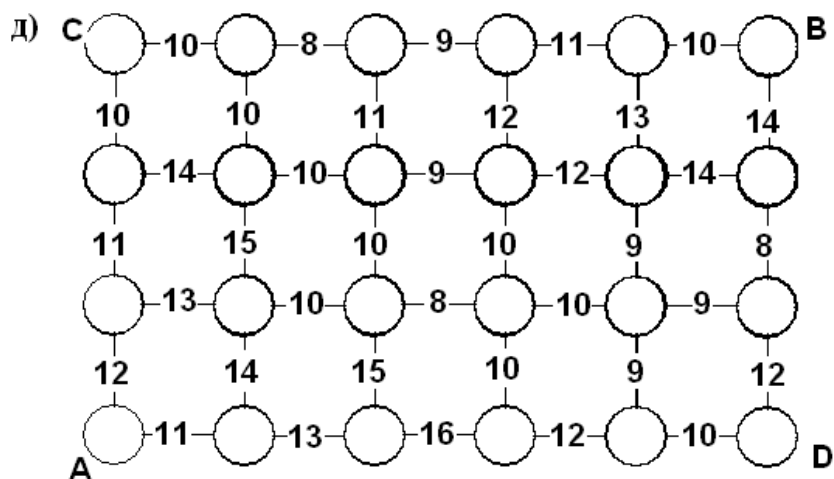
	Обычные	Улучшенные	Имеющиеся ресурсы
Расходные материалы (кг)	20	40	4000
Время на прессование (часы)	4	6	900
Время на отделку	4	4	600
Затрачиваемые средства (руб.)	30	50	6000

Определите цены, по которым конкурирующая фирма может перекупить наше рабочее время и расходные материалы.

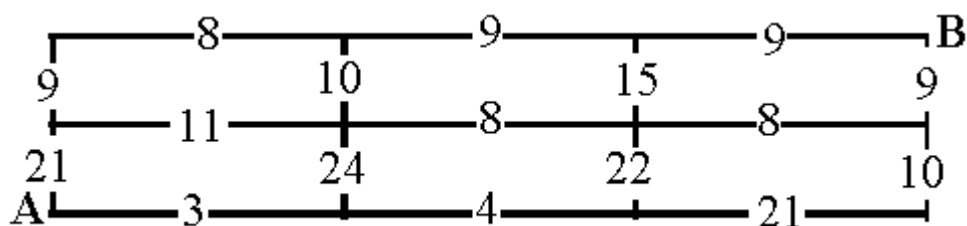
ЗАНЯТИЕ № 12. Общая характеристика методов динамического программирования

1. Дана транспортная схема (расстояния между соседними узлами указаны числами в км).





е)



Найдите длину кратчайшего маршрута от пункта А до пункта В.

2. Пусть на схеме указано количество достопримечательностей на данном маршруте. Составьте экскурсионный маршрут от А до В максимизирующий количество достопримечательностей, встречающихся по дороге.

ЗАНЯТИЕ № 13. Задача о найме сезонных рабочих

1. Потребности фирмы в сезонных рабочих представлены в таблице:

Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь
7	10	8	12	6	10

Реклама о найме обходится в 15 тыс.рублей в месяц, зарплата рабочему – 10 тыс. рублей в месяц. При увольнении выплачивается компенсация 5 тыс. рублей. Составить оптимальный план найма.

2. Некоторая туристическая фирма оценивает потребности в гидах следующим образом: на май месяц – 5 человек, на июнь – 6 человек, на июль – 8 человек, на август – 4 человека, на сентябрь 6 человек. Содержание избытка рабочей силы обходится фирме в 300 \$ в месяц за каждого лишнего человека, а наём рабочих на протяжении месяца обходится в 400 \$ в месяц (за объявление о найме) плюс 200 \$ в месяц за человека (на обучение). Составьте оптимальный план найма рабочих, позволяющий минимизировать расходы по найму.

3. (д/з) Подрядчик оценивает минимальные потребности в рабочей силе на каждую из 5 следующих недель: а) 5, 7, 8, 4 и 6 рабочих соответственно. Содержание избытка рабочей силы обходится в 300 долларов в неделю, а наём рабочих на протяжении недели обходится в 400 \$ (за объявление о найме) плюс 200 \$ за каждого рабочего в неделю. Составьте оптимальный план найма рабочих, позволяющий минимизировать расходы по найму.

б) решить ту же задачу, если потребности в рабочей силе составят 6, 5, 3, 6 и 8.

ЗАНЯТИЕ №14. Задача об инвестировании

В таблице указан доход, который приносят предприятия при инвестировании в них сумм, указанных в левом столбце. Составьте оптимальный план распределения капиталовложений между тремя предприятиями, при котором будет достигнут максимальный доход.

