Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
25 июня 2021 г.

НЕЕВКЛИДОВА ГЕОМЕТРИЯ

Программа учебной дисциплины модуля
«Специальные разделы предметной области»

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Иностранный язык

(очная форма обучения)

Составители: Гришина С.А., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики;
Череватенко О.И., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от 21.06.2021 №7

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Неевклидова геометрия» относится к дисциплинам по выбору 9 (ДВ.9) части формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1. Дисциплины (модули) модуля «Специальные разделы предметной области» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Иностранный язык», очной формы обучения.

Дисциплина базируется на предшествующем изучении курсов геометрии. А поэтому способствует целостному формированию естественно-научного знания студентов о мире. Курс призван расширить, углубить и обобщить знания студентов из разных разделов математики, установить общие структурные закономерности различных математических процессов.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин: Фрактальная геометрия, Избранные вопросы алгебры и геометрии.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины «Неевклидова геометрия» является рассмотрение некоторых вопросов планиметрии Лобачевского, а также ознакомление студентов с элементами сферической и эллиптической геометрий;

Задачей освоения дисциплины является ознакомление с простейшими фактами геометрии Лобачевского, сферической, эллиптической и гиперболической геометрий и формирование представления о возможностях применения неевклидовых геометрий в математическом моделировании различных физических явлений и процессов; выработка навыки решения задач на доказательство в различных моделях геометрии Лобачевского

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Неевклидова геометрия» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
ПК-11 Способен использовать теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) и в области образования ПК-11.1. Знает основные научные	ОР-1		

понятия и особенности их использования, методы и приёмы изучения и анализа литературы в предметной области; основы организации исследовательской деятельности; основные информационные технологии поиска, сбора, анализа и обработки данных; интерпретирует явления и процессы в контексте общей динамики и периодизации исторического развития предмета, с учетом возможности их использования в ходе постановки и решения исследовательских задач. ПК-11.2. Умеет самостоятельно и в составе научного коллектива решать конкретные задачи профессиональной деятельности; самостоятельно и под научным руководством осуществлять сбор и обработку информации; способен применять полученные знания для объяснения актуальных проблем и тенденций развития предмета; проводить исследовательскую работу в соответствии с	Знает основные фундаментальные понятия предметной области; основные методы и приёмы изучения и анализа литературы в предметной области; основные представления о методах организации и осуществления исследований в предметной области ОР-2 Знает значение терминов и понятий предметной области; основные информационные технологии поиска, сбора, анализа и обработки данных; основные методы исследования в предметной области.	ОР-3 Умеет в составе группы решать конкретные задачи профессиональной деятельности; оценивать качество проектов научных исследований в предметной области. ОР-4 Умеет самостоятельно осуществлять сбор и обработку информации, используя современные информационные средства поиска и анализа данных;	

индивидуальным планом. ПК-11.3. Владеет базовыми представлениями о принципах организации и осуществления исследований, практическими навыками осуществления исследований; применяет навыки комплексного поиска, анализа и систематизации информации по изучаемым проблемам с использованием научной и учебной литературы, информационных баз данных.			ОР-5 Владеет навыками комплексного поиска информации по изучаемым проблемам с использованием учебной литературы, информационных баз данных. ОР-6 Владеет приёмами систематизации знаний в предметной области.
ПК-13. Способен соотносить основные этапы развития предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) с ее актуальными задачами, методами и концептуальными подходами, тенденциями и перспективами ее современного развития. ПК-13.1. Знает основные этапы исторического развития предметной области. ПК-13.2. Умеет соотносить	ОР-7 Знает основные события, хронологию развития предметной области, а также ее основных разделов	ОР-8	

полученные знания со спецификой актуальными задачами, методами и концептуальными подходами, тенденциями и перспективами развития.		Умеет находить необходимую, соответствующую теме, информацию, используя основные информационные технологии поиска, сбора, анализа и обработки данных; ОР-7 Умеет выделять этапы развития основных понятий, идей, концепций	

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час	Практические занятия,	Лабораторные занятия, час	Самостоят. работа, час	
	Трудоемк.						
	Зач. ед.	Часы					
7	2	72	12	20	-	40	зачёт
Итого:	2	72	12	20	-	40	зачёт

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
7 семестр				
Элементы планиметрии Лобачевского	8	14	-	16

Элементы сферической геометрии	2	4	-	12
Элементы эллиптической геометрии на плоскости	2	2	-	12
Итого по 7 семестру	**12**	**20**	**-**	**40**
Всего по дисциплине:	**12**	**20**	**-**	**40**

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса (7 семестр)

I. ЭЛЕМЕНТЫ ПЛАНИМЕТРИИ ЛОБАЧЕВСКОГО

Система аксиом плоскости Лобачевского. Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского. Параллельные и сверхпараллельные прямые. Параллельные прямые и их свойства. Сверхпараллельные прямые и их свойства. Треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского. Угол параллельности. Окружность, эквидистанта, орицикл. Непротиворечивость системы аксиом Лобачевского. Геометрия Лобачевского и реальное пространство.

