Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«25» июня 2021 г

ВВЕДЕНИЕ В АЛГЕБРУ

Программа учебной дисциплины Предметно-методического модуля

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.01 Педагогическое образование,

направленность (профиль) образовательной программы
Математика

(заочная форма обучения)

Составитель: Глухова Н.В.,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от 21.06.2021 №7

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Введение в алгебру» относится к дисциплинам обязательно части, Блока 1. Дисциплины (модули) Предметно-методического модуля учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы «Математика», заочной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик: Алгебра и теория чисел, Математическая логика и теория алгоритмов, Дифференциальные уравнения, Динамические системы, Теория функции комплексного переменного, Основы комплексного анализа, методы комплексного анализа в решении задач вещественного анализа, Геометрия, Предметный практикум по математике, Учебная (научно-исследовательская работа, получение первичных навыков научно-исследовательской работы) Курсовая работа №1 и для прохождения государственной итоговой аттестации

Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины является подготовка учителя к будущей профессиональной деятельности: формирование способности к преподаванию учебных предметов по профилю.

Задачей освоения дисциплины является закрепление умений проводить математические преобразования выражений, отработка понятийного аппарата математики, техники проведения математических расчетов, формирование и закрепление умения проводить строгие абстрактно-логические доказательства.

В результате освоения программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	Умеет	владеет
ПК-12 - Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения), анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций.			
ПК-12.1. Знает формулировки определений,	ОР-1. Основные понятия дисциплины,	ОР-2 Решать задачи по дисциплине,	

содержательное значение терминов и понятий предметной области, правила и алгоритмы оперирования с объектами предметной области, понимает взаимосвязь между структурными элементами; имеет представление о функциях и практическом применении изучаемых объектов. ПК-12.2. Умеет выделять и анализировать структурные элементы, входящие в систему познания предметной области; определять логическую взаимосвязь между компонентами предметной области; строить логически верные и обоснованные рассуждения; решать задачи предметной области.	определения, содержательное значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и решения задач	проводить доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения	
ОПК-2 Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий). ОПК-2.2. Проектирует индивидуальные образовательные		ОР -3. проектировать фрагменты	

маршруты освоения программ учебных курсов, дисциплин (модулей), программ дополнительного образования в соответствии с образовательными потребностями обучающихся.		программ учебных курсов, дисциплин, программ дополнительного образования, а также индивидуальных образовательных маршрутов с учетом образовательных потребностей обучающихся	

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час	Практические занятия, час	Лабораторные занятия, час	Самостоят. работа, час	
	Трудоемк.						
	Зач. ед.	Часы					
1	3	108	4	10	-	67	экзамен (27)
Итого:	3	108	4	10	-	67	

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1 .Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель-ная работа
1 семестр				
Линейная алгебра	2	6		33
Комплексные числа	2	4		34
Экзамен				27

Всего по дисциплине:	4	10		94

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса

1. Линейная алгебра

Матрицы и операции над ними, свойства операций. Подстановки. Определители и их свойства. Понятие об обратимых матрицах. Вычисление обратных матриц. Матричные уравнения. Линейная зависимость и независимость конечной системы векторов. Ранг и базис системы векторов. Способ Гаусса решения систем.

2. Комплексные числа

Поле комплексных чисел как расширение поля действительных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа. Операции над комплексными числами. Решение уравнений второй степени над полем комплексных чисел. Геометрическое представление комплексных чисел.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестов, контрольных и самостоятельных работ.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовки к устным докладам;
- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение групповых интерактивных заданий

ОС-1. Самостоятельная работа

Примерный вариант .

Решить систему

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - \quad x_4 &= 1, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + \ 3x_4 &= 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 11x_4 &= -4. \end{aligned}$$

ОС-2 Контрольная работа

Примерный вариант:

1) Решить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ (10 баллов)

2) Найти общее решение системы и фундаментальную систему решений (11 баллов):

$2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0$

$3x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0$

$4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 = 0$

3) Найти размерность и какой-либо базис системы векторов (11 баллов):

a_1 (1,1,0,0), a_2 (1,-1,1,-1), a_3 (1,0,0,-1); a_4(2, 0, 1, -1).

ОС-3. Групповое интерактивное задание.

