Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«__25__»____ июня_____ 2021 г.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНОГО ВЫБОРА СТРАТЕГИЙ И АНАЛИЗА РИСКОВ

Программа учебной дисциплины вариативного модуля
«Основные математические методы в образовании и предметных областях»

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы магистратуры по направлению подготовки
44.04.02 Психолого-педагогическое образование

направленность (профиль) образовательной программы
Практическая психология в социальной сфере и образовании

(очная форма обучения)

Составитель: Глухова Н.В., к.ф.-м.н.,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета педагогики и психологии, протокол от «22» июня 2021 г. № 6

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математические методы оптимального выбора стратегий и анализа рисков» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1. Дисциплины (модули) вариативного модуля «Основные математические методы в образовании и предметных областях» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы магистратуры по направлению подготовки 44.04.02 Психолого-педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы «Практическая психология в социальной сфере и образовании», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках курса бакалавриата.

Результаты освоения дисциплины являются основой для научно-исследовательской работы магистрантов.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины является подготовка учителя к будущей профессиональной деятельности: формирование способности к преподаванию учебного предмета математика.

Задачей освоения дисциплины является формирование представлений о роли математики в практической деятельности и прикладных областях, отработка понятийного аппарата математики, техники проведения математических расчетов, формирование и закрепление умения принимать обоснованные решения, осуществлять разумный выбор из имеющихся вариантов, выстраивать стратегии поведения.

В результате освоения программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	Знает	Умеет	владеет
УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий. ИУК 1.1. Знает: методы критического анализа и оценки современных научных достижений; методы критического анализа; основные принципы критического	ОР-1. Приемы и методы выработки стратегии действий по разрешению проблемной ситуации.	ОР-3 Грамотно, логично, аргументированно формулировать собственные суждения и оценки, вырабатывать стратегию действий	

анализа. ИУК 1.2. Умеет: выделять проблемную ситуацию, описывать ее, определять основные вопросы, на которые необходимо ответить в процессе анализа, формулировать гипотезы; описывать явления с разных сторон, выделять и сопоставлять разные позиции рассмотрения явления, варианты решения проблемной ситуации; получать новые знания на основе анализа, синтеза и др.; собирать данные по сложным научным проблемам, относящимся к профессиональной области.	ОР-2 о существовании различных вариантов решения проблемной ситуации на основе системного подхода, методах оценки преимуществ и рисков как результатов принятого решения.		

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час	Практические занятия, час	Лабораторные занятия, час	Самостоят. работа, час	
	Трудоемк.						
	Зач. ед.	Часы					
3	3	108	4	20		57	Экзамен (27)
Итого:	3	108	4	20		57	

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель-ная работа
3 семестр				
Методы оптимального выбора в условиях определённости		8		**19**
Принятие решений при многих критериях (многокритериальная оптимизация).	2	6		**19**
Принятие решений в условиях неопределенности и анализ рисков	2	6		**19**
Всего по дисциплине:	**4**	**20**		**57**

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса

1. Методы оптимального выбора в условиях определённости

Основные задачи теории принятия решений. Факторы качества решений. Целевая ориентация решений; понятие об оптимальности выбора, целевой функции. Системное описание задачи принятия решения. Понятие о математических моделях. Методика исследования задачи принятия решения на основе математического моделирования. Организация процесса разработки решений в условиях определённости. Анализ альтернатив действий. Общее описание ситуаций принятия решений, сводимых к задачам линейного программирования Алгоритм составления математической модели задачи принятия решений при наличии ограничений. Интерактивная форма – решение задач оптимального выбора с помощью стандартных пакетов программ. Примеры принятия решений на основе линейных моделей, по данным, заданным с помощью таблиц. Графические методы оптимизации. Применение графов и схем. Интерактивная форма – деловая игра. Интерактивная форма: «Использование математических пакетов».

Тема 2. Принятие решений при многих критериях (многокритериальная оптимизация)

Оценка исходов по нескольким критериям. Математическая модель многокритериальной задачи принятия решений. Отношение доминирования по Парето. Методы сужения множества вариантов путём указания нижних границ. Субоптимизация, лексикографическая оптимизация. Метод идеальной точки. Построение обобщённого критерия в виде взвешенной суммы частных критериев. Интерактивная форма – дискуссия

Тема 3. Принятие решений в условиях неопределенности и анализ рисков

Понятие о вероятности и риске. Принятие решений в условиях неопределенности на примере систем массового обслуживания. Основы применения игровых методов в принятии решений. Антагонистические игры двух лиц как математическая модель принятия решения в условиях противоположности интересов. Матричные игры. Верхняя и нижняя цена игры. Матричные игры с седловой точкой. Устойчивое поведение и седловые точки. Теорема о связи седловой точки с ценой игры. Смешанное решение

матричной игры. Матричные игры, решаемые в смешанных стратегиях; понятие о взаимно двойственных задачах. Максиминный и минимаксный критерии принятия решений, критерии принятия решений в условиях риска. Игры с природой. Критерий Гурвица, Вальда, Лапласа, Сэвиджа. Интерактивная форма – деловая игра.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:
- подготовки к устным докладам (подготовка рефератов);
- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение групповых интерактивных заданий.

