Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«25» июня 2021 г.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Программа учебной дисциплины Предметно-методического модуля

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Информатика

(очная форма обучения)

Составители:
Сибирева А.Р., к.ф.-м.н, доцент, доцент кафедры высшей математики
Фолиадова Е.В., к.ф.-м.н, доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от
«21» июня 2021г. №7

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной» относится к дисциплинам Блока 1. Дисциплины (модули), Б1.О Обязательная часть, Б1.О.06 Предметно-методического модуля учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Информатика», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса «Алгебра и начала математического анализа» или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования. Изучение дисциплины взаимосвязано с рядом дисциплин учебного плана: («Алгебра», «Геометрия»), а также иными математическими дисциплинами базовой и вариативной частей программы, изучение дисциплины является продолжением дисциплины «Введение в математический анализ», на втором курсе продолжается дисциплиной «Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных». Курс математического анализа дополняется и поддерживается дисциплинами по выбору студента (углубленное изучение отдельных тем и вопросов). Курс математического анализа является предшествующим для дисциплин: «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Основы комплексного анализа», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Численные методы»; для ряда разделов алгебры (например, теории многочленов) и геометрии (например, дифференциальной геометрии), а также дисциплины по выбору «Избранные вопросы математического анализа», «Теория функции действительного переменного», «Теория линейных операторов».

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик: Производственная (педагогическая) Преподавательская, Учебная (технологическая) Предметный практикум решения задач по математике.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Цель дисциплины «Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной» – освоение бакалавром системы базовых понятий, идей и методов классического математического анализа, формирование навыков решения задач, умения оперировать математическим аппаратом, развитие абстрактно-логического мышления, подготовка к преподаванию школьных курсов математики.

Задачи дисциплины связаны с формированием общекультурных и профессиональных компетенций и включают формирование логической и алгоритмической культуры, системных знаний по базовым разделам современной математики, представлений о структуре математического знания в целом.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
ПК-12 - Способен выделять структурные элементы, входящие			

в систему познания предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения), анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций. ПК-12.1. Знает формулировки определений, содержательное значение терминов и понятий предметной области, правила и алгоритмы оперирования с объектами предметной области, понимает взаимосвязь между структурными элементами; имеет представление о функциях и практическом применении изучаемых объектов. ПК-12.2. Умеет выделять и анализировать структурные элементы, входящие в систему познания предметной области; определять логическую взаимосвязь между компонентами предметной области; строить логически верные и обоснованные рассуждения; решать задачи предметной области. ПК-12.3. Владеет профессиональной терминологией и	ОР-1. Основные понятия дисциплины, определения, содержательное значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и решения задач	ОР-2 Решать задачи по дисциплине, проводить доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения	

основами профессиональной речевой культуры; методами доказательных рассуждений; методами анализа изучаемых объектов, методами систематизации и структурирования знаний в предметной области, основами моделирования в предметной области.			
ПК-14. Способен устанавливать содержательные, методологические и мировоззренческие связи предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) со смежными научными областями ИПК-14.1. Знает роль и возможности применения аппарата предметной области в смежных научных областях, их методологическое и мировоззренческое значение; имеет представление о междисциплинарных связях, научных методах смежных областей ИПК-14.2. Умеет определять роль полученных знаний для смежных областей и для школьного курса, применять полученные знания в решении прикладных задач.	ОР-3. возможности применения полученных сведений к решению задач школьного курса математики, а также в смежных научных областях	ОР-4. решать задачи школьного курса математики повышенной сложности, решать и составлять прикладные задачи по дисциплине	

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час	Практические занятия, час	Лабораторные занятия, час	Самостоят. работа, час	
	Трудоемк.						
	Зач. ед.	Часы					
2	3	108	18	30	-	60	зачет
Итого:	3	108	18	30	-	60	

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1.Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ п/п	Наименование разделов и тем (с разбивкой на модули)	Количество часов по формам организации обучения			
		Лекционные занятия	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа
2-й семестр					
1.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной: приложения к исследованию функций	4	-	8	12
2.	Интегральное исчисление функций одной переменной: неопределенный интеграл	4	-	12	12
3.	Интегральное исчисление функций одной переменной: определенный интеграл	4	-	2	12
4.	Интегральное исчисление функций одной переменной: несобственные интегралы	2	-	2	12
5.	Приложения интегрального исчисления функций одной переменной	4	-	6	12
Итого за 2-й семестр		**18**	**-**	**30**	**60**

