Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«24» июня 2022 г.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СТРУКТУР

Программа учебной дисциплины модуля специальных разделов
предметной области

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.01 Педагогическое образование

направленность (профиль) образовательной программы
Математика

(заочная форма обучения)

Составитель: Глухова Н.В.,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от «25» марта 2022 г. №5

Ульяновск, 2022

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Основы теории алгебраических структур» относится к дисциплинам по выбору части формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1. Дисциплины (модули) модуля специальных разделов предметной области учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы «Математика», заочной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках дисциплин: Алгебра и теория чисел, Математическая логика, Дискретная математика, а также учебной практики по математике.

Результаты изучения дисциплины являются основой для прохождения дисциплин и практик: Элементарная математика. Числовые системы, Теория вероятностей и основы математической статистики, Курсовая работа № 1, Научно-исследовательская работа, Подготовки к сдаче и сдача государственного экзамена, Выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины является подготовка учителя к будущей профессиональной деятельности: систематизация знаний студентов в области алгебраических структур.

Задачей освоения дисциплины является закрепление умений проводить математические преобразования выражений, отработка понятийного аппарата математики, формирование и закрепление умения проводить строгие абстрактно-логические доказательства, решать задачи повышенной сложности школьного курса математики.

В результате освоения программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	Знает	умеет	Владеет
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.	ОР-1. Знает методы критического анализа и синтеза информации	ОР-2 Умеет применять системный подход для решения поставленных задач	ОР-3 Владеет навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности
ПК-1. Способен	ОР-4. Знает роль и	ОР-6 умеет	ОР-7 владеет

осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач. ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	место математики в общей картине научного знания; ОР-5. Знает структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики.	осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию.	действием проектирования различных форм учебных занятий, ОР-8 владеет навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике.
ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов. ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской , проектной, групповой и др.).	ОР-9. Знает характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике; ОР-10. Знает особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов учебной деятельности.	ОР-11 Умеет оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов; ОР-12 Умеет организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной деятельности.	ОР-13. Владеет навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Всего		Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Трудоемк.		Лекции, час.	Практические занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Лабораторные занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Самостоят. работа, час.	
	Зач. ед.	Часы							
4	3	108	4	10	-	-	-	67	экзамен (27)
Итого:	**3**	**108**	**4**	**10**	**-**	**-**	**-**	**67**	**27**

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
4 семестр				
Элементы теории групп	2	4	-	20
Кольца и идеалы	2	4	-	20
Элементы теории расширения полей	-	2	-	27
Экзамен			-	27
Всего по дисциплине:	4	10	-	94

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса

1. Элементы теории групп.

Группы и их свойства. Подгруппы, классы смежности группы по подгруппе. Нормальные делители и фактор-группы. Циклические группы. Группы классов вычетов по числовому модулю. Ассоциативный и коммутативный закон на множестве натуральных чисел.

2. Кольца и идеалы.

Кольца и Подкольца. Идеалы. Кольцо главных идеалов. Кольцо классов вычетов. Евклидовы кольца. Натуральные числа как полукольцо. Свойства кольца целых чисел, непротиворечивость, категоричность аксиоматической теории. Группы и кольца. Упорядоченные множества и системы. Расположенные кольца. Упорядоченность кольца целых чисел. Кольца многочленов. Факториальность кольца многочленов над факториальными кольцами. Конечные кольца. Области целостности.

3. Элементы теории расширения полей. .

Поля. Поле рациональных чисел. Упорядоченные поля. Алгебраические расширения полей. Последовательности в нормированных полях. Аксиоматическая теория действительных чисел. Поле комплексных чисел. Корни из единицы как мультипликативная группа. Решение уравнений третьей степени способом Кардано и четвертой степени способом Феррари. Формула Муавра и ее применение к выводу тригонометрических формул. Применения алгебраических расширений к работе с иррациональными выражениями.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестов, контрольных и самостоятельных работ.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение групповых интерактивных заданий

Самостоятельная работа № 1

Примерный вариант.

1. Доказать коммутативный закон сложения натуральных чисел.
2. Описать модель кольца целых чисел.

Контрольная работа

1. Примерный вариант контрольной работы

1. Выяснить является ли множество чисел, кратных 12 подгруппой аддитивной группы чисел кратных двум. Если да, то найти правые и левые классы эквивалентности, правостороннее и левосторонне разложение группы по этой подгруппе, выяснить, является ли эта подгруппа нормальным делителем.