II. ЭЛЕМЕНТЫ СФЕРИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

Основные понятия и теоремы сферической геометрии.

III. ЭЛЕМЕНТЫ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ НА ПЛОСКОСТИ

Некоторые факты эллиптической геометрии, как геометрии сферы евклидова пространства, факторизованной по отношению диаметральной противоположности точек. Определение двумерной эллиптической геометрии на основе понятия евклидова векторного пространства

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с

учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:
- подготовки к устным выступлениям по материалам лекций, самостоятельных докладов, презентаций;
- подготовка тестов по вопросам программы;
- домашних заданий для самостоятельного решения.

ОС-1. Самостоятельная работа.

1.Сумма внутренних углов треугольника на плоскости Лобачевского
a. равна двум прямым
b. меньше двух прямых
c. . больше двух прямых

2. На плоскости Лобачевского между собой равны все
a. окружности
b. эквидистанты
c. орициклы.

3. Утверждение «Через данную точку вне прямой можно провести не более одной прямой, не пересекающей данную» верно в
a. геометрии Евклида
b. геометрии Лобачевского
c. абсолютной геометрии.

4. Подобных треугольников не существует в
a. геометрии Евклида
b. геометрии Лобачевского
c. абсолютной геометрии.

5. В евклидовом пространстве геометрия Лобачевского «в малом» реализуется на
a. сфере
b. псевдосфере
c. геликоиде
d. Катеноиде
.
10. Непересекающихся прямых нет в

1. геометрии Евклида
2. геометрии Лобачевского
3. абсолютной геометрии
4. сферической геометрии.

ОС-2. Контрольная работа.

1. Лучи АВ и СД параллельны. Доказать, что эти лучи расположены в одной полуплоскости с границей АС.
2. Доказать, что сторона двупрямоугольника, противолежащая основанию, больше основания.
3. Доказать, что существуют остроугольные, прямоугольные и тупоугольные треугольники, около которых нельзя описать окружность.
4. Доказать, что биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.
5. Постройте какой-нибудь четырехугольник Саккери в модели Пуанкаре.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 Самостоятельная работа	ОР-1

	ОС-2 Контрольная работа	Знает основные фундаментальные понятия предметной области; основные методы и приёмы изучения и анализа литературы в предметной области; основные представления о методах организации и осуществления исследований в предметной области ОР-2 Знает значение терминов и понятий предметной области; основные информационные технологии поиска, сбора, анализа и обработки данных; основные методы исследования в предметной области. ОР-3 Умеет в составе группы решать конкретные задачи профессиональной деятельности; оценивать качество проектов научных исследований в предметной области. ОР-4 Умеет самостоятельно осуществлять сбор и обработку информации, используя современные информационные средства поиска и анализа данных; ОР-5 Владеет навыками комплексного поиска информации по изучаемым проблемам с использованием учебной литературы, информационных баз данных. ОР-6 Владеет приёмами систематизации знаний в предметной области. ОР-7 Знает основные события, хронологию развития предметной области, а также ее основных разделов ОР-8 Умеет находить необходимую, соответствующую теме, информацию, используя основные
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** ОС-3 Зачет в форме устного собеседования по вопросам	

		информационные технологии поиска, сбора, анализа и обработки данных; ОР-7 Умеет выделять этапы развития основных понятий, идей, концепций

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине «Неевклидова геометрия».

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-3 Зачет в форме устного собеседования по вопросам
Перечень вопросов к зачету

1. Н.И. Лобачевский и его геометрия. Аксиома Лобачевского.
2. Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского.
3. Параллельные прямые на плоскости Лобачевского и их свойства.
4. Основное свойство параллельности прямых на плоскости Лобачевского.
5. Треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского.
6. Угол параллельности и его свойства.
7. Сверхпараллельные прямые и их свойства.
8. Простейшие кривые на плоскости Лобачевского. Окружность.
9. Простейшие кривые на плоскости Лобачевского. Эквидистанта.
10. Простейшие кривые на плоскости Лобачевского. Орицикл.
11. Сумма углов треугольника. Замечательные точки и прямые треугольника.
12. Основные виды выпуклых четырехугольников. Правильные многоугольники.
13. Интерпретация Кэли-Клейна системы аксиом трехмерной геометрии Лобачевского.
14. Модели геометрии Лобачевского.
15. Элементы сферической геометрии. Углы, двуугольники и треугольники на сфере.
16. Эллиптическая геометрия Римана.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Зачёт
7 семестр	Разбалловка по видам работ	6 х 1=6 баллов	10 х 1=10 баллов	152 балла	32 балла
	Суммарный макс. балл	6 баллов max	16 баллов max	168 балла max	200 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам 7 семестре

	Баллы (2 ЗЕ)
«зачтено»	более 100
«не зачтено»	100 и менее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий (7 семестр)

Занятие 1. Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского.

