

Министерство просвещения Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Ульяновский государственный педагогический университет  
имени И.Н. Ульянова»  
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования  
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методической  
работе

С.Н. Титов

## **ОСНОВЫ ГЕОМЕТРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ГРАФИКИ**

Программа учебной дисциплины модуля специальных разделов предметной  
области

основной профессиональной образовательной программы высшего  
образования – программы бакалавриата по направлению подготовки  
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы  
Информатика. Иностранный язык

(очная форма обучения)

Составитель: Череватенко О.И., к.ф.-м.н.,  
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-  
математического и технологического образования, протокол от «26» мая  
2023 г. № 5

Ульяновск, 2023

### Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Основы геометрии и компьютерной графики» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1. Дисциплины (модули) модуля специальных разделов предметной области учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Информатика. Иностранный язык», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса «Геометрия» или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования, а также ряда дисциплин учебного плана, изученных обучающимися в предыдущих семестрах: Математические основы информатики.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик: 3D-моделирование, Педагогическая практика по информатике.

#### Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

**Целью** освоения дисциплины раскрыть студентам значение геометрии, углубить их представление о месте геометрии в изучении окружающего мира; помочь будущему учителю понять смысл и значение разделов математики, относящихся к геометрии.

**Задачей** освоения дисциплины является изучить основные разделы геометрии и воспитать общую геометрическую культуру, необходимую будущему учителю для понимания как основного курса математики, так и школьных факультативных курсов; способствовать развитию мышления; развивать умение самостоятельной работы с математической литературой; курс «Геометрии» должен дать студентам знания, навыки и умения, необходимые для успешного изучения других разделов математики.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Основы геометрии и компьютерной графики» (в таблице представлено соотношение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
ПК-1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)	ОР-1 знать роль и место дисциплины в общей картине научного знания;  ОР-2 знать структуру, состав и дидактические единицы содержания дисциплины;  ОР-3 знать основные приемы и методы решения проблем и задач предметной	ОР-4 уметь осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию;	

ПК-1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО	области.		
--	----------	--	--

**1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Номер семестра	Учебные занятия								Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час.	Практические занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Лабораторные занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Самостоят. работа, час.	
	Трудоемк.								
	Зач. ед.	Часы							
4	3	108	18	-	-	30	-	33	экзамен (27)
Итого:	3	108	18	-	-	30	-	33	-

**2. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
Векторы и операции над ними. Метод координат на плоскости	5		8	8
Линии второго порядка	4		7	8

Метод координат в пространстве. Плоскости и прямые в пространстве	5		8	8
Поверхности второго порядка	4		7	9
<b>Всего по дисциплине:</b>	<b>18</b>	<b>-</b>	<b>30</b>	<b>33</b>

### *3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины*

#### **Краткое содержание курса**

##### **ВЕКТОРЫ И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ. МЕТОД КООРДИНАТ НА ПЛОСКОСТИ.**

Скалярные и векторные величины в математике. Вектор. Длина и направление вектора. Коллинеарные и компланарные векторы. Равные векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость векторов. Координаты вектора относительно данного базиса и их свойства. Аксиомы векторного пространства. Скалярное произведение векторов и его свойства. Применение векторов к решению задач школьного курса геометрии.

Аффинная система координат на плоскости. Деление отрезка в данном отношении. Простое отношение трех точек прямой. Прямоугольная декартова система координат. Расстояние между двумя точками. Полярные координаты. Переход от полярных координат к декартовым и обратно. Геометрическое истолкование уравнений и неравенств между координатами. Примеры. Алгебраическая линия и ее порядок. Прямая линия. Различные способы задания прямой. Общее уравнение прямой. Геометрический смысл коэффициентов при текущих координатах в общем уравнении прямой. Геометрический смысл знака трехчлена  $Ax+By+C$ . Взаимное расположение двух прямых. Признаки параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