3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса (2 семестр)

Раздел I. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: приложения к исследованию функций

Исследование функции с помощью производной. Условие постоянства функции. Достаточное условие строгой монотонности функции. Необходимое и достаточное условия нестрогой монотонности функции. Точка экстремума и экстремум функции. Необходимое и достаточные условия экстремума функции. Выпуклость и вогнутость графика функции. Достаточное условие выпуклости и вогнутости кривой. Точка перегиба графика функции. Необходимое и достаточное условия существования точки перегиба кривой. Асимптоты кривой. Общая схема исследования функции и построение ее графика. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке (на интервале). Применение производной при решении экстремальных задач. Интерактивные формы: Интерактивная лекция «Исследование функции средствами дифференциального исчисления». Работа в микрогруппах (построение графиков функций). Защита группового творческого задания «Плоские кривые».

Раздел II. Интегральное исчисление функций одной переменной: неопределенный интеграл

Первообразная функции. Неопределенный интеграл. Таблица первообразных. Свойства неопределенного интеграла (линейность, интегрирование по частям, замена переменной в неопределенном интеграле). Интегрирование простейших дробей. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых типов иррациональных функций (дробно-линейные иррациональности, квадратичные иррациональности, дифференциальный бином). Интегрирование некоторых типов трансцендентных функций (функции, рационально зависящие от синуса и косинуса одного аргумента, от экспоненты). Примеры интегралов, не выражающихся через элементарные функции.

Интерактивная форма: Мозговой штурм «Интегрирование функций».

Раздел III. Интегральное исчисление функций одной переменной: определенный интеграл

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла (задача о площади криволинейной трапеции, задача о массе стержня, задача о пройденном пути). Определенный интеграл как предел интегральной суммы (суммы Римана). Ограниченность функции как необходимое условие интегрируемости. Критерий интегрируемости функции в терминах сумм Дарбу, определенный интеграл как разделяющее число нижних и верхних сумм Дарбу. Достаточные условия интегрируемости (непрерывность функции; монотонность функции). Свойства определенного интеграла (линейность и монотонность относительно подынтегральной функции, аддитивность относительно промежутка интегрирования, оценка интеграла, интеграл от абсолютной величины функции, теорема о среднем). Интеграл по ориентированному промежутку и его свойства. Определенный интеграл как функция верхнего предела: условия непрерывности, условия дифференцируемости. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

Раздел IV. Интегральное исчисление функций одной переменной: несобственные интегралы

Несобственные интегралы первого рода (интегралы с бесконечными пределами). Несобственные интегралы второго рода (интегралы от неограниченных функций). Геометрический смысл несобственных интегралов первого и второго рода. Сходящиеся и расходящиеся несобственные интегралы. Обобщенная формула Ньютона-Лейбница.

Признаки сравнения для несобственных интегралов. Абсолютно и условно сходящиеся несобственные интегралы.

Интерактивная форма (к разделам 9-10): Математический турнир «Собственные и несобственные интегралы Римана».

Раздел V. Приложения интегрального исчисления функций одной переменной

Понятие квадрируемой фигуры. Площадь криволинейной трапеции, площадь фигуры, элементарной относительно одной из осей координат. Случай параметрического задания кривой. Площадь криволинейного сектора. Понятие спрямляемой кривой. Дифференциал длины дуги кривой, заданной параметрически. Длина дуги кривой, заданной явно в декартовых координатах. Длина дуги кривой, заданной явно в полярных координатах. Понятие кубируемого тела. Вычисление объема тела по известным площадям поперечных сечений. Вычисление объема тела вращения. Определение площади поверхности. Вычисление площади поверхности вращения. Статические моменты, моменты инерции, координаты центра масс плоских кривых. Статические моменты, моменты инерции, координаты центра масс плоских однородных фигур. Общая схема применения определенного интеграла к решению прикладных задач.

Интерактивные формы: Круглый стол «Приложения интегрального исчисления».

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовки к устным докладам;
- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение групповых интерактивных заданий.