Студенты разбиваются на микрогруппы по 4 человека и готовят доклад по темам

1. Булевы алгебры
2. Группы и алгебры матриц
3. Конечные группы
4. Образующие элементы групп
5. Алгебраические основы теории кодирования
6. Применения теории групп
7. Группы Галуа и поля Галуа
8. Применение колец классов вычетов в компьютерной алгебре
9. Теория представления групп и ее применение в информатике
10. Применение комплексных чисел к решению уравнений 3 степени.
11. Применение комплексных чисел к решению уравнений 4 степени

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Глухова Н.В., Гришина С.А., Еремеева А.Н., Куренева Т.Н., Рацеев С.М., Череватенко О.И. Алгебра. Часть 1.Основы высшей алгебры. Учебное пособие. – Ульяновск, ФГБОУ ВО, 2017. – 30 с.
2. Глухова Н.В., Череватенко О.И. Алгебра. Часть 2. Линейная алгебра: учебное пособие. – Ульяновск: ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», 2018. – 44 с.
3. Глухова Н.В., Череватенко О.И., Гришина С.А., Баринова И.В., Куренева Т.Н. Алгебра. Часть 3. Основы алгебраических структур: учебное пособие. / Глухова Н.В., Череватенко О.И., Гришина С.А., Баринова И.В., Куренева Т.Н. – Ульяновск: ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», 2017. – 26 с.
4. Глухова Н.В., Череватенко О.И. Алгебра. Часть 4. Алгебра многочленов Учебное пособие. – Ульяновск, ФГБОУ ВО, 2017. – 42 с.

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 Самостоятельная работа ОС-2 Контрольная работа ОС-3. Выступление с докладами (интерактивное задание)	ОР-1. Знает оновные понятия дисциплины, определения, содержательное значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и решения задач ОР-2. Умеет решать задачи по дисциплине, проводить доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения ОР -3. проектировать фрагменты программ учебных курсов, дисциплин, программ дополнительного образования, а также индивидуальных образовательных маршрутов с учетом образовательных потребностей обучающихся
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** ОС-4 Экзамен в форме устного собеседования	

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-4 Экзамен в форме устного собеседования
Примерные вопросы к экзамену

1. Матрицы и операции над ними (свойства операций, примеры)
2. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу. Вычисление определителя при помощи разложения по строке или столбцу (пример).
3. Основные свойства определителей (с доказательствами). Примеры вычисления определителя при помощи основных свойств.
4. Обратная матрица. Формула для вычисления обратной матрицы с доказательством. Пример.
5. Ранг матрицы и системы векторов. Пример вычисления ранга.
6. Системы линейных уравнений, понятия о совместности, определённости систем, эквивалентности, элементарных преобразованиях систем. Предложение о поведении системы линейных уравнений при элементарных преобразованиях.
7. Теорема Кронекера – Капелли. Способ Гаусса решения систем линейных уравнений. Понятие об общем и частном решении системы.
8. Системы линейных уравнений, понятия о совместности, определённости систем, эквивалентности, элементарных преобразованиях систем. Предложение о поведении системы линейных уравнений при элементарных преобразованиях.
9. Бинарные отношения, виды примеры. Отношение эквивалентности.
10. Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности.
11. Задание отношения эквивалентности с помощью разбиения множества на части.
12. Задание разбиения множества с помощью отношения эквивалентности.
13. Отношение порядка, определение строгого порядка, линейного порядка, вполне упорядоченного множества, примеры.
14. Понятие о наибольшем, наименьшем, максимальном и минимальном элементах. Доказательство единственности наибольшего и наименьшего элементов.
15. Определение бинарной операции, полугруппы, моноида, нейтрального элемента, симметричного элемента. Свойства нейтральных и симметричных элементов.
16. Группы, коммутативные группы, примеры. Свойства групп.
17. Определение подгруппы, примеры. Доказательство критерия подгруппы.
18. Кольца (определение, примеры, простейшие свойства, связанные с операцией умножения).
19. Определение подкольца. Доказательство критерия подкольца.
20. Кольцо классов вычетов.
21. Определение поля, простейшие свойства, примеры.
22. Определение подполя, доказательство критерия подполя, примеры.
23. Поле комплексных чисел.
24. Алгебраическая форма комплексного числа. Однозначность представления числа в алгебраической форме.
25. Определение комплексно-сопряжённого числа. Простейшие свойства операции комплексного сопряжения. Арифметические действия над комплексными числами в алгебраической форме.
26. Определение и геометрический смысл аргумента и модуля комплексного числа. Геометрическое представление комплексных чисел в декартовой и полярной системе координат.
27. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Формулы связи между ними. Примеры перехода от одной формы записи к другой.
28. Тригонометрическая форма комплексного числа, умножение и деление чисел в тригонометрической форме (с доказательством), формула Муавра.
29. Комплексные корни из единицы как мультипликативная группа, определение первообразного корня из единицы.
30. Корни n-ой степени из комплексного числа. Вывод формулы для извлечения комплексных корней, примеры.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
1 семестр	Разбалловка по видам работ	2 х 1=2 баллов	5 х 1=5 баллов	229 баллов	64 балла
	Суммарный макс. балл	2 баллов max	7 балла max	236 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Оценка	**Баллы (3 ЗЕ)**
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 и менее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы лабораторных (практических) занятий

ПЗ – 1. Действия над матрицами и определители.

