Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«24» июня 2022 г.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ

Программа учебной дисциплины модуля «Исследование операций и информационные технологии в практической деятельности» основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование,

направленность (профиль) образовательной программы
Информатика

(заочная форма обучения)

Составитель: Глухова Н.В.,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от «25» марта 2022 г. № 5

Ульяновск, 2022

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математические методы решения практических оптимизационных задач» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1. Дисциплины (модули) модуля «Исследование операций и информационные технологии в практической деятельности» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы «Информатика», заочной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках дисциплин Финансово-экономический практикум, Нормативно-правовые основы профессиональной деятельности и антикоррупционное поведение, Методы исследовательской и проектной деятельности.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик: Научно-исследовательская работа, Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена, Выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины подготовка учителя к преподаванию профессиональных предметов, подготовка к оптимальному использованию материальных и трудовых ресурсов.

Задачей освоения дисциплины является формирование умений решать оптимизационные профессиональные задачи, глубже ознакомится с экономическими методами, сформировать представление о роли математических методов и информационных технологий в экономике, в оптимальном использованием ресурсов в управлении предприятием и в иной экономической деятельности.

В результате освоения программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	Знает	Умеет	Владеет
УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений УК-2.2. Оценивает вероятные риски и ограничения, определяет	ОР-1. Знает разновидности рисков и ограничений в проектной деятельности; техники цифрового моделирования	ОР-2. Умеет проектировать процесс решения каждой задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений	

ожидаемые результаты решения поставленных задач			
УК-6. Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни УК-6.2. Критически оценивает эффективность использования времени и других ресурсов при реализации траектории саморазвития		ОР-3. Умеет критично оценивать личностные ресурсы (включая временные) при проектировании и реализации траектории своего развития	
УК-9. Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности УК-9.2. Применяет методы личного экономического и финансового планирования для достижения текущих и долгосрочных финансовых целей, использует финансовые инструменты для управления личными финансами (личным бюджетом), контролирует собственные экономические и финансовые риски		ОР-4. Умеет осуществлять личное экономическое и финансовое планирование для достижения текущих и долгосрочных финансовых целей	

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Всего		Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Трудоемк.		Лекции, час.	Практические занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Лабораторные занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Самостоят. работа, час.	
	Зач. ед.	Часы							
7	3	108	4	10	-	-	-	67	экзамен (27)
Итого:	3	108	4	10	-	-	-	67	

Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель-ная работа
7 семестр				
Общие сведения об исследовании операций, линейные и нелинейные оптимизационные задачи	2	2	-	20
Линейное программирование в оптимизации	-	4	-	17
Динамическое программирование в оптимизации	-	4	-	20
Оптимизация кадрового состава с помощью методов теории случайных процессов	2	-		10
Экзамен	-	-	-	27
Всего по дисциплине:	**4**	**10**	**-**	**94**

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

1. Общие сведения об исследовании операций, линейные и нелинейные оптимизационные задачи

Примеры экономических задач на оптимизацию с ограничениями в виде равенств и неравенств. Построение математической модели и определение целевой функции.

Интерактивная форма – урок дискуссия. Транспортная задача, задача об оптимальном назначении. Задача рационального использования ресурсов. Линейное и нелинейное программирование. Квадратичное программирование. Теорема Куна-Такера.

2. Линейное программирование в оптимизации

Графические методы решения экономических задач. Анализ моделей на чувствительность. Графоаналитический метод решения задач линейного программирования. Анализ чувствительности модели к изменениям ограничений. Теневые стоимости. Возможности расширения производства и переподготовки кадров. Оценка допустимых затрат. Графический метод решения задач дискретного программирования. Интерактивная форма: решение задач линейного программирования с помощью компьютерных программ. Симплекс-метод в оптимизации. Двойственные задачи.