ОС-1. Индивидуальное задание

1.Построить графики функций с помощью производной первого порядка

$$y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 9.$$

2.Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданных отрезках.

$$y = x^2 + \frac{16}{x} - 16, \quad [1,\ 4].$$

3.Исследовать поведение функций в окрестностях заданных точек с помощью производных высших порядков.

$$y = x^2 - 4x - (x-2)\ln(x-1), \quad x_0 = 2.$$

4.Найти асимптоты и построить графики функций.

$$y = \left(x^2+1\right)\Big/\sqrt{4x^2-3}.$$

5.Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$y = \left(x^3+4\right)\Big/x^2.$$

6.Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$y = \frac{e^{2(x+1)}}{2(x+1)}.$$

ОС-2. Контрольная работа.

Задача 1. Найти неопределенные интегралы функций.

	$(8x+10)^2$	$\sqrt[4]{(3+\frac{x}{13})^5}$	$-\frac{14}{(7x-6)^4}$

Задача 2. Найти интегралы.

	$\int tg^4 x \frac{1}{\cos^2 x} dx$	$\int \frac{14x+3}{(7x^2+3x+2)^3} dx$	$\int_0^{\pi/6} \cos^5 x \sin x\, dx$

Задача 3. Найти интегралы.

	$\int \cos(3x+2)dx$	$\int_1^2 \frac{dx}{\sin^2(\pi/3\, x)}$	$\int (-2x+7)\sin(-x^2+7x+5)dx$

Задача 4. Найти интегралы.

	$\int 5^{-2x+1}dx$	$\int_0^1 (3x^2+5)7^{x^3+5x+6}dx$	$\int e^{\sin x}\cos x dx$

Задача 5. Найти интегралы.

	$\int \frac{dx}{\sqrt{4+49x^2}}$	$\int \frac{dx}{15+2x^2}$	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{25-x^6}}$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+6x+8}}$

Задача 6. Найти интегралы.

	$\int (6x+2)\cos 2x dx$	$\int_1^2 (x^3+3x-2)\ln 2x dx$	$\int x^2 2^{5x} dx$

Задача 7. Найти неопределенные интегралы от заданных функций.

	$\frac{5x^2+3x-5}{x^2(x+1)}$	$\frac{7x^2-4x+45}{(x-2)(x^2+9)}$	$\frac{x^3-13x^2+36x+1}{x^2-13x+36}$

Задача 8. В А) и С) найти неопределенные интегралы от заданных функций, в В) – определенный интеграл на промежутке [*a*;*b*].

	$\sin^{10} x \cdot \cos^5 x$	$\sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}, \quad a=0, \quad b=\frac{\pi}{12}$	$\sin 5x \cdot \sin 7x$

Задача 9. Найти интегралы.

	$\int_0^3 \frac{xdx}{\sqrt{1+x}}$	$\int \frac{dx}{x+\sqrt[4]{x^3}}$

Задача 10. Найти интегралы.

	$\int_0^1 \frac{dx}{(\sqrt{4-x^2})^3}$	$\int \frac{dx}{(\sqrt{2+x^2})^5}$	$\int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}dx}{x^3}$

Задача 11. Найти интегралы.

	$\int \frac{dx}{3+2\cos x}$	$\int_0^{arctg2} \frac{dx}{4\cos^2 x+\sin^2 x}$	$\int \frac{e^{2x}dx}{e^x+1}$

ОС-3. Примерный перечень тем рефератов.

1. Исследование кривых, заданных параметрически.
2. Исследование некоторых кривых, заданных неявно.
3. Циклоида и ее свойства.
4. Семейство циклоидальных кривых.
5. Астроида и ее свойства.
6. Кардиоида и овалы Кассини.
7. Лемнискаты. Лемниската Бернулли и ее свойства.
8. Экстремальные задачи геометрического содержания в школьном курсе математики.
9. Экстремальные задачи физического содержания в школьном курсе математики.
10. Экстремальные задачи практического содержания в школьном курсе математики.
11. Доказательство тождеств средствами дифференциального исчисления.
12. Некоторые классические неравенства и их доказательство средствами дифференциального исчисления.
13. Неравенство Йенсена и его следствия.
14. Интегрирование дифференциального бинома.
15. Эллиптические кривые и эллиптические интегралы.
16. Теоремы о среднем для интегралов Римана.
17. Интеграционные методы в трудах Архимеда.
18. Геометрические приложения интеграла Римана.
19. Физические приложения интеграла Римана.
20. Первообразная и интеграл в школьном курсе физики.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Волкова Н.А., Столярова И.В., Фолиадова Е.В. История математики: учебно-методические рекомендации. –Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова. 2017 – 39 с.
2. Коноплева И.В., Сибирева А.Р. Исследование функций: методические указания. – 2е изд. испр. –Ульяновск: УлГТУ, 2013. –32 с. – 2017 [Электронный].
3. Коноплева И.В., Сибирева А.Р. Пределы и непрерывность: Методические указания. - Ульяновск: УлГТУ, 2004. - 34 с. – 2017 [Электронный].
4. Математический анализ. Введение в анализ: учебно-методическое пособие для студентов направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование», профили