ОС-1. Лабораторная работа

Составьте математическую модель задачи. Осуществить проверку полученных результатов с помощью компьютерных программ (например Excel), представить полученную таблицу, сделать выводы. Описать каким образом решенная задача может быть использована в учебной или культурно-просветительской деятельности.

Вариант 1.

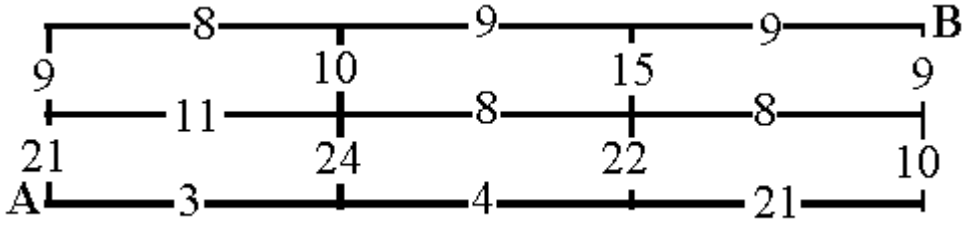
Для строительства здания под небольшой одноэтажный магазин требуется один инженер, 16 строителей и 9 специалистов по отделке, а для строительства жилого

коттеджа – 2 инженера, 6 строителей и 7 специалистов по отделке. Время, затрачиваемое на строительство каждого объекта, одинаково, но строительство магазина приносит чистую прибыль в 5 млн. руб., а строительство коттеджа – в 7 млн. руб. Новая компания дала объявление о найме на работу и получила 15 заявлений от желающих устроится на должность инженера, 96 – на работу строителя, 69 – на должность специалиста по отделке. Каков оптимальный план строительства, максимизирующий прибыль, и какое количество сотрудников следует нанять? Чему равна максимальная прибыль?

ОС-2. Самостоятельная работа

Решить задачу о принятии решения в сфере найма (максимально 12 баллов).

Вариант 1. Дана транспортная схема (расстояния между соседними узлами указаны числами в км).



Найдите длину кратчайшего маршрута от пункта А до пункта В (при условии, что двигаться можно либо на север либо на восток).

ОС-3. Контрольная работа № 1

Примерный вариант:

1. В таблице указан доход, который приносят предприятия при инвестировании в них сумм, указанных в левом столбце:

Объём капиталовложений (тыс. руб.)	Доход (тыс. руб.)		
	Предприятие 1	Предприятие 2	Предприятие 3
25	11	15	13
50	32	29	38
75	43	38	48
100	64	57	62

Имеется капитал в 100 тысяч рублей. Составьте оптимальный план распределения капиталовложений между тремя предприятиями, при котором будет достигнут максимальный доход

2. В организации социальной помощи работает 120 сотрудников высшей квалификации и 180 неквалифицированных сотрудников. Фирма выполняет 3 проекта, на первый из которых требуется 70 работников, на второй 140, на третий 90. Первый проект не требует высокой квалификации, поэтому при выполнении данного заказа рабочему любой квалификации нам потребуется оплатить 40 рабочих часов. Второй и третий проект квалифицированные рабочие выполнят гораздо быстрее, чем неквалифицированные: при выполнении второго проекта нам придётся оплачивать 25 часов каждому квалифицированному рабочему и 90 часов – неквалифицированному. При выполнении третьего проекта нам придётся оплачивать 30 часов каждому квалифицированному и 70 часов каждому неквалифицированному рабочему. Составить оптимальный план назначений, позволяющий минимизировать расходы на зарплату, если зарплата квалифицированного рабочего составляет 200 рублей в час, а неквалифицированного – 100 рублей в час. Сколько составят минимальные расходы на зарплату при выполнении данных проектов?

ОС-4. Выступление с докладом по микрогруппам.

Примерный перечень тем докладов:

1. Задачи нелинейного программирования в управлении персоналом
2. Квадратичное программирование. Понятие о квадратичных и билинейных формах.
3. Положительно-определённые квадратичные формы, угловые миноры и способ Якоби приведения квадратичной формы к каноническому виду. Определение максимумов и минимумов с помощью матриц Якоби.
4. Линейные операторы в экономике
5. Применение собственных значений к оценке рентабельности производства
6. Методы динамического программирования в решении задачи о замене оборудования
7. Сетевое планирование и составление расписаний.
8. Теория игр в управлении кадрами.