2. Найти порядки всех элементов циклической группы порядка 10 и все её подгруппы

Самостоятельная работа № 2

Примерный вариант:

1. Найти комплексные корни уравнения $2x^2 + 2x + 5 = 0$
2. Вычислить i^{235}

.

Групповое интерактивное задание. Составление тестов в микрогруппах.

Составление теста по одному из разделов алгебры

Студенты разбиваются на микрогруппы по 3-4 человека. При помощи системы Moodle (http://do.ulspu.ru), либо любой другой программы по выбору студентов составляются 8 тестовых заданий по одному из разделов курса

Варианты:

1. Комплексные числа и операции над ними
2. Геометрическое представление и тригонометрическая форма комплексного числа
3. Бинарные отношения и их виды
4. Классы вычетов
5. Классы смежности группы по подгруппе
6. Циклические группы
7. НОД и НОК многочленов

ОС-5. Групповое интерактивное задание

Студенты разбиваются на микрогруппы по 4 человека и готовят доклад с презентацией о применении гиперкомплексных чисел в компьютерной графике. Далее осуществляется выступление с защитой проекта

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

Глухова Н.В. Числовые системы: учебное пособие для направления подготовки бакалавров 050100.62 «Педагогическое образование» Профиль: Математика. – Ульяновск, УлГПУ, 2014. – 82 с.

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 Самостоятельная работа № 1 ОС-2 Самостоятельная работа № 2 ОС-3 Контрольная работа ОС-4 Тест. ОС-5. Составление тестов	ОР-1. Знает методы критического анализа и синтеза информации ОР-2 Умеет применять системный подход для решения поставленных задач ОР-3 Владеет навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности ОР-4. Знает роль и место математики в общей картине научного знания; ОР-5. Знает структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики. ОР-6 умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию. ОР-7 владеет действием проектирования различных форм учебных занятий, ОР-8 владеет навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике. ОР-9. Знает характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике; ОР-10. Владеет навыком
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** ОС-6 Экзамен в форме устного собеседования	

		применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике. ОР-11 Умеет оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов; ОР-12 Умеет организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной деятельности. ОР-13. Владеет навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-6 Экзамен в форме устного собеседования

Примерные вопросы к экзамену

1. Аксиоматические теории. Основные требования, предъявляемые к аксиоматическим теориям и методы их проверки.
2. Аксиоматическое определение натуральных чисел.
3. Непротиворечивость и независимость системы аксиом Пеано.
4. Определение сложения натуральных чисел.
5. Ассоциативный закон сложения натуральных чисел. Коммутативный закон сложения натуральных чисел.
6. Определение умножения натуральных чисел.
7. Дистрибутивный закон для натуральных чисел. Коммутативный закон умножения натуральных чисел.
8. Ассоциативный закон умножения натуральных чисел. Другие свойства умножения.
9. Неравенства на множестве натуральных чисел.
10. Теорема о наименьшем элементе для натуральных чисел.
11. Эквивалентность аксиомы о наименьшем элементе и аксиомы индукции.
12. Метод математической индукции. Принципы обобщённой и усиленной математической индукции.
13. Различные определения кольца целых чисел, их эквивалентность.

14. Непротиворечивость аксиоматической теории целых чисел.
15. Вычисления в модели целых чисел.
16. Свойства операций над целыми числами.
17. Расположенные кольца и их общие свойства.
18. Расположенность кольца целых чисел.
19. Определения поля рациональных чисел. Основные операции над рациональными числами.
20. Непротиворечивость аксиоматической теории рациональных чисел.
21. Вычисления в модели рациональных чисел.
22. Основные свойства рациональных чисел.
23. Фундаментальные последовательности и их основные свойства. Аксиоматическое определение поля действительных чисел.
24. Аксиоматическая теория комплексных чисел. Теорема о том, что поле комплексных чисел не является расположенным.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
4 семестр	Разбалловка по видам работ	2 х 1=2 баллов	5 х 1=5 баллов	229 баллов	64 балла
	Суммарный макс. балл	2 баллов max	7 балла max	236 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Оценка	**Баллы (3 ЗЕ)**
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150менее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине,

необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

ЗАНЯТИЕ № 1. Комплексные числа (повторение)

Задания для самостоятельного решения:

Представьте следующие числа в тригонометрической форме:

а) – *i*, б) –2 + 7i, в) sin(– *i*cos (,

2. Вычислите с помощью перехода к тригонометрической форме:

а) ; б) ; в) ; г) .