3. Динамическое программирование в оптимизации

Цели и задачи динамического программирования. Основные этапы решения методом динамического программирования. Идея обратной прогонки, принцип оптимальности Беллмана. Примеры применения динамического программирования к задаче о нахождении кратчайшего пути, об оптимальном инвестировании, о замене оборудования на предприятии, о найме сезонных рабочих, об оптимальной загрузке. Урок – деловая игра. Принятие решения об оптимальном инвестировании, о найме.

4.Оптимизация кадрового состава с помощью методов теории случайных процессов

Марковские процессы. Стационарные, ординарные потоки событий, простейшие потоки. Системы массового обслуживания с отказами и очередями, определение оптимальной численности персонала, элементы теоретико-игровых методов в принятии решений и в разрешении конфликтных ситуаций.

3. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания

по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:
- подготовки к устным докладам;
- подготовка к защите проекта;
- решение задач по дисиплине.

ОС-1. Самостоятельная работа

Предприятие может производить продукцию двух типов, при этом участвуют специалисты двух профессий А и В. Количество специалистов, работающих в фирме, потребности в специалистах, которые требуются для производства 1 тонны продукции каждого типа, а также доход, получаемый организацией от производства одной тонны продукции, заданы в таблице.

Таблица 1.

Специалисты	Потребности в специалистах на 1 тонну продукции		Количество специалистов
	На заказ 1-го вида	На заказ 2-го вида	
А	1	2	6
В	2	1	8
Доход (тыс. руб.)	3	2	

Изучение рынка сбыта показало, что дневной спрос на продукцию второго вида не превышает спрос на продукцию первого вида более чем на 1 тонну, а продукции второго вида никогда не требуется производить более чем 2 тонны в день. Необходимо установить, какое количество заказов каждого вида надо выполнять в день, чтобы доход был максимальным.

ОС-2. Групповое интерактивное задание.

Студенты разбиваются на микрогруппы по 3-4 человека в зависимости от количества студентов в группе, и получают задание разработать план-конспект просветительского или развлекательного мероприятия по тематике динамического программирования (максимально 12 баллов)

Примерные темы:

1. Динамическое программирование в решении кадровых задач
2. Динамическое программирование в инвестировании
3. Динамическое программирование в задаче о замене оборудования
4. Динамическое программирование в задаче о загрузке транспортного средства

- Составлен план-конспект мероприятия, (8 баллов)
- Самостоятельно найден дополнительный материал по теме, составлена презентация (дополнительно 1-4 баллов)

ОС-3. Контрольная работа

Примерный вариант:

1. Подрядчик оценивает минимальные потребности в рабочей силе на каждую из 5 следующих недель: 6, 5, 3, 6 и 8 рабочих соответственно. Содержание избытка рабочей силы обходится в 200 долларов в неделю, а наём рабочих на протяжении недели обходится в 300 $ (за объявление о найме) плюс 100 $ за каждого рабочего в неделю. Составьте оптимальный план найма рабочих, позволяющий минимизировать расходы по найму.

2. На коммутатор с тремя каналами поступает поток звонков (в среднем 3 звонка в минуту), средняя продолжительность разговора – 2 минуты. Если все каналы заняты в момент поступления звонка, то он не обслуживается. Коммутатор работает 14 часов в день (с 8 утра до 10 вечера). Содержание данного коммутатора обходится в 200 рублей в день. Каждый обслуженный звонок приносит прибыль – 50 копеек (без учёта содержание коммутатора). Определите среднюю дневную прибыль от данного коммутатора. Порекомендовали бы Вы увеличить или уменьшить количество каналов?

ОС-4. Индивидуальное творческое задание

Разработать программу элективного курса.