ОС-5. Самостоятельная работа

Вариант 1. В магазин с двумя кассами заходит в среднем 3 покупателя в минуту, среднее время обслуживания ½ минуты. Определить вероятность простоя, среднюю длину очереди, среднее время, проводимое покупателем в очереди.

ОС-6 Контрольная работа № 2

Примерный вариант контрольной работы № 2.

1. На пункт связи с двумя каналами поступает поток звонков (в среднем 2 звонка в минуту), средняя продолжительность разговора – 3 минуты. Если оба канала заняты, заявка получает отказ. В начальный момент времени количество заявок равно 0. Найти вероятность отказа в данной системе, вероятность простоя, абсолютную пропускную способность и среднее число занятых каналов. Пусть один звонок приносит прибыль 5 р. Содержание одного канала коммутатора – 500 руб. в сутки. Примите на основании полученных данных обоснованное решение о необходимости увеличения или сокращения каналов

2. Две конкурирующие торговые фирмы планируют построить в одном из четырёх небольших городов, лежащих последовательно вдоль автомагистрали, по одному гипермаркету. Население первого города составляет 60 тыс. человек. Второй город расположен далее по автомагистрали на расстоянии 30 км и имеет численность населения 100 тыс. человек, третий город расположен на расстоянии 40 км от второго (и соответственно 70 км от первого) и имеет население 80 тыс. человек. Население четвёртого города составляет 60 тыс. человек и он удалён от третьего города на расстояние 50 км. Распределение оборота, получаемого каждой фирмой, определяется численностью населения городов, а также степенью удалённости гипермаркета от места жительства потенциальных покупателей. Специально проведённое исследование показало, что 45 % покупателей предпочтут гипермаркет первой фирмы, 25 % покупателей – гипермаркет второй фирмы, а 30 % выберут тот гипермаркет, который будет находиться ближе к их месту жительства (в случае, если оба гипермаркета будут находиться на равном расстоянии, то половина из этих покупателей предпочтёт первый гипермаркет, а половина – второй). Примите решение о выборе города, в котором следует открыть гипермаркет, если: а) Вы – менеджер первой фирмы; б) Вы – менеджер второй фирмы. Обоснуйте принятое решение.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Теория вероятностей с элементами математической статистики и анализа систем массового обслуживания. Часть 2. Математическая статистика. Элементы теории случайных процессов и теории массового обслуживания. Учебное пособие для студентов специальности «Управление персоналом» / сост. Н.А. Волкова, Н.В. Глухова. – Ульяновск: УлГПУ, 2010. – 76 с.

2. Глухова Н.В., Череватенко О.И. Линейное программирование в управлении персоналом: учебное пособие для направления подготовки бакалавров 080400.62. – Ульяновск, УлГПУ, 2013. – 70 с.

3. Глухова Н.В. Теория принятия решений: учебное пособие. / Глухова Н.В. – Ульяновск: ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», 2017. – 48 с.

4. Исследование операций и математические модели в экономике. Лабораторные работы для студентов специальности «Управление персоналом»: учебно-методическое пособие / составитель Н.В. Глухова. – Ульяновск: УлГПУ, 2009. – 44 с.

5. Глухова Н.В. Методы оптимизации использования трудовых ресурсов. Учебное пособие. – Ульяновск, ФГБОУ ВО, 2017. – 50 с.

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1, ОС-2, ОС-5 Самостоятельная работа ОС-4 Выступление с докладом по результатам группового интерактивного задания 1 ОС-3, ОС-6. контрольная работа	ОР-1. Знает приемы и методы выработки стратегии действий по разрешению проблемной ситуации. ОР-2 Знает о существовании различных вариантов решения проблемной ситуации на основе системного подхода, методах оценки преимуществ и рисков как результатов принятого решения. ОР-3 умеет грамотно, логично, аргументированно формулировать собственные суждения и оценки, вырабатывать стратегию действий.
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** ОС-7 Экзамен в форме устного собеседования	

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Условия и факторы качества управленческих решений. Целевая ориентация управленческих решений; понятие о целевой функции.
2. Уровни принятия управленческих решений (операционное, тактическое и стратегическое управление).
3. Составление списка альтернатив и учёт всех возможных вариантов решения.
4. Описание ситуаций принятия решений, сводимых к задачам линейного программирования.
5. Алгоритм составления математической модели задачи принятия решений при наличии ограничений.
6. Симплекс-метод решения задач линейного программирования.
7. Решение задач линейного программирования с помощью стандартных пакетов программ. 8. Задача о рациональном использовании трудовых ресурсов.
9. Задача оптимального назначения.
10. Задачи производственного планирования.
11. Оценка исходов по нескольким критериям. Построение обобщённого критерия в виде взвешенной суммы частных критериев.
12. Отношение доминирования по Парето.
13. Субоптимизация и лексикографическая оптимизация.
14. Метод идеальной точки.
15. Матричные игры и их значение в теории принятия решений.
16. Верхняя и нижняя цена игры. Матричные игры с седловой точкой.
17. Матричные игры, решаемые в смешанных стратегиях.
18. Взаимно двойственные задачи. Особенности применения симплекс-метода к паре взаимно двойственных задач.
19. Игры с природой.
20. Критерий Гурвица.
21. Критерий Байеса.
21. Критерий Лапласа.
22. Критерий Вальда
23. Критерий Сэвиджа.
24. Задача о рациональном распределении сотрудников по проектам, решаемая методами динамического программирования.
25. Задача определения оптимального числа персонала в системе массового обслуживания с отказами. Пример и решение.
26. Системы массового обслуживания с отказами. Среднее число занятых каналов, вероятность отказа и простоя в данной системе.
27. Системы массового обслуживания с отказами. Абсолютная и относительная