ЗАНЯТИЕ № 2. Применение формулы Муавра к выводу тригонометрических формул

Задания для самостоятельного решения:

1. Выразить через sin x и cos x:

а) sin7x

б) cos 6x

2. Вычислите значение выражения и результат представьте в тригонометрической форме:

ЗАНЯТИЕ № 3. Нахождение комплексных корней уравнений

Задания для самостоятельного решения:

1. Решите уравнения:

а) $x^2 + 2x + 3 = 0$;

б) $x^4 – 6x^2 + 25 =0$;

в) $x^2 – (3 + 2i)x + 5 + i = 0$;

г) ;

2. Решите уравнения, ответ запишите в тригонометрической форме

а) $x^5 – 2 = 0$

б) $x^3 + 2 + 2i = 0$

в) $x^3 + i = 0$

б) $x^4 + 1 + i = 0$.

ЗАНЯТИЕ № 4. Решение уравнений третьей степени способом Кардано.

Задания для самостоятельного решения:

Найти все комплексные корни уравнений:

а) $x^3 – 9x^2 + 21x – 5 = 0$

б) $x^3 – x – 6 = 0$

в) $x^3 – 3x^2 + 3 = 0$

г) $x^3 + 9x^2 + 18x + 28 = 0$

ЗАНЯТИЕ № 5. Решение уравнений 4 степени способом Феррари

Задания для самостоятельного решения:

а) $x^4 + 8x^3 + 15x^2 – 4x – 2 = 0$

б) $x^4 – 2x^3 + 2x^2 + 4x – 8 = 0$

в) $x^4 – x^3 – x^2 + 2x – 2 = 0$

г) $x^4 – 4x^3 + 3x^2 + 2x – 1 = 0$

ЗАНЯТИЕ № 6. Классы смежности группы по подгруппе

Задания для самостоятельного решения:

1. Даны подстановки:

a_0=, a_1 = , a_2 = , a_3 = ,

a_4 = , a_5 = .

Найти все подгруппы и все нормальные делители данной группы. Построить левые и правые классы смежности по всем нетривиальным подгруппам.

2. Даны матрицы:

E=, A = , B = , C = ,

Найти все подгруппы и построить левые и правые классы смежности по всем этим подгруппам.

3. Найдите классы смежности аддитивной группы векторов плоскости, выходящих из начала координат, по подгруппе векторов, лежащих на фиксированной прямой, проходящей через начало координат.

ЗАНЯТИЕ № 7. Нормальные делители группы

Задания для самостоятельного решения:

1. Докажите, что множество самосовмещений правильного треугольника образует группу. Найдите все подгруппы данной группы. Найдите левые и правые классы смежности по всем подгруппам. Укажите те из них, которые являются нормальными делителями.

2. Докажите, что множество поворотов квадрата образует подгруппу его самосовмещений. Найдите левые и правые классы смежности. Является ли эта подгруппа нормальным делителем.

3. Доказать, что множество всех чётных подстановок четырёхэлементного множества образует подгруппу всех подстановок данного множества. Докажите, что она является нормальным делителем. Постройте факторгруппу.

ЗАНЯТИЕ № 8. Порядок элемента в группе

Задания для самостоятельного решения:

Найдите порядки всех элементов:

а) в аддитивной группе классов вычетов по модулю 8 ($\mathbf{Z}_8$),

б) в аддитивной группе классов вычетов по модулю 9 ($\mathbf{Z}_9$),

в) в мультипликативной группе всех классов вычетов по модулю 5 ($\mathbf{Z}_5$) без нуля (предварительно проверить, что это множество является группой по умножению)

г) в мультипликативной группе всех классов вычетов по модулю 7 ($\mathbf{Z}_7$) без нуля (предварительно проверить, что это множество является группой по умножению).

ЗАНЯТИЕ № 9. Циклические группы

Задания для самостоятельного решения:

1. Найдите порядок каждого элемента в мультипликативной группе корней степени n из 1. Выяснить является ли эта группа циклической, найти образующие элементы.

а) n = 5, б) n = 6, в) n = 8, г) n = 7.

2. Доказать, что аддитивная группа целых чисел - циклическая.

3. Даны подстановки:

a_0=, a_1 = , a_2 = ,

$a_3 =$, $a_4 =$, $a_5 =$.