Примерные темы

1. Задачи нелинейного программирования в управлении персоналом
2. Квадратичное программирование. Понятие о квадратичных и билинейных формах.
3. Положительно-определённые квадратичные формы, угловые миноры и способ Якоби приведения квадратичной формы к каноническому виду. Определение максимумов и минимумов с помощью матриц Якоби.
4. Линейные операторы в экономике
5. Применение собственных значений к оценке рентабельности производства
6. Методы динамического программирования в решении задачи о замене оборудования
7. Сетевое планирование и составление расписаний.
8. Теория игр в управлении кадрами.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Глухова Н.В., Череватенко О.И. Линейное программирование в управлении персоналом: учебное пособие для направления подготовки бакалавров 080400.62. – Ульяновск, УлГПУ, 2013. – 70 с.
2. Исследование операций и математические модели в экономике. Лабораторные работы для студентов специальности «Управление персоналом»: учебно-методическое пособие / составитель Н.В. Глухова. – Ульяновск: УлГПУ, 2009. – 44 с.
3. Глухова Н.В. Методы оптимизации использования трудовых ресурсов. Учебное пособие. – Ульяновск, ФГБОУ ВО, 2017. – 50 с.
4. Глухова Н.В. Теория принятия решений: учебное пособие. / Глухова Н.В. – Ульяновск: ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», 2017. – 48 с.

4. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 Самостоятельная работа ОС-2. Интерактивное задание. Деловая игра. ОС-3. Контрольная работа ОС-4. Индивидуальное творческое задание	ОР-1. Знает разновидности рисков и ограничений в проектной деятельности; техники цифрового моделирования ОР-2. Умеет проектировать процесс решения каждой задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений ОР-3. Умеет критично оценивать личностные ресурсы (включая временные) при проектировании и реализации траектории своего развития ОР-4. Умеет осуществлять личное экономическое и финансовое планирование для достижения текущих и долгосрочных финансовых целей
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** ОС-5. Экзамен в форме устного собеседования	

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-5 Экзамен в форме устного собеседования по вопросам

Перечень вопросов к экзамену

1. Построение математических моделей при решении экономических задач. Определение целевой функции.
2. Задача оптимизации использования сырья.
3. Транспортная задача и методы её решения.
4. Графический метод решения задач оптимизации в управлении предприятием.
5. Экономические и управленческие задачи, требующие целочисленности решений.
6. Полностью и частично целочисленные задачи.
7. Метод Гомори (отсекающих плоскостей).
8. Метод ветвей и границ.
9. Цели и задачи динамического программирования.
10. Основные этапы решения методом динамического программирования. Идея обратной прогонки.
11. Принцип оптимальности Беллмана в динамическом программировании.
12. Применение динамического программирования к задаче о нахождении кратчайшего пути.
13. Применение динамического программирования к задаче об оптимальном инвестировании.
14. Марковские процессы. Схема гибели и размножения и примеры её применения в экономической сфере.
15. Классификация систем массового обслуживания. Понятие о простейших потоках.
16. Понятие о стационарном режиме работы системы массового обслуживания. Интенсивность потока заявок. Методика анализа потока на стационарность.
17. Математическая модель системы массового обслуживания (система уравнений Колмогорова-Эрланга и правила ее составления).
18. Системы массового обслуживания с отказами. Определение вероятностей состояний для такой системы в установившемся режиме
19. Системы массового обслуживания с отказами. Абсолютная и относительная пропускная способности.
20. Системы массового обслуживания с отказами. Среднее число занятых каналов, вероятность отказа и простоя в данной системе.
21. Системы массового обслуживания с ограниченной очередью. Ситуации, в которых необходимо искусственное ограничение очереди.
22. Системы массового обслуживания с ограниченной очередью. Расчет вероятностей состояний системы в установившемся режиме.
23. Системы массового обслуживания с ограниченной очередью. Расчет средней длины очереди.
24. Системы массового обслуживания с неограниченной очередью. Критерий, позволяющий выявить неограниченный рост очереди.
25. Системы массового обслуживания с неограниченной очередью. Расчёт вероятностей состояний для системы в установившемся режиме.
26. Системы массового обслуживания с неограниченной очередью, среднее время, проводимое клиентом в очереди. Формула Литтла.
27. Системы массового обслуживания с неограниченной очередью. Определение средней длины очереди
28. Замкнутые системы массового обслуживания.
29. Понятие об упущенной выгоде, простое системы, методы их оценки.
30. Потери, связанных с отказами клиентов от обслуживания из-за излишней занятости системы. Методы их оценки.
31. Методы оптимизации процессов периодического ремонта аппаратуры.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Зачет
7 семестр	Разбалловка по видам работ	2 х 1=2 баллов	5 х 1=5 баллов	229 баллов	64 балла
	Суммарный макс. балл	2 баллов max	7 балла max	236 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Оценка	**Баллы (3 ЗЕ)**
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 и менее