пропускная способности.
28. Системы массового обслуживания с ограниченной очередью. Расчет средней длины очереди.
29. Системы массового обслуживания с неограниченной очередью. Определение средней длины очереди
30. Замкнутые системы массового обслуживания.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
3 семестр	Разбалловка по видам работ	1 х 2=2 балла	10 х 1= 10 баллов	224 балла	64 баллов
	Суммарный макс. балл	2 балла Max	12 баллов max	236 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам 3 семестра

Оценка	**Баллы (3 ЗЕ)**
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 и менее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за

консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

ЗАНЯТИЕ № 1. Целевая ориентация и ограничения в задачах принятия решений

1. Составить математические модели следующих задач линейного программирования.

1.1. Фирма выпускает два вида продукта в день. Производственный процесс составляет 430 минут в день (5 десятиминутных перерывов при восьми часовом рабочем дне). Для изготовления единицы продукта первого вида требуется одна минута, а единицы второго – две минуты. Продукции первого вида требуется не более 300 единиц в день, а второго – не более 230 единиц в день. Реализация единицы продукции первого вида приносит 2 доллара чистой прибыли, а второго – 3 доллара. Каков оптимальный производства, максимизирующий прибыль, чему равна максимальная прибыль?

1.2. В первой передаче имеется 18 минут рекламного времени, а во второй – 12 минут. Фирма имеет рекламные ролики трёх видов, и на основании анализа рынка считает, что 13 минут времени должно быть отведено для демонстрации роликов, рассчитанных на домохозяек, 7 минут – для демонстрации роликов, рассчитанных на молодёжь, и 10 минут – для демонстрации роликов, рассчитанных на бизнесменов. Известны рейтинги передач: первую передачу смотрят среди всех домохозяек 60 %, среди молодёжи – 50 %, среди бизнесменов – 30 %; для второй передачи соответствующие рейтинги составляют 40, 70 и 20 %. Распределите время показа рекламных роликов между передачами с целью максимизации времени просмотра целевой аудиторией.

Ответ: Ролик для домохозяек все 13 минут показывать в первой передаче, ролик для молодёжи –все 7 минут во второй передаче. Ролик для бизнесменов показывать по 5 минут в каждой передаче.

1.3. Фирма может выполнять работы двух типов. Для выполнения одного заказа первого типа требуется один инженер, 16 рабочих и 9 технологов, а для выполнения одного заказа второго типа – 2 инженера, 6 рабочих и 7 технологов. Выполнение одного заказа первого типа приносит чистую прибыль в 5 тыс. руб., а второго – в 7 тыс. руб. Фирма дала объявление о найме на работу и получила 15 заявлений от инженера, 96 – от рабочих, 69 – от технологов. Какое количество заказов первого и второго типа требуется взять фирме для максимизации прибыли? Какое количество сотрудников следует нанять? Чему равна максимально возможная прибыль?

1.4. (Д/з) На заводе есть два корпуса и три пункта аварийной эвакуации. Время на переход из первого корпуса к первому пункту эвакуации составляет 3 минуты, ко второму – 4 минуты, к третьему 2,5 минуты. Для второго корпуса соответствующие временные затраты составляют 4,5 минуты, 6,5 минут и 3,5 минуты. В первом корпусе работают 600 человек, во втором – 900. Первый пункт может принять 600 человек, второй – 500 человек, третий – 400 человек. Составить оптимальный план эвакуации, минимизирующий суммарное время, необходимое, чтобы все сотрудники добрались до пунктов эвакуации

Ответ: 200 сотрудников из первого корпуса направляются в первый пункт, 400 направляются в третий пункт, из второго корпуса 400 человек направляется в первый пункт и 500 во второй.

1.5 (Д/з) Фирма выпускает два вида изделий. Для изготовления одного изделия первого вида требуется 2 кг металла, а второго вида – 4 кг металла. Изделие первого вида может быть продано по цене 30 тыс. рублей за единицу, а второго – по цене 20 тысяч рублей за единицу, причём первого изделия можно реализовать не более 40 единиц, а второго не более 20. Всего имеется 100 кг металла. Каков оптимальный план производства, максимизирующий доход от продажи данных изделий, чему равна максимальная прибыль доход?