Выяснить, является ли данная группа циклической. Найти все её циклические подгруппы

ЗАНЯТИЕ № 10. Контрольная работа № 1. (ОС-2)

ЗАНЯТИЕ № 11. Кольца и идеалы

Задания для самостоятельного решения:

Выясните, являются ли идеалами в данных кольцах (a, b – произвольные действительные числа) следующие множества:

а) целые числа в кольце комплексных чисел;

б) комплексные числа вида a + ai, где a действительное число, в кольце комплексных чисел;

в) множество матриц вида в кольце матриц второго порядка;

г) множество матриц вида в кольце матриц второго порядка;

д) множество матриц вида в кольце матриц второго порядка;

е) множество матриц вида в кольце матриц второго порядка

ЗАНЯТИЕ № 12. Классы вычетов

Задания для самостоятельного решения:

1. Докажите, что множество целых чисел, кратных некоторому числу n, является идеалом кольца целых чисел. Постройте все классы вычетов по модулю 7 и 6. Укажите факторкольца. Найдите сумму, разность, произведение классов [4] и [5] в соответствующем множестве.

2. Выписать три положительных и три отрицательных элемента, сравнимых

а) с числом 3 по модулю 5

б) с числом 2 по модулю 6.

ЗАНЯТИЕ № 13. Кольцо многочленов

Задания для самостоятельного решения:

Найти НОД и НОК многочленов f(x) и g(x).

а) $f(x) = x^4 – 3x^3 + 3x^2 – 3x + 2$, $g(x) = x^3 – 2x^2 – x + 2$

б) $f(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 2$, $g(x) = x^3 + 3x^2 + 2$

в) $f(x) = x^5 + x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 4x + 2$, $g(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 6x + 2$

г) $f(x) = x^6 + 6x^5 + 2x^3 + 3x^2 + 6x + 1$, $g(x) = x^5 + 6x^4 + 4x^2 + 4x + 6$

ЗАНЯТИЕ №14. Выступление с докладами. Защита рефератов (ОС-5)

Занятие 15. Кольцо целых чисел и поле рациональных чисел.

3. Доказать свойства:

а) Для любых натуральных чисел разность (a + b)– b существует и равна a;

б) Если разность b – c существует, то

a + (b – c) = (a + b) – c;

в) Если a > b > c, то

a – (b – c) = (a – b) + c;

г) Если разность a – (b +c) существует, то

a – (b + c) = (a – b) – c.

Введём в рассмотрение операцию суммирования n натуральных чисел () по следующему правилу:

1) при n = 1: , 2) при n = k + 1: .

Если считать, что все a_i равны между собой и равны a, то построенную сумму будем называть n-кратным числа а и обозначать символом «*na*»:

1) 2)

Доказываются свойства степеней натуральных чисел:

1) $a^{n+m} = a^n(a^m$.

2) $(a^n)^m = a^{nm}$.

3) $a^n (b^n = (ab)^n$.

2. Кратные натуральных чисел. Свойства. Доказательство того, что четное число не равно нечетному. Применение свойств делимости в решении задач школьного круса.

Задания для самостоятельного решения:

1.Указать пары натуральных чисел эквивалентные между собой

а) <7, 5>	1) <5, 7>
б) <2, 3>	2) <1, 10>
в) <10, 10>	3) <5, 4>
г) <6, 2>	4) <15, 5>
	5) <1, 5>
	6) <9, 9>

Указать пары противоположные данным.

2. Вычислить

а) [<1, 5>] + [<3, 2>] б)[<3, 8>] + [<4, 7>]

в) [<7, 4>] – [<8, 3>] г) [<1, 5>] – [<3, 2>]

д) [<1, 5>] ([<2, 2>] е) [<2, 10>]([<10, 2>]

7.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Веселова, Л. В. Алгебра и теория чисел: учебное пособие / Л. В. Веселова, О. Е. Тихонов; Казанский национальный исследовательский технологический университет. – Казань: Казанский научно-исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2014. – 107 с.: ил. – Режим доступа. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428287)
2. Алгебраические структуры и их приложения: учебное пособие / Л. В. Зяблицева, С. Ю. Корабельщикова, И. В. Кузнецова, С. А. Тихомиров; – Архангельск: Северный (Арктический) федеральный университет (САФУ), 2015. – 169 с. – Режим доступа: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436142
3. Смолин Ю. Н. Алгебра и теория чисел: учеб. пособие / Ю. Н. Смолин. — М.: ФЛИНТА : Наука, 2017. — 464 с. (http://znanium.com/bookread2.php?book=1034573

Дополнительная литература

1. Иванова С. А. Линейная алгебра : учебное пособие / С. А. Иванова, В. А. Павский; Кемеровский государственный университет. – 2-е изд. – Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2019. – 125 с. : ил., табл. – Режим доступа:: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573547
2. Линейная алгебра. Линейные операторы. Квадратичные формы. Комплексные числа: Учебное пособие / Рубашкина Е.В. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 38 с. (URL: https://znanium.com/catalog/product/544419). https://znanium.com/read?id=17915

Интернет-ресурсы

http://www.mathnet.ru Общероссийский математический портал