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

ЗАНЯТИЕ № 1. Задачи линейного программирования (ЗЛП)

1. Составить математические модели следующих задач линейного программирования.

1.1. Фирма выпускает два вида продукта в день. Производственный процесс составляет 430 минут в день (5 десятиминутных перерывов при восьми часовом рабочем дне). Для изготовления единицы продукта первого вида требуется одна минута, а единицы второго – две минуты. Продукции первого вида требуется не более 300 единиц в день, а второго – не более 230 единиц в день. Реализация единицы продукции первого вида приносит 2 доллара чистой прибыли, а второго – 3 доллара. Каков оптимальный производства, максимизирующий прибыль, чему равна максимальная прибыль?

1.2. В первой передаче имеется 18 минут рекламного времени, а во второй – 12 минут. Фирма имеет рекламные ролики трёх видов, и на основании анализа рынка считает, что 13 минут времени должно быть отведено для демонстрации роликов, рассчитанных на домохозяек, 7 минут – для демонстрации роликов, рассчитанных на молодёжь, и 10 минут – для демонстрации роликов, рассчитанных на бизнесменов. Известны рейтинги передач: первую передачу смотрят среди всех домохозяек 60 %, среди молодёжи – 50 %, среди бизнесменов – 30 %; для второй передачи соответствующие рейтинги составляют 40, 70 и 20 %. Распределите время показа рекламных роликов между передачами с целью максимизации времени просмотра целевой аудиторией.

Ответ: Ролик для домохозяек все 13 минут показывать в первой передаче, ролик для молодёжи –все 7 минут во второй передаче. Ролик для бизнесменов показывать по 5 минут в каждой передаче.

1.3. Фирма может выполнять работы двух типов. Для выполнения одного заказа первого типа требуется один инженер, 16 рабочих и 9 технологов, а для выполнения одного заказа второго типа – 2 инженера, 6 рабочих и 7 технологов. Выполнение одного заказа первого типа приносит чистую прибыль в 5 тыс. руб., а второго – в 7 тыс. руб. Фирма дала объявление о найме на работу и получила 15 заявлений от инженера, 96 – от рабочих, 69 – от технологов. Какое количество заказов первого и второго типа требуется взять фирме для максимизации прибыли? Какое количество сотрудников следует нанять? Чему равна максимально возможная прибыль?

1.4. (Д/з) На заводе есть два корпуса и три пункта аварийной эвакуации. Время на переход из первого корпуса к первому пункту эвакуации составляет 3 минуты, ко второму – 4 минуты, к третьему 2,5 минуты. Для второго корпуса соответствующие временные затраты составляют 4,5 минуты, 6,5 минут и 3,5 минуты. В первом корпусе работают 600 человек, во втором – 900. Первый пункт может принять 600 человек, второй – 500 человек, третий – 400 человек. Составить оптимальный план эвакуации, минимизирующий суммарное время, необходимое, чтобы все сотрудники добрались до пунктов эвакуации

Ответ: 200 сотрудников из первого корпуса направляются в первый пункт, 400 направляются в третий пункт, из второго корпуса 400 человек направляется в первый пункт и 500 во второй.