Ответ: 40 изделий первого вида и 5 изделий второго вида принесут доход в 1 мил.300 тыс. рублей.

ЗАНЯТИЕ № 2. Приведение систем ограничений к виду, пригодному для составления симплекс-таблиц

№ 1. Приведите систему ограничений ЗЛП ($x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$) к системе ограничений в виде равенств:

а) $-2x_1 + x_2 \leq 1$;
$-x_1 + x_2 \leq 2$
$3x_1 + x_2 \leq 8$
$-2x_1 + 3x_2 \geq -9$
$4x_1 + 3x_2 \geq 0$.

б) $2x_1 - x_2 + x_3 = 2$
$-x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5$
$x_1 + x_2 - x_3 \leq 4$
$-x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 1$;

в) (д/з) $0 \leq 2x_1 + x_2 \leq 1$
$-x_1 + 3x_2 \leq 2$
$-x_1 + x_2 \geq -4$;

г) (д/з) $x_1 \leq 1$
$x_2 \leq 2$
$x_1 + x_2 \leq 3$
$-1 \leq x_1 - x_2 \leq 0$.

№ 2. Приведите систему ограничений ЗЛП ($x_i \geq 0$) к системе ограничений в виде равенств:

а) $\begin{cases} x_1 + x_4 - 2x_5 - x_6 = 1 \\ x_2 - x_4 + x_5 + 2x_6 = 2 \\ x_3 + 3x_4 + x_5 - 3x_6 = 3 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 8 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -3 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 1 \\ -x_1 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$ Отв. $2 + x_2 \geq 0$, $3 + x_2 - 2x_4 \geq 0$.

в) $\begin{cases} x_1 - 7x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 5x_1 - 8x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$ Отв. $7x_2 - 4x_3 - 2x_4 \geq 0$, $-9x_2 + 5x_3 + 2x_4 \geq 0$

г) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 5x_4 = 0 \\ 4x_1 + 6x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 - 14x_4 = 0 \\ 10x_1 + 15x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 0 \end{cases}$ Отв. $\frac{3}{2}x_2 + \frac{11}{8}x_4 \geq 0$, $-\frac{9}{4}x_4 \geq 0$

ЗАНЯТИЕ № 3 Решение задач линейного программирования симплекс-методом

1. Найти минимум целевой функции F при заданной системе ограничений симплекс-методом. Указать значения переменных x_1, x_2, … ($x_i \geq 0$) при которых достигается минимальное значение.

а) $F = x_1 - x_3$

Система ограничений:

$x_1 - 2x_2 + x_3 = 1$

$x_1 + 3x_2 + x_4 = 2$.

Отв. Минимум 3, в точке (0, 1, 3, 0).

б) $F = x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 - x_6$

Система ограничений:

$x_1 + x_4 + 6x_6 = 9$

$3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_6 = 2$

$x_1 + 2x_3 + x_5 + 2x_6 = 6$

Отв. Минимум (-5), в точке (0, 5, 1.5, 0, 0, 1.5).

в) (д/з)$F = 5x_1 - 10x_2$

Система ограничений:

$-2x_1 + x_2 \leq 1$

$-x_1 + x_2 \leq 2$

$3x_1 + x_2 \leq 8$

$-2x_1 + 3x_2 \geq -9$.

Отв. Минимум – 27,5 в точке (1.5, 3.5).

г) (д/з) $F = x_1 - x_2 - 4x_3 + 5$

Система ограничений:

$x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 10$

$x_1 - x_2 + x_3 \leq 6$

$2x_1 + x_2 - x_3 \leq 8$.

Отв. Минимум – 15 в точке (0, 0, 5) или (0, 3, 2).

д) $F = 3 + 4x_1 + 5x_2 - x_3$

$x_1 - 3x_2 + 2x_3 \leq 4$

$3x_2 - 2x_1 + x_3 \leq 5$

$2x_1 - 3x_2 \leq 3$

Отв. Минимум 1, (0, 0, 2, 0, 3, 9).

е) $F = x_1 - 2x_2 + x_3 + 2$

Система ограничений:

$x_1 - x_2 + x_3 = 10$

$2x_1 - x_3 + x_4 \leq 5$.

Отв. Минимум не существует.

2. Найти максимум целевой функции F при заданной системе ограничений симплекс-методом. Указать значения переменных x_1, x_2, … ($x_i \geq 0$) при которых достигается максимальное значение.

а) $F = x_1 + x_2$

Система ограничений:

$x_1 - x_2 \leq 1$;

$x_2 - x_3 \leq 1$

$x_1 + x_3 \leq 2$.