Цель: Разобрать основные понятия геометрии Лобочевского.

Рекомендации к самостоятельной работе

1. Проработать материал по теме практического занятия.

2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 2. Параллельные и сверхпараллельные прямые.
Цель: Разобрать основные понятия геометрии Лобачевского.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 3, 4. Параллельные прямые и их свойства.
Цель: Разобрать основные понятия геометрии Лобачевского.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 5. Треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского.
Цель: Разобрать основные понятия геометрии Лобачевского.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 6 Угол параллельности..
Цель: Разобрать основные понятия геометрии Лобачевского.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 7. Окружность, эквидистанта, орицикл.
Цель: Разобрать основные понятия геометрии Лобачевского.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 8. Углы, двуугольники и треугольники на сфере.
Цель: Разобрать основные понятия сферической геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 9.Применение сферической геометрии.
Цель: Разобрать основные понятия сферической геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 10. Эллиптическая геометрия Римана.
Цель: Разобрать основные понятия эллиптической геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Подготовка к **устному докладу**.

Доклады делаются по каждой теме с целью проверки теоретических знаний обучающегося, его способности самостоятельно приобретать новые знания, работать с информационными ресурсами и извлекать нужную информацию.

Доклады заслушиваются в начале практического занятия после изучения соответствующей темы. Продолжительность доклада не должна превышать 15 минут. Тему доклада студент выбирает по желанию из предложенного списка.

При подготовке доклада студент должен изучить теоретический материал, используя основную и дополнительную литературу, обязательно составить план доклада (перечень рассматриваемых им вопросов, отражающих структуру и последовательность материала), подготовить раздаточный материал или презентацию. План доклада необходимо предварительно согласовать с преподавателем.

Выступление должно строиться свободно, убедительно и аргументировано. Преподаватель следит, чтобы выступление не сводилось к простому воспроизведению текста, не допускается простое чтение составленного конспекта доклада. Выступающий также должен быть готовым к вопросам аудитории и дискуссии.

Подготовка к **контрольной работе**.

При подготовке к контрольной работе необходимо изучить теоретический материал по дисциплине. С целью оказания помощи студентам при подготовке к контрольной работе преподавателем проводится групповая консультация с целью разъяснения наиболее сложных вопросов теоретического материала.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Ефимов Н.В. Высшая геометрия: учебное пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, - 2011. -585 с. (Электронный ресурс. – Режим доступа: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=544579).
2. Атанасян С. Л. Сборник задач по геометрии: [в 2 ч.]: учеб. пособие для студентов физ. - мат. фак. пед. вузов / С. Л. Атанасян, Глизбург, В. И.; В. И. Глизбург. - М.: ЭКСМО, 2007. - (Образовательный стандарт XXI). - Ч. 1: [для I - III курсов]. - 333, [2] с.: ил. - Список лит.: с. 335. (Библиотека УлГПУ).
3. Атанасян С. Л. Сборник задач по геометрии: [в 2 ч.]: учеб. пособие для студентов физ. - мат. фак. пед. вузов / С. Л. Атанасян, Шевелева, Н. В.; Н. В. Шевелева, В. Г. Покровский. - М.: ЭКСМО, 2008. - (Образовательный стандарт XXI). - Ч. II: [Для III - V курсов]. - 316, [2] с.: ил. - Список лит.: с. 318. (Библиотека УлГПУ).

Дополнительная литература

1. Атанасян Л. С. Геометрия: в 2 ч.: учеб. пособие для физ. - мат. фак. пед. вузов / Л. С. Атанасян, Базылев, В. Т.; В. Т. Базылев. - 2-е изд., стер. - М.: КноРус, 2011. - Часть 1. - 396 с.: ил. - Список лит.: с. 391. (Библиотека УлГПУ).
2. Атанасян Л. С. Геометрия: в 2 ч.: учеб. пособие для физ. - мат. фак. пед. вузов / Л. С. Атанасян, Базылев, В. Т.; В. Т. Базылев. - 2-е изд., стер. - М.: КноРус, 2011. - Часть 2. - 422 с.: ил. - Список лит.: с. 417. (Библиотека УлГПУ).

Интерент-ресурсы

http://www.mathnet.ru Общероссийский математический портал