1.5 (Д/з) Фирма выпускает два вида изделий. Для изготовления одного изделия первого вида требуется 2 кг металла, а второго вида – 4 кг металла. Изделие первого вида может быть продано по цене 30 тыс. рублей за единицу, а второго – по цене 20 тысяч рублей за единицу, причём первого изделия можно реализовать не более 40 единиц, а второго не более 20. Всего имеется 100 кг металла. Каков оптимальный план производства, максимизирующий доход от продажи данных изделий, чему равна максимальная прибыль доход?

ЗАНЯТИЕ № 2. Решение задач линейного программирования графическим методом

1. Найти максимальное и минимальное значение целевой функции F при заданной системе ограничений графоаналитическим методом. Указать значения x_1, x_2, … ($x_i \geq 0$) при которых достигаются максимальное и минимальное значение.

а) $F = x_1 + 3x_2$

Система ограничений:

$x_1 + 4x_2 \geq 4$

$x_1 + x_2 \leq 6$

$x_2 \leq 2$.

Ответ: Максимум 10 в точке (4, 2), минимум 3 в точке (0, 1).

б) $F = x_2 - x_1$

Система ограничений:

$2x_1 - x_2 + x_3 = 4$

$x_1 - 2x_2 - x_4 = 2$

$x_1 + x_2 + x_5 = 5$.

Ответ: минимум (- 2) в точке (2, 0, 0, 0, 3). Максимум 5 в точке (0, 5, 9, 12, 0).

в) (д/з) $F = 4x_1 + x_3$

Система ограничений:

$x_1 + x_2 + x_3 = 4$

$3x_1 - x_2 - x_4 = 0$

$2x_2 - x_1 \geq 0$.

Ответ: минимум 4 в точке (0, 0, 4, 0 или (1, 3, 0, 0). Максимум 28/3 в точке (8/3, 4/3, 0, 20/3).

г) (д/з) $F = 2x_1 + 3x_2$

Система ограничений:

$x_2 - 2x_1 + 3 \geq 0$

$x_1 + x_2 \geq 2$

$2x_2 - x_1 \geq 0$.

Ответ: минимум 14/3 в точке (4/3, 2/3). Максимум 7 в точке (2, 1).

д) $F = x_1 + 2x_2$

Система ограничений:

$x_1 - x_2 \leq 1$

$x_1 - 2x_2 \leq 1$

Ответ: минимум 0 в точке (0, 0). Максимума не существует.

е) $F = x_1 - x_2$

Система ограничений:

$1 \leq x_1 + x_2 \leq 2$

$2 \leq x_1 - 2x_2 \leq 3$

$1 \leq 2x_1 - x_2 \leq 2$.

Ответ: система ограничений противоречива.

ЗАНЯТИЕ № 4. Решение практических задач графическим методом

Решить задачи 1.1. – 1.5 графоаналитическим методом. Проанализировать задачи на степень чувствительности к изменениям ограничений.

***ЗАНЯТИЕ № 3.* Симплексный метод решения ЗЛП**

Руководство завода завозит новую аппаратуру в два филиала A_1 и A_2. В первый филиал требуется 6 агрегатов, во второй – 9. Вес каждого агрегата 3 тонны. Для перевозки фирма может воспользоваться 3-тонными грузовикам трёх небольших транспортных фирм B_1, B_2 и B_3, первые две из которых располагают 6 грузовиками, а третья – 4 грузовиками. Доставку требуется осуществить в кратчайшие сроки (то есть использовать грузовики

одной и той же фирмы дважды не разрешается). Стоимости перегона каждого грузовика в каждый из филиалов (в тысячах рублей) фирмы определяют следующим образом:

	B_1	B_2	B_3
A_1	3	4	2,5
A_2	4,5	6,5	3,5

Составьте для руководства завода оптимальный план перевозок и заказов транспортным фирмам. Определите наименьшую возможную суммарную стоимость перевозок.