Отв. Максимум 3 в точке (2, 1, 0).
б) $F = 2x_1 - x_3 + x_4$
Система ограничений:
$x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 \le 10$
$x_1 - x_3 + 2x_4 \le 8$. Отв. Максимального значения нет.
Выполнить самостоятельную работу (ОС-1)

ЗАНЯТИЕ № 4. Двойственные задачи

Задачи для самостоятельного решения:
1. Составьте двойственную задачу для задачи:

а) $\Phi = -y_1 - 2y_2 - 3y_3 \to \max$
$y_1 \ge 0,\ y_2 \ge 0,\ y_3 \ge 0,$
$$\begin{cases} -y_1 + 2y_2 - 3y_3 \le 1 \\ 2y_1 - y_2 - y_3 \le -1 \end{cases}$$

б) $\Phi = 3y_1 + 2y_2 \to \min$
$y_1 \ge 0,\ y_2 \ge 0,$
$$\begin{cases} 7y_1 + 2y_2 \ge 14 \\ 4y_1 + 5y_2 \ge 20 \end{cases}$$

в) $\Phi = 5y_1 + 4y_2 \to \max$
$y_1 \ge 0,\ y_2 \ge 0,$
$$\begin{cases} 4y_1 + 3y_2 \le 24 \\ 3y_1 + 4y_2 \le 24 \end{cases}$$

Решите задачи с применением двойственного симплекс-метода.
2. Составить двойственную задачу по отношению к задаче, состоящей в максимизации функции $f = 2x_1 + x_2 + 3x_3$ при условиях
$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 - 5x_3 \le 12 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 \ge -24 \\ -3x_1 - x_2 - x_3 \ge -3 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0 \end{cases}$$
3. Для производства трех видов изделий *A*, *B* и *C* используется три различных вида сырья. Каждый из видов сырья может быть использован в количестве, соответственно не большем 180, 210 и 244 кг. Нормы затрат каждого из видов сырья на единицу продукции данного вида и цена единицы продукции каждого вида приведены в таблице.

Виды сырья	Нормы затрат сырья (кг) на единицу продукции		
	A	B	C
I	4	2	1
II	3	1	3
III	1	2	5
Цена единицы продукции (руб.)	10	14	12

Определить план выпуска продукции, при котором обеспечивается ее максимальная стоимость, и оценить каждый из видов сырья, используемых для производства продукции. Оценки, приписываемые каждому из видов сырья, должны быть такими, чтобы оценка всего используемого сырья была минимальной, а суммарная оценка сырья, используемого на производство единицы продукции каждого вида,– не меньше цены единицы продукции данного вида.

ЗАНЯТИЕ № 5. Лексикографическая оптимизация и субоптимизация. Оценка коэффициента конкордации

1. Предположим, что Вам предстоит выбрать место работы из девяти вариантов, представленных в таблице 1. В качестве основных критериев выбраны: дневная зарплата, длительность отпуска, время поездки на работу. Так как критерий времени поездки отрицательный, оценки по этому критерию берутся со знаком минус. Какой вариант является оптимальным? Решите задачу с помощью различных оптимизационных методов

Таблица 1

	Критерий		
Варианты	Зарплата (руб)	Длительность отпуска (дни)	Время поездки (мин)

1	900	20	-60
2	500	30	-20
3	700	36	-40
4	800	40	-50
5	400	60	-15
6	600	30	-10
7	900	35	-60
8	600	24	-10
9	650	35	-40

2. Дана таблица экспертных оценок. Определите коэффициент конкордации

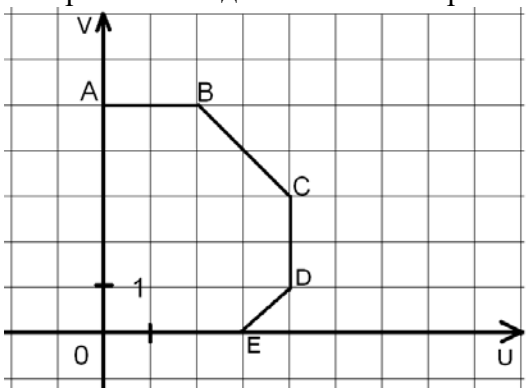
Номер объекта экспертизы	Оценка эксперта				
	1-го	2-го	3-го	4-го	5-го
1	4	6	4	4	3
2	3	3	2	3	4
3	2	2	1	2	2
4	6	5	6	5	6
5	1	1	3	1	1
6	5	4	5	6	5
7	7	7	7	7	7

Деловая игра

Рассматривается задача трудоустройства. Фронтально методом мозгового штурма группой определяют критерии, важные при выборе работы (зарплата, длительность поездки до места работы, социальный пакет, длительность отпуска и т.п.). Затем происходит разбивка на 3-4 микрогруппы, каждая из которых заполняет 3-4 строки таблиц с числовыми значениями по данным критериям. Производится обмен результатами. Определяется Парето оптимальное множество. Из данного множества осуществляется выбор согласно лексикографическому принципу (упорядочивание критериев одна группа задает для другой, результаты контролируются взаимно между микрогруппами). Затем аналогичным образом осуществляется выбор наилучшей работы путем субоптимизации (главный критерий выбирается различым для каждой микрогруппы – путем жеребьёвки), допустимые границы устанавливаются в рамках микрогруппы самостоятельно, производится их последующее обоснование. В качестве домашнего задания каждый индивидуально составляет обобщенный критерий с обоснованием выбора весов в письменной форме.