«Математика. Информатика», «Математика. Иностранный язык», «Физика. Математика» и 44.03.01 «Педагогическое образование» профиль «Математика». Квалификация (степень) выпускника: бакалавр. Макеева О.В. – Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова, 2017. – 49 с.
5. Распутько Т. Б., Сибирева А.Р. Функции нескольких переменных: методические указания. –Ульяновск: УлГТУ, 2004. – 32 с. – 2017 [Электронный].
6. Распутько Т.Б., Сибирева А.Р. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. УлГТУ, Ульяновск, 2001. –36 с. – 2017 [Электронный].
7. Сибирева А.Р., Распутько Т.Б. Методы интегрирования. методические указания для самостоятельной работы студентов. Изд. 2-е. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – 40 с. – 2017 [Электронный].
8. Сибирева А.Р., Ригер Т.В. Кратные интегралы. Методические указания к типовому расчету по высшей математике. –Ульяновск: УлГТУ, 1997. – 32 с. – 2017 [Электронный].
9. Сибирева А.Р., Савинов Н.В. Качественные задачи и контрпримеры на тему «Пределы». Методические указания. – Ульяновск: УлГТУ, 2001. – 32 с.–2017 [Электронный].

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1. Индивидуальное задание ОС-2. Контрольная работа. ОС-3. Рефераты и сообщения	ОР-1. Знает основные понятия дисциплины, определения, содержательное значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и

	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** ОС-4. Экзамен в форме устного собеседования	решения задач. ОР-2. Решает задачи по дисциплине, умеет проводить доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения. ОР-3. Знает возможности применения полученных сведений к решению задач школьного курса математики, а также в смежных научных областях ОР-4. умеет решать задачи школьного курса математики повышенной сложности, решать и составлять прикладные задачи по дисциплине

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

ОС-4. Экзамен.

Примерный перечень вопросов к экзамену

Раздел «Приложения дифференциального исчисления к исследованию функций»

1. Критерий постоянства функции.
2. Критерий нестрогой монотонности функции. Достаточные условия строгой монотонности.
3. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума в терминах первой производной. Достаточные условия экстремума в терминах второй производной.
4. Выпуклые функции: определение в терминах неравенств. Неравенство Иенсена. Неравенство Коши между средним арифметическим и средним геометрическим нескольких чисел.
5. Критерий выпуклости функции в терминах первой производной, в терминах второй производной.
6. Выпуклость и расположение графика функции относительно касательной.
7. Точки перегиба. Необходимое условие перегиба.
8. Достаточные условия перегиба в терминах второй производной, в терминах третьей производной.
9. Исследование функции на экстремумы и точки перегиба с помощью старших производных.
10. Асимптоты графика функции. Асимптоты кривой, заданной параметрически.

Раздел «Интегральное исчисление функций одной переменной»