а) Имеется капитал 10 тыс. долларов

Объём капиталовложений (тыс. долларов)	Доход (тыс. руб.)				
	Предприятия е 1	Предприятия е 2	Предприятия е 3	Предприятия е 4	Предприятия е 5

1	1,5	2,1	1,6	1,3	1,4
2	3,1	3,5	3,1	3,6	3,2
3	6,4	6,2	6,3	6,4	6,3
4	8,0	7,8	7,4	7,4	8,0
5	9,5	9,5	9,6	9,2	9,5
6	11,8	12,9	11,7	11,5	13
7	11,8	12,9	11,7	11,5	13,5
8	11,8	12,9	11,7	11,5	13,5

б) Имеется капитал в 400 тысяч рублей.

Объём капиталовложений (тыс. руб.)	Доход (тыс. руб.)		
	Предприятие 1	Предприятие 2	Предприятие 3
100	71	75	81
200	157	168	162
300	246	243	243
400	324	322	321

ЗАНЯТИЕ №15. Задача о оптимальном распределении сотрудников по проектам.

Пусть в фирме работает n сотрудников равной квалификации. каждому из которых (либо нескольким одновременно) можно поручить выполнение некоторых видов работ (заказов). Доходность от выполнения заказа меняется, в зависимости от того, сколько сотрудников одновременно задействовано в его выполнении. Эти изменения не линейны и заданы с помощью таблиц (то, что начиная с некоторого количества доходность перестаёт возрастать означает, что выполнение данного заказа не требует столь большого количества сотрудников). Составьте оптимальный план распределения сотрудников, при котором обеспечен максимальный доход:

а) Общее количество сотрудников равно $n = 10$

Количество сотрудников	Доход (тыс. руб.)				
	Заказ 1	Заказ 2	Заказ 3	Заказ 4	Заказ 5
1	0,5	0,1	0,6	0,3	1,0
2	1,0	0,5	1,1	0,6	1,2
3	1,4	1,2	1,2	1,3	1,3
4	2,0	1,8	1,4	1,4	1,3
5	2,5	2,5	1,6	1,5	1,3
6	2,8	2,9	1,7	1,5	1,3
7	3,0	3,5	1,8	1,5	1,3
8	3,0	3,5	1,8	1,5	1,3
9	3,0	3,5	1,8	1,5	1,3
10	3,0	3,5	1,8	1,5	1,3

б) Общее количество сотрудников равно $n = 40$

Количество сотрудников	Доход (тыс. руб.)		
	Заказ 1	Заказ 2	Заказ 3
10	35	20	22
20	69	75	71
30	132	120	145
40	167	158	150

Занятие 16. Линейные операторы в экономике

1. Два друга предпринимателя решили установить общую аппаратуру в общем помещении, в котором они будут работать в две смены (один бизнесмен в одну – другой – в другую). Но, поскольку производимая продукция была различна, то оказалось, что их интересы не вполне совпадают. Дневная прибыль, которую может получить первый предприниматель на одном

станке первого типа оказалась равна 2 тыс. руб, а на одном станке второго типа – 3 тыс. руб. Для второго предпринимателя дневная прибыль с одного станка первого типа равна 6 тыс. руб, а со станка второго типа – 6 тыс. руб. Кроме того, в помещении можно было установить не более 10 станков любого типа; предельная сумма, которую предприниматели смогли выделить на приобретение станков оказалась равной 120 тыс. руб. Стоимость одного станка первого типа составляет 10 тыс. руб, второго – 15 тыс. руб. Определите компромиссное решение по определению оптимального соотношения устанавливаемых станков методом идеальной точки.

Составить модель и показать, что переход от координат по оборудованию к координатам целевых функций является линейным.

2. Выяснить, являются ли данные операторы линейными и составить их матрицы (там, где это возможно)

а) $A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2 - x_3, 2x_2 - x_3, 3x_3)$

б) $A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, x_1 - x_3, 2x_1x_2)$

в) $A(x_1, x_2, x_3) = (4x_1 + x_2 - 6x_3, 4x_1 - 4x_3, 4x_1 - 6x_3)$

г) $A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, x_1 + 2x_2, 1)$

д) $A(x_1, x_2, x_3) = (5x_1 - 2x_3, 8x_1 + x_2 - 4x_3, 12x_1 - 5x_3)$

е) $A(x_1, x_2, x_3) = (6 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3, 0)$ (д/з)

ж) $A(x_1, x_2, x_3) = (x_3, x_2, x_1)$ (д/з)

и) $A(x_1, x_2, x_3) = (-x_1 + 2x_3, x_1 + x_2 - x_3, 2x_3)$ (д/з)

л) $A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 - x_3, x_1 - 4x_3, x_1^2)$ (д/з)

м) $A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, x_1 + x_2, x_3)$ (д/з)

ЗАНЯТИЕ № 17. Анализ рентабельности предприятий. Модель Леонтьева

1. Компания добывает нефть и уголь. При добыче 1 тонны угля 7 % расходуется на внутренние нужды, также расходуется 0.14 тонн нефти. При производстве угля оборудования на одну тонну расходуется 0.12 тонн нефти и 0.1 тонна угля. Выяснить, является ли данное производство рентабельным. Определить, сколько всего необходимо добыть угля и нефти (валовой продукт), если поступил заказ на приобретение 144 тонн нефти и 123 тонн угля (конечный продукт).