1. Чему равен определитель матрицы

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

интерактивные формы - работа по микрогруппам: студенты составляются в микрогруппах по три человека, каждый составляет матрицу размера 3x3, затем перемножает матрицы двух других студентов в микрогруппе, вычисляет определитель получившейся матрицы, затем совместно проверяют свойство определителя произведения. При наличии времени тоже выполняется с матрицами размера 2x2.

2. Вычислить произведение и найти определитель каждой матрицы, входящей в произведение, и результата умножения.

а) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 6 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ -4 & -2 & -6 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & 3 & 9 & -3 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ -4 & -2 & -6 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & 3 & 9 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ -4 & -2 & -6 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & 3 & 9 & -3 \end{pmatrix}$.

3. Вычислить ранги следующих матриц:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & -1 & 3 & -3 \\ 2 & 3 & 2 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & -1 & -9 & 21 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 8 & 5 & 3 & 7 & 1 \\ 4 & 6 & 7 & 9 & 11 \\ 3 & 0 & -1 & 2 & 7 \\ 15 & 11 & 9 & 13 & 19 \\ 17 & 10 & 2 & -5 & 6 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ -5 & -4 & -1 \end{pmatrix}$,

г) (д/з) $\begin{pmatrix} 4 & -8 & 7 \\ 2 & 7 & -2 \\ 6 & -1 & 5 \\ 2 & -15 & 9 \end{pmatrix}$, д) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, е) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & 3 \\ -3 & -2 & 0 & 2 \\ -3 & -2 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ж) (д/з) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

ПЗ-2. Обратные матрицы

1. Найти матрицу обратную к матрице, если она существует:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ -5 & -4 & -1 \end{pmatrix}$, г) (д/з) $\begin{pmatrix} 4 & -8 & 7 \\ 2 & 7 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$,

д) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, е) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & 3 \\ -3 & -2 & 0 & 2 \\ -3 & -2 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ж) (д/з) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Решить матричное уравнение:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$,

б) $A(1 \quad 2) = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$,

в) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$,

г) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

ПЗ-3. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса (неоднородные системы)

Фронтально и у доски разбираются задачи 39 (нечётные), 40, 41.

1.Решаются системы:

$$\begin{aligned} 4x_1 + 3x_2 - 3x_3 - x_4 &= 4, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 &= 1, \\ 3x_1 + x_2 - x_4 &= 0, \\ 5x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 &= 3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 - x_3 + 2x_4 &= 3, \\ 3x_1 + 5x_2 + 9x_3 - 4x_4 &= -8, \\ 4x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 &= 14. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_3 + x_4 &= 2, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 &= 1, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 &= -1 \\ 9x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 &= 2, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 &= 1, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 3x_4 &= -1, \\ 6x_1 + 13x_2 - 10x_3 - 7x_4 &= 3, \\ 2x_1 - 23x_2 + 12x_3 - 13x_4 &= -5, \\ x_1 + 9x_2 - 5x_3 + x_4 &= 2. \end{aligned}$$

ПЗ 4. Поле комплексных чисел, алгебраическая форма комплексного числа

Осуществляется разбор домашнего задания (проверка ответов, выяснение вопросов).

1.1. Вычислите:

а) $(7 - 3i)^3$; б) $\dfrac{2-5i}{1-\sqrt{3}i}$; в) $\dfrac{z-\bar{z}}{2}$; г) i^5; д) i^{228}; е) i^{137}.

1.2. Вычислите:

а) $(2 + i)^2$; б) $\dfrac{(1+2i)^3-(1-i)^3}{(3+2i)^3-(2+i)^3}$; в) $\dfrac{z+\bar{z}}{2}$; г) i^8; д) i^{65}; е) i^{235}.

1.3. Вычислите для любого целого n

а) $\dfrac{(1+i)^n}{(1-i)^n}$; б) $\dfrac{(1+i)^{n+2}}{(1-i)^n}$

1.4. Докажите, что сумма, произведение, частное комплексно-сопряжённых равна комплексно-сопряжённому соответственно к сумме, произведению и частному данных чисел.

1.5. Изобразите на комплексной плоскости числа

а) 2+4i; б) 4+2i; в) –3 – 5i; г) – i;

д) 2 – i; е) – 2 + i; ж) – 2; з) i.

1.6. Запишите числа комплексно-сопряжённые данным и на комплексной плоскости постройте векторы, изображающие данные числа и комплексно-сопряжённые с ними.

а) z = 3 + i; б) z = 3 - i; в) i; г) i – 3; д) 3; е) –5i.