11. Понятия первообразной и обобщенной первообразной функции на промежутке. Общий вид первообразных данной функции на промежутке. Понятие неопределенного интеграла.
12. Таблица простейших неопределенных интегралов.
13. Свойства неопределенного интеграла (правила интегрирования).
14. Общий алгоритм интегрирования рациональных функций. Интегрирование простейших дробей первого и второго рода.
15. Рекуррентная формула для вычисления интегралов вида $\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^n}$.Интегрирование простейших дробей третьего и четвертого рода.
16. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей.
17. Интегрирование квадратичных иррациональностей: подстановки Эйлера.
18. Интегрирование квадратичных иррациональностей: тригонометрические и гиперболические подстановки.
19. Интегрирование дифференциального бинома.
20. Интегрирование функций, рационально зависящих от sin x, cos x. Вычисление интегралов вида $\int \sin^{\alpha} x \cos^{\alpha} x \ dx$.
21. Интегрирование функций, рационально зависящих от экспоненты. Интегрирование функций, рационально зависящих от sh x, ch x.
22. Примеры неопределенных интегралов, не являющихся элементарными функциями.
23. Определенный интеграл (интеграл Римана) как предел интегральных сумм. Функции, интегрируемые по Риману на отрезке. Необходимое условие интегрируемости.
24. Определенный интеграл (интеграл Римана) как разделяющее число верхних и нижних сумм Дарбу. Свойства сумм Дарбу. Критерий интегрируемости в терминах сумм Дарбу.
25. Равносильность двух определений интеграла Римана.
26. Достаточные условия интегрируемости.
27. Свойства интеграла Римана (линейность, монотонность, аддитивность относительно промежутка интегрирования).
28. Свойства, связанные с оценкой интеграла Римана. Теорема о среднем.
29. Интеграл Римана по произвольному промежутку и его свойства.
30. Интеграл с переменным верхним пределом как первообразная подынтегральной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
31. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
32. Несобственный интеграл по бесконечному промежутку.
33. Несобственный интеграл от неограниченной функции.
34. Теоремы сравнения для несобственных интегралов.
35. Квадрируемые фигуры на плоскости. Площадь криволинейной трапеции. Площадь фигуры, элементарной относительно одной из осей.
36. Площадь криволинейного сектора.
37. Спрямляемые кривые. Длина плоской кривой, заданной параметрически. Случай кривой, заданной явно в декартовых или полярных координатах.
38. Объем тела вращения. Площадь поверхности вращения.

Критерии оценивания знаний на экзамене

Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и задачу (каждый оценивается на 20 баллов), на 4 балла оценивается краткий ответ на дополнительный вопрос не входящий в билет (вопрос имеет однозначный ответ, выражаемый одним-двумя словами).

За ответ на каждый из теоретических вопросов

От 0 до 5 баллов ставится, если:

Ответ на вопрос практически отсутствует. Изложены отдельные знания из разных тем, приведены некоторые неточные определения или примеры, не относящиеся к вопросу

билета.

От 6 до 10 баллов ставится, если:

Даны некоторые общие сведения по теоретическому вопросу, но в них отсутствует ясность, студент владеет некоторой терминологией, но затрудняется проиллюстрировать излагаемые сведения на примерах.

От 11 до 15 баллов ставится, если:

Практически полностью ответил по существу вопроса, но по теоретическому вопросу не привел доказательств, либо полностью раскрыл вопрос на примерах, но не сумел представить вопрос в обобщенной теоретической форме.

От 16 до 20 баллов ставится, если:

Дан полный, развернутый ответ на поставленный теоретический вопрос. Могут быть допущены 1-2 недочета или неточности, исправленные самостоятельно в процессе ответа. Приведены доказательства. Ответ имеет четкую структуру, изложение последовательно, речь грамотна.

За решение задачи

От 0 до 5 баллов ставится, если:

Решение задачи отсутствует, но возможно демонстрируется владение отдельными терминами, использованными в условии.

От 6 до 10 баллов ставится, если:

Задача не решена, но есть некоторые подходы к решению. В процессе решения допускаются ошибки, которые студент не может исправить с помощью преподавателя.

От 11 до 15 баллов ставится, если:

Практически полностью решил задачу (возможно после нескольких наводящих вопросов преподавателя, либо после исправления.

От 16 до 20 баллов ставится, если:

Задача полностью решена (возможны небольшие вычислительные ошибки, которые студент корректирует самостоятельно после указания на них преподавателем).

Примерные практические задания к экзамену

1. Найти асимптоты и построить графики функций.

$$y = \left(x^2 + 1\right) \Big/ \sqrt{4x^2 - 3}.$$

2. Найти интеграл $\int_0^3 \frac{xdx}{\sqrt{1+x}}$

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
2 семестр	Разбалловка по видам работ	9 х 1=9 баллов	15 х 1=15 баллов	212 баллов	64 балла
	Суммарный макс. балл	9 баллов max	24 балла max	236 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам 1,2 семестра

Оценка	Баллы (3 ЗЕ)
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 и менее

3. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

2 СЕМЕСТР

Занятие 1. План. Условия возрастания и убывания функций. Необходимое условие экстремума. Достаточные признаки максимума и минимума с первой и высшими производными.