ЗАНЯТИЕ № 6. Метод идеальной точки в решении многокритериальных задач

1. На графике изображена область допустимых значений двух целевых функций U и V, которые необходимо максимизировать.



Указать границу Парето и точку утопии. Найти оптимальное решение методом идеальной точки.

2. На множестве, определяемом системой неравенств, заданы два положительных критерия U и V. Принять решение методом идеальной точки.

а) $0 \le x \le 1$ $0 \le y \le 4$ $U = 2x + 1$, $V = 2y + 3$	б) $0 \le x \le 2$, $0 \le y \le 4$, $2x + y \le 6$, $U = x + y + 2$, $V = x - y + 6$.

3. Два друга предпринимателя решили установить общую аппаратуру в общем помещении, в котором они будут работать в две смены (один бизнесмен в одну – другой – в другую). Но, поскольку производимая продукция была различна, то оказалось, что их интересы не вполне совпадают. Дневная прибыль, которую может получить первый предприниматель на одном станке первого типа оказалась равна 2 тыс. руб, а на одном станке второго типа – 3 тыс. руб. Для второго предпринимателя дневная прибыль с одного станка первого типа равна 6 тыс. руб, а со станка второго типа – 6 тыс. руб. Кроме того, в помещении можно было установить не более 10 станков любого типа; предельная сумма, которую предприниматели смогли выделить на приобретение станков оказалась равной 120 тыс. руб. Стоимость одного станка первого типа составляет 10 тыс. руб, второго – 15 тыс. руб. Определите компромиссное решение по определению оптимального соотношения устанавливаемых станков методом идеальной точки.

4. Имеется некоторое экологически вредное производство. Пусть x – количество оборудования (стоимостью 10 тыс. руб. за единицу), y – количество фильтров (стоимостью 5 тыс. руб. за единицу). Тогда прибыль фирмы рассчитывается по формуле $U = 5x - 2y$, а выбросы – по формуле $V = x - y$. На закупку оборудования и фильтров имеется не более 3 млн. руб. Составьте оптимальный план закупок.

ЗАНЯТИЕ № 7. Выступления с докладами (ОС-4)

ЗАНЯТИЕ № 8.Матричные игры

1. Среди перечисленных матричных игр укажите те, которые имеет точку равновесия (седловую точку) и оптимальные стратегии:

а) $\begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 4 & 1 & -3 \\ -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -5 \\ -6 & 4 & 5 \end{pmatrix}$;

д) $\begin{pmatrix} 10 & 40 & 12 & 9 \\ 17 & 16 & 13 & 14 \\ 23 & 8 & 10 & 25 \end{pmatrix}$; е) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$; ж) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$; з) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Найдите решение матричной игры, заданной матрицей A, в смешанных стратегиях:

а) $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 6 & 5 \\ 2 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

3. В городе имеются две гостиницы. В настоящее время в первой гостинице останавливаются 30 % посетителей города, а во второй – 70 %. Цены за проживания равные. Для увеличения числа клиентов хозяева гостиниц могут предпринять одну из следующих стратегий: предложить новые эксклюзивные услуги, снизить цену за проживание, дать рекламу или не делать ничего. 20 % клиентов приезжают в город впервые и поэтому ориентируются на рекламу, а 80 % – постоянные клиенты. Большинство клиентов (90 %) предпочитают ничего не менять, если условия остаются прежними, а 10 % стремятся попробовать что-то новое и перейдут в другую гостиницу,

если увидят рекламу. Если условия изменятся, то для 40 % клиентов важна более дешевая цена, для 30 % - эксклюзивные услуги (но если две гостиницы введут эти услуги одновременно, то услуга перестанет быть эксклюзивной и клиенты останутся на своем месте), 20 % не перейдут с привычного места в любом случае, а 10 % хотят попробовать что-то новое и в любом случае перейдут в другую гостиницу, если что-то в ней изменится. Гостиницы оценивают прибыль от получения 5 % клиентов дополнительно за период проведения акции в ту же сумму, что и стоимость рекламы (эту же сумму гостиницы могут потратить на снижения цен или на эксклюзивные услуги). Какие стратегии следует предпринять гостиницам?