1.7. На комплексной плоскости заштрихуйте все точки z, удовлетворяющие условиям

а) $|z| < 1$;
б) $|i - z| < 1$;
в) $|z| \geq 1$;
г) $|z + i| = 3$;
д) $\arg z = \frac{\pi}{4}$;
е) $|z - 1|^2 + |z + 1|^2 = 4$;
ж) $|z - i| < |z + 2 - 3i|$;
з) $\arg z = \pi$;
и) $\begin{cases} |z - i| = 1 \\ \arg z = \frac{\pi}{2} \end{cases}$;
к) $|z| < |z/2| + 1$;
л) $|z - 1 + i| \leq 2$.
м) $\operatorname{Im} z \geq 3$
н) $-1 \leq \operatorname{Re} z \leq 0$
1.8. Представьте следующие числа в тригонометрической форме:
а) $1, -i$, б) $1 - i$, в) $-1 - \sqrt{3}i$, г) $-2 + 7i$, д) $\sin\alpha - i\cos\alpha$,
е) $i, -1$, ж) $1 + i$, з) $\sqrt{3} - i$, и) $5i$, к) $3 - 5i$, л) $-\cos\alpha + i\cos\alpha$.

ПЗ-5. Действия над числами в тригонометрической форме.
Осуществляется разбор домашнего задания (проверка ответов, выяснение вопросов). Фронтально и у доски разбираются задачи 189 (4 – 6), 190 (1, 2), 192 (1, 2, 7, 8), 193, 194, 198, 199.
1. Вычислите с помощью перехода к тригонометрической форме:
а) $(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i)(-\frac{\sqrt{2}}{6} + i\frac{\sqrt{6}}{6})$; б) $(6 + 2i\sqrt{3})(-3 - 3i)$
в) $\frac{1+i}{3+i3\sqrt{3}}$; г) $\frac{-2+i2\sqrt{3}}{1+i\sqrt{3}}$; д) $(\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2})^{10}$; е) $(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i)^6$
ж) $\frac{(\sqrt{3}-i)^4(1+i)^5}{(1+i\sqrt{3})}$; з) $\frac{(i+\sqrt{3})^5}{(i-1)^6}$.
2. Найдите корни n-ой степени из 1
а) $n = 3$; б) $n = 4$; в) $n = 2$; г) $n = 6$.
3. Вычислите и результат представьте в тригонометрической форме:
а) $\sqrt{\frac{3-3i}{i+\sqrt{3}}}$; б) $\sqrt{\frac{-2-2i}{i-1}}$; в) $\sqrt[5]{\frac{1-i}{-2+2i\sqrt{3}}}$; г) $\sqrt[3]{\frac{-1+i}{1+\sqrt{3}i}}$.
4. Вычислите и результат представьте в алгебраической форме:
а) $\sqrt{-3+4i}$; б) $\sqrt{15+8i}$
5. Решите уравнения:
а) $x^2 + 2x + 3 = 0$;
б) $x^4 - 6x^2 + 25 = 0$;
в) $x^2 - (3 + 2i)x + 5 + i = 0$.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Линейная алгебра. Линейные операторы. Квадратичные формы. Комплексные числа: Учебное пособие / Рубашкина Е.В. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 38 с. (URL: https://znanium.com/catalog/product/544419.
2. Смолин Ю. Н. Алгебра и теория чисел: учеб. пособие / Ю. Н. Смолин. — М. : ФЛИНТА : Наука, 2017. — 464 с. (http://znanium.com/bookread2.php?book=1034573
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру (в 3 томах). – М.: МЦНМО. – 2009. (Электронный ресурс. – «Университетская библиотека онлайн», Режим доступа: Том 1.Основы алгебры – 273 с: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=63140
4. Кострикин А.И. Введение в алгебру (в 3 томах). – М.: МЦНМО. – 2009. (Электронный ресурс. – «Университетская библиотека онлайн», Режим доступа: Кострикин А.И. Введение в алгебру (в 3 томах). – М.: МЦНМО. – 2009. (Электронный ресурс. – «Университетская библиотека онлайн», Режим доступа: Том 2. Линейная алгебра – 368 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=63144
5. Кострикин А.И. Введение в алгебру (в 3 томах). – М.: МЦНМО. – 2009. (Электронный ресурс. – «Университетская библиотека онлайн», Режим доступа: Том 3. Основные структуры алгебры – 272 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=62951)

Дополнительная литература

1. Курош А. Г. Теория групп. М.: Физматлит, 2011 – 805 с. (Электроный ресурс «Университетская библиотека онлайн», режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=457669)
2. Ильин, В. А. Линейная алгебра [Текст] : [Учеб. для физ. спец. и спец. "Прикладная математика"] / В. А. Ильин ; Э.Г. Поздняк. - М. : Физматлит, 2010. - 278 с. (Электронный ресурс «Университетская библиотека онлайн», режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=68974)

Интернет-ресурсы

http://www.mathnet.ru Общероссийский математический портал