Занятие 2. План. Достаточные признаки максимума и минимума с высшими производными. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба.

Занятие 3. План. Асимптоты кривых. Построение графиков. Схема исследования функций. Проведение исследования функций и построение графиков.

Занятие 4. План. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функций, непрерывной не отрезке. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функций, непрерывной на открытом промежутке.

Занятие 5. План. Решение текстовых задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции. Построение математических моделей задач.

Занятие 6. План. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных формул.

Занятие 7. План. Простейшие приемы интегрирования: внесение под знак дифференциала. Техника интегрирования.

Занятие 8. План. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование алгебраических иррациональностей: простейшие иррациональности. Интегрирование по частям.

Занятие 9. План. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование дробей первого, второго и третьего типа. Алгоритм интегрирования дробно-рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.

Занятие 10. План. Интегрирование тригонометрических и гиперболических выражений. Интегрирование простейших тригонометрических выражений. Универсальная замена переменных.

Занятие 11. План. Интегрирование алгебраических иррациональностей: интегралы вида $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})dx$, тригонометрические подстановки, подстановки Эйлера; дифференциальный бином; интегралы с корнем квадратным из квадратного трехчлена в знаменателе.

Занятие 12. План. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, как предел интегральных сумм. Необходимое условие интегрируемости функции. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

Занятие 13. План. Приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах; в случае, если кривая задана параметрически.

Занятие 14. План. Приложения определенного интеграла к вычислению к вычислению объемов тел. Понятие кубируемого тела. Вычисление объема тела по известным площадям поперечных сечений. Вычисление объема тела вращения. Определение и вычисление длины дуги гладкой кривой. Понятие спрямляемой кривой. Дифференциал длины дуги кривой, заданной параметрически. Длина дуги кривой, заданной явно в декартовых координатах. Длина дуги кривой, заданной явно в полярных координатах.

Интерактивные формы: Круглый стол «Приложения интегрального исчисления».

Занятие 15. План. Несобственные интегралы первого рода (интегралы с бесконечными пределами). Несобственные интегралы второго рода (интегралы от неограниченных функций). Геометрический смысл несобственных интегралов первого и второго рода. Сходящиеся и расходящиеся несобственные интегралы. Обобщенная формула Ньютона-Лейбница. Признаки сходимости для несобственных интегралов.

6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Физматлит, 2015. – 444 с. – ISBN 978-5-9221-1585-8. – URL: https://znanium.com/catalog/document?id=293958&showcollections=1
2. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа : учебник. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных.

Гармонический анализ: Учебник / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Физматлит, 2003. – 424 с. – ISBN 5-9221-0185-4. URL: https://znanium.com/catalog/document?id=303181&showcollections=1

3. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие/ Г.Н. Берман. – М.: Издательство "Лань", 2020. –492 с. – ISBN 978-5-8114-4862-3 URL https://e.lanbook.com/book/126705

Дополнительная литература

1. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. – 8-е изд., испр. и доп. – Москва : Физматлит, 2001. – Том 1. – 680 с. – ISBN 978-5-9221-0156-0. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037
2. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. – 8-е изд. – Москва : Физматлит, 2001. – Том 2. – 861 с. – ISBN 978-5-9221-0157-8. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038
3. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. – Изд. 6-е. (1-е изд. - 1949 г.). – Москва : Физматлит, 2002. – Том 3. – 727 с. – ISBN 5-9221-0155-2. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Интернет-ресурсы

1. Мир математических уравнений. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm
2. Softline. http://exponenta.ru/
3. Популярные лекции по математике. http://ilib.mccme.ru/plm
4. Школьникам, студентам, аспирантам. http://ph4s.ru/
5. Прикладная математика. http://primat.org
6. Учебно-методическая литература для студентов. http://studfiles.ru/
7. Сайт издательства «Венец» УЛГТУ. http://venec.ulstu.ru/lib/
8. МГТУ ГА. http://vm.mstuca.ru/posobia/posobia.htm
9. Единое окно доступа к образовательным ресурсам. http://window.edu.ru/