Ответ: Арендовать 6 грузовиков первой фирмы, один из которых направить в первый филиал и 5 во второй, 5 грузовиков второй фирмы (все направить в первый филиал) и 4 грузовика третьей фирмы (все направить во втророй филиал). Минимальные расходы 54, 5 тыс. рубл.

4. Для обеспечения автономного отопления 4 гостиниц используются 3 пункта, поставляющих топливо. Потребности гостиниц в топливе, возможности пунктов поставки топлива (в тоннах) и стоимости (с учётом доставки) одной тонны топлива в каждую гостиницу из соответствующих пунктов поставки (в тысячах рублей) приведены в таблице:

	Гостиница 1	Гостиница 2	Гостиница 3	Гостиница 4	Возможности пунктов поставки топлива
Пункт 1	0,3	0,4	0,5	0,3	900
Пункт 2	0,5	0,4	0.7	0,8	300
Пункт 3	0,4	0,3	0,5	0,4	600
Потребности гостиниц в топливе	350	450	400	500	

Сформулируйте задачу линейного программирования, которую необходимо решить для выбора оптимального плана снабжения отделений топливом.

5. Завод выпускает две модели автомобилей: одну – более дорогую, а вторую – более дешёвую. На заводе работает 1000 неквалифицированных рабочих и 900 квалифицированных, каждому из которых оплачивается 40 рабочих часов в неделю. Изготовление одной дорогой модели требует 30 часов неквалифицированного и 50 часов квалифицированного труда. Изготовление одной более дешёвой модели требует 40 часов неквалифицированного и 20 часов квалифицированного труда. Затраты на сырьё и комплектующие составляют 500 долларов на одну дешёвую модель и 1500 долларов на одну более дорогую. Суммарные затраты завода на сырьё и комплектующие не должны превышать 900 тыс. долларов в неделю. Рабочие, осуществляющие доставку автомобилей могут забирать не более 210 автомобилей в день и работают 5 дней в неделю. Одна модель (более дорогая) приносит заводу 1000 долларов чистой прибыли, а вторая – 500 долларов. Какой объём недельного выпуска моделей каждого типа можно порекомендовать заводу?

Ответ: выпускать 375 моделей первого типа и 675 моделей второго типа. Макс. Прибыль 712500 долларов.