ЗАНЯТИЕ № 9. Игры с природой

1. Обувная фабрика распространяет своё производство обуви через магазин. Реализация зависит от состояния погоды. В теплую погоду предприятие реализует 1000 ботинок и 2000 туфель, при прохладной погоде 1500 пар ботинок и 800 пар туфель. Затраты на производство одной пары ботинок равны 30, а туфель 15 рублям, соответственно цена реализации равна 50 рублям и 20 рублям. Определить оптимальную стратегию фабрики.

2.. Фермер, имеющий ограниченный участок земельных угодий, может его засадить тремя различными культурами A_1, A_2, A_3. Урожай этих культур зависит главным образом от погоды ("природы"), которая может находиться в трёх различных состояниях: B_1, B_2, B_3. Фермер имеет информацию о средней урожайности этих культур (количество центнеров культуры, получаемого в одного гектара земли) при трёх различных состояниях погоды, которая отражена в таблице:

Виды культур	Возможные состояния погоды			Цены
	Засуха B_1	Нормальная B_2	Дождливая B_3	
A_1	20	15	10	5
A_2	7	15	5	7
A_3	0	5	10	10

При помощи критериев Лапласа, Вальда, Сэвиджа и Гурвица при λ=0,8 определить какой культурой следует засеять участок.

3. Директор торговой фирмы, продающей телевизоры марки «Zarya» решил открыть представительство в областном центре. У него имеются альтернативы либо создавать собственный магазин в отдельном помещении, либо организовывать сотрудничество с местными торговыми центрами. Всего можно выделить 5 альтернатив решения: A_1, A_2, A_3, A_4, A_5. Успех торговой фирмы зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Эксперты выделяют 4 возможных варианта развития ситуации S_1, S_2, S_3, S_4. Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей A (млн. р./год).

$$A=\begin{pmatrix} 8 & 12 & 14 & 5 \\ 9 & 10 & 11 & 10 \\ 2 & 4 & 9 & 22 \\ 12 & 14 & 10 & 1 \\ 15 & 6 & 7 & 14 \end{pmatrix}$$

При помощи критериев Лапласа, Вальда, Сэвиджа и Гурвица при λ=0,2 определить какое решение стоит принять директору торговой фирмы..

Занятие № 10. Контрольная работа № 2 (ОС-6)

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Мастяева И.Н., Горемыкина Г.И., Семенихина О.Н. Методы оптимальных решений. – М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2018. – 384с. (https://znanium.com/catalog/document?id=309172).
2. Рыков В.В., Козырев Д.В. Основы теории массового обслуживания: учебное пособие. – М.: НИЦ ИНФРА-М, 2021. – 223с. (https://znanium.com/catalog/document?id=374971).

Дополнительная литература

1. Малугин В.А. Количественный анализ в экономике и менеджменте: Учебник/Малугин В.А., Фадеева Л.Н. – М.: НИЦ ИНФРА-М, НИЦ ИНФРА-М, 2017. – 615с. (https://znanium.com/catalog/document?id=167401).
2. Соколов Г.А. Линейные целочисленные задачи оптимизации: учеб.пособие. – М.: ИНФРА-М, 2020.- 132с. (https://znanium.com/catalog/document?id=359429).
3. Горелов С.В., Горелов В.П., Григорьев Е.А. Основы научных исследований: учебное пособие.-М.: Берлин Директ-Медиа, 2016.-534с. (электронный ресурс «Университетская библиотека онлайн», режим доступа: https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=443846.
4. Измаилов А.Ф., Солодков В.М. Численные методы оптимизации. М.: Физматлит, 2008.-320с. https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=69317.
5. Колемаев В.А. Математические методы и модели исследования операций:учебник.-М: Юнити-Дана. 2015.- 592с. https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=114719.

Интернет-ресурсы

– Электронная библиотека http://lib.mexmat.ru/books/75829 (свободный доступ):

Розен В.В. Математические модели принятия решений в экономике. – М.: Высшая школа, 2002. – 288 с. http://lib.mexmat.ru/books/13825

Афанасьев М.Ю., Багриновский К.А., Матюшок В.М. Прикладные задачи исследования операций: Учебное пособие. – М.: Инфра-М, 2006. – 352 с. – (Учебники РУДН). ISBN 5-16-002397-6 (Допущено Учебно-методическим объединением по классическому университетскому образованию в качестве учебного пособия по дисциплине национально-регионального компонента для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 080100 «Экономика») http://lib.mexmat.ru/books/75829

– Электронная библиотека http://www.razym.ru (свободный доступ)

Таха Х.А. Введение в исследование операций. – М.: Вильямс, 2001. – 912 с. http://www.razym.ru/naukaobraz/disciplini/matem/106249-taha-hemdi-a-vvedenie-v-issledovanie-operaciy.html

Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении. – М.: Дело. – 2004. – 440 с. http://www.razym.ru/65168-matematicheskie-metody-i-modeli-v-upravlenii.html

– On-line калькуляторы