2. При производстве электроэнергии на внутренние нужды расходуется 1/3 от всей производимой энергии, коэффициент амортизации оборудования 1/12. При производстве соответствующего оборудования расходуется 1/2 условной единицы энергии, коэффициент амортизации оборудования 1/4. Определите, будет ли данное производство рентабельным. Какое количество энергии и оборудования необходимо произвести, чтобы обеспечить продажу 4000 усл. ед. энергии и 5000 единиц оборудования.

3. В таблице приведены данные об исполнении баланса за отчётный период

Отрасль		потребление		Конечный продукт	Валовый выпуск
		Энергетик	машиностроение		
Производство	энергетика	7	21	72	100
	Машиностроение	12	15	123	150

Вычислить необходимый объём валового выпуска каждой отрасли, если конечное потребление в энергетической отрасли возрастёт в два раза, а в машиностроении сохранится на прежнем уровне.

ЗАНЯТИЕ № 18. Собственные векторы и собственные значения в экономике

1. Найти собственные векторы и собственные значения для линейных операторов из занятия 16.
2. Определить продуктивность производственных матриц из занятия 17 методом собственных значений.
3. Структурная матрица торговли трех стран S_1, S_2, S_3 имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти соотношение национальных доходов стран для сбалансированной торговли

ЗАНЯТИЕ № 19. Выступления с докладами

ЗАНЯТИЕ № 20. Контрольная работа

9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Соколов Г.А. Линейные целочисленные задачи оптимизации : учеб. пособие. — М. : ИНФРА-М, 2020. — 132 с. (<https://znanium.com/read?id=359429>)
2. Малугин В. А. Количественный анализ в экономике и менеджменте: Учебник / Малугин В.А., Фадеева Л.Н. - М.:НИЦ ИНФРА-М, НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 615 с. (<https://znanium.com/read?id=167401>)
3. Мастяева И.Н., Горемыкина Г.И., Семенихина О.Н. Методы оптимальных решений. - М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2018. – 384 с. (<https://znanium.com/catalog/product/944821>)
4. Вентцель (И. Грекова), Е.С. Введение в исследование операций : [16+] / Е.С. Вентцель (И. Грекова). – Москва : Издательство Советское радио, 1964. – 392 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=473745>

Дополнительная литература

1. Рыков В.В. Основы теории массового обслуживания (Основной курс: марковские модели, методы марковизации) : учебное пособие / В.В. Рыков, Д.В. Козырев. — Москва : ИНФРА-М, 2021. — 223 с. (Режим доступа. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/129032>)
2. Измаилов А. Ф., Солодков В. М. Численные методы оптимизации М: Физматлит, 2008. – 320 с. (http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=69317)
3. Колемаев В.А. Математические методы и модели исследования операций: учебник. - М: Юнити-Дана, 2015. – 592 с. (Электронный ресурс: «Университетская библиотека онлайн», режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=114719)
4. Белько И.В. Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование: учебное пособие / И.В. Белько, И.М. Морозова, Е.А. Криштапович. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 299 с. : ил. — (Высшее образование: Бакалавриат). - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1862599>
5. Горбовцов Г.Я. Исследование операций в экономике: учебное пособие М.: Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2006. – 117 с. (Электронный ресурс: «Университетская библиотека онлайн» http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=90615)

Интернет-ресурсы


- ЭБС ZNANIUM.COM <http://znanium.com>
- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://biblioclub.ru>
- Электронная библиотека <http://lib.mexmat.ru/books/75829> (свободный доступ)

- Электронная библиотека <http://www.razym.ru> (свободный доступ)
- http://nsportal.ru/sites/default/files/2012/12/10/tvorcheskiy_proekt_po_matematike_na_temu.docx (Дата обращения: 01.04.2015).

Лист согласования рабочей программы
учебной дисциплины (практики)

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование
Профиль: Математика. Экономика
Рабочая программа Введение в экономико-математическое моделирование
Составитель: Н.В. Глухова – Ульяновск: УлГПУ, 2023.

Программа составлена с учетом федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль подготовки «Математика. Экономика» утверждённого Министерством образования и науки Российской Федерации, и в соответствии с учебным планом.

Составители  Н.В. Глухова (подпись)

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) одобрена на заседании кафедры высшей математики «23» мая 2023г., протокол № 10

Заведующий кафедрой

 И.В. Столярова 23.05.23

личная подпись

расшифровка подписи

дата

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) согласована с библиотекой

Сотрудник библиотеки

 Ю.Б. Марсакова 18.05.23

личная подпись

расшифровка подписи

дата

Программа рассмотрена и одобрена на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования «26» мая 2023г., протокол № 5

Председатель ученого совета факультета физико-математического и технологического образования

 Е.М. Громова 26.05.23

личная подпись

расшифровка подписи

дата