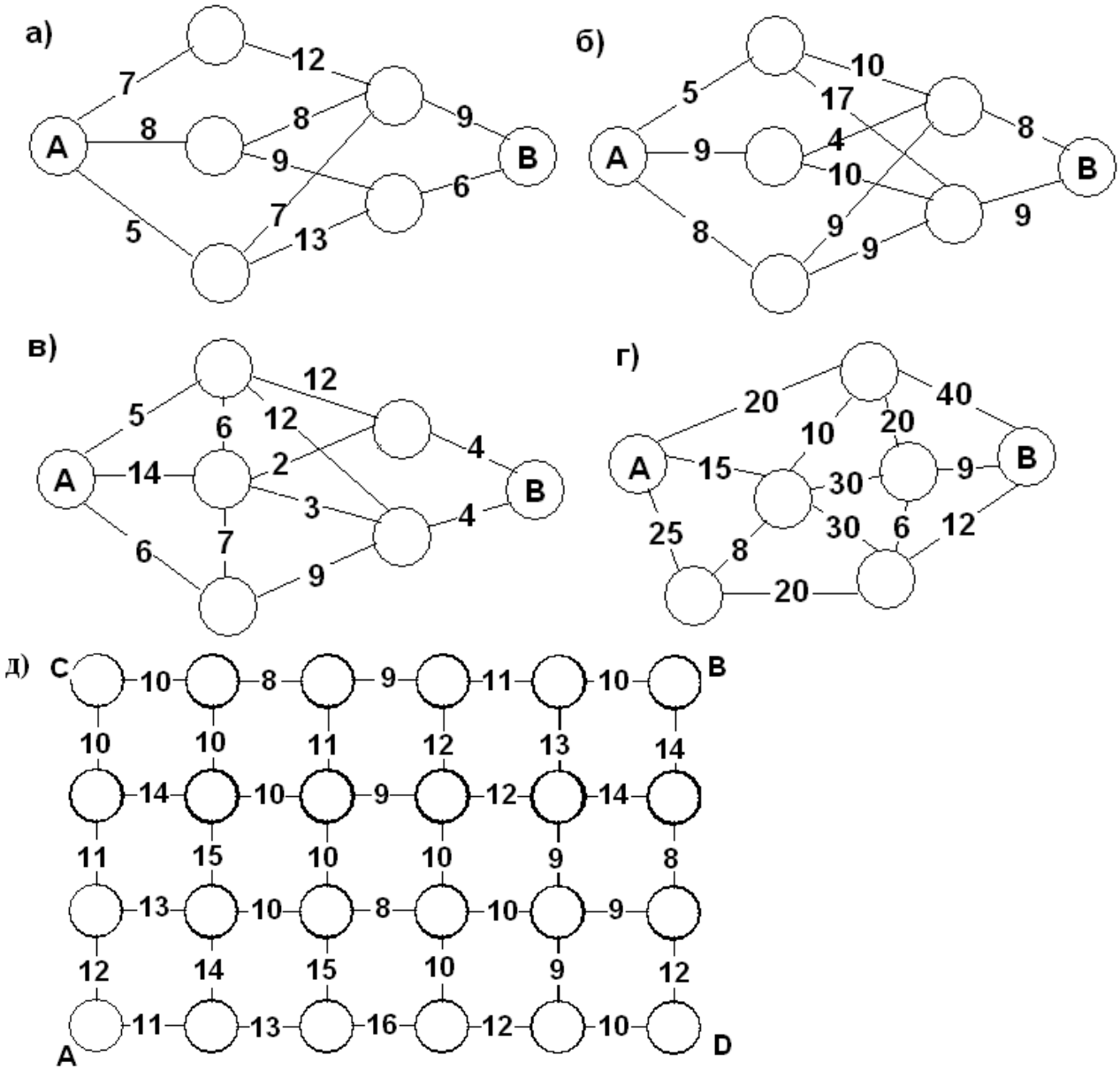
6. В некотором машинном центре производятся два типа изделий, причём на производство изделия первого типа затрачивается 10 минут рабочего времени, а на единицу второго – 12 минут. Суммарное рабочее время машинного центра составляет 2500 минут в день (работы могут осуществляться параллельно на нескольких отдельных машинах). Возможно превышение этого рабочего времени, но в этом случае за каждую дополнительную минуту придётся доплачивать 50 центов. В один рабочий день допустимо производить от 150 до 200 единиц изделий первого типа, но не более 45 единиц второго типа. Доход от продажи единицы первого типа составляет 6 долларов, а второго типа – 7.5 долларов. Составьте оптимальный дневной план выпуска изделий. Что произойдёт, если стоимость за дополнительную минуту возрастёт до 1.5 долларов?

Ответ: выпускать 200 изделий первого типа и 45 изделий второго типа, использую 40 минут дополнительного рабочего времени (на 4 единицы второго типа). Если стоимость дополнительной минуты увеличивается, то дополнительное время не использовать. Производить 196 изделий первого и 45 изделий второго типа.

.

ЗАНЯТИЕ № 4. Общая характеристика методов динамического программирования

1. Дана транспортная схема (расстояния между соседними узлами указаны числами в км).



Найдите длину кратчайшего маршрута от пункта А до пункта В.
2. Пусть на схеме указано количество достопримечательностей на данном маршруте. Составьте экскурсионный маршрут от А до В максимизирующий количество достопримечательностей, встречающихся по дороге.

ЗАНЯТИЕ № 5 Задача о найме сезонных рабочих

1. Потребности фирмы в сезонных рабочих представлены в таблице:

Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь
7	10	8	12	6	10

Реклама о найме обходится в 15 тыс.рублей в месяц, зарплата рабочему – 10 тыс. рублей в месяц. При увольнении выплачивается компенсация 5 тыс. рублей. Составить оптимальный план найма.

2. Некоторая туристическая фирма оценивает потребности в гидах следующим образом: на май месяц – 5 человек, на июнь – 6 человек, на июль – 8 человек, на август – 4 человека, на сентябрь 6 человек. Содержание избытка рабочей силы обходится фирме в 300 $ в месяц за каждого лишнего человека, а наём рабочих на протяжении месяца обходится в 400 $ в месяц (за объявление о найме) плюс 200 $ в месяц за человека (на обучение). Составьте оптимальный план найма рабочих, позволяющий минимизировать расходы по найму.

3. (д/з) Подрядчик оценивает минимальные потребности в рабочей силе на каждую из 5 следующих недель: а) 5, 7, 8, 4 и 6 рабочих соответственно. Содержание избытка рабочей силы обходится в 300 долларов в неделю, а наём рабочих на протяжении недели обходится в 400 $ (за объявление о найме) плюс 200 $ за каждого рабочего в неделю. Составьте оптимальный план найма рабочих, позволяющий минимизировать расходы по найму.

б) решить ту же задачу, если потребности в рабочей силе составят 6, 5, 3, 6 и 8.

6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Соколов Г.А. Линейные целочисленные задачи оптимизации : учеб. пособие. — М. : ИНФРА-М, 2020. — 132 с. (http://znanium.com/bookread2.php?book=1106387)
2. Малугин В. А. Количественный анализ в экономике и менеджменте: Учебник / Малугин В.А., Фадеева Л.Н. - М.:НИЦ ИНФРА-М, НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 615 с. (http://znanium.com/bookread2.php?book=558504)
3. Мастяева И.Н., Горемыкина Г.И., Семенихина О.Н. Методы оптимальных решений. - М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. – 384 с. (http://znanium.com/bookread2.php?book=521453)
4. Вентцель (И. Грекова), Е.С. Введение в исследование операций : [16+] / Е.С. Вентцель (И. Грекова). – Москва : Издательство Советское радио, 1964. – 392 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=473745

Дополнительная литература

1. Рыков В.В. Основы теории массового обслуживания (Основной курс: марковские модели, методы марковизации) : учебное пособие / В.В. Рыков, Д.В. Козырев. — Москва : ИНФРА-М, 2021. — 223 с. (Режим доступа. - URL: https://znanium.com/catalog/product/129032)
2. Измаилов А. Ф., Солодков В. М. Численные методы оптимизации М: Физматлит, 2008. – 320 с. (http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=69317)

3. Колемаев В.А. Математические методы и модели исследования операций: учебник. - М: Юнити-Дана, 2015. – 592 с. (Электронный ресурс: «Университетская библиотека онлайн», режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=114719
4. Белько И.В. Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование: учебное пособие / И.В. Белько, И.М. Морозова, Е.А. Криштапович. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 299 с. : ил. — (Высшее образование: Бакалавриат). - URL: https://znanium.com/catalog/product/1862599 (https://znanium.com/read?id=395044)
5. Горбовцов Г.Я. Исследование операций в экономике: учебное пособие М.: Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2006. – 117 с. (Электронный ресурс: «Университетская библиотека онлайн» http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=90615

– **Интернет-ресурсы**

– ЭБС ZNANIUM.COM http://znanium.com
– ЭБС «Университетская библиотека онлайн» http://biblioclub.ru
– Электронная библиотека http://lib.mexmat.ru/books/75829 (свободный доступ)
– Электронная библиотека http://www.razym.ru (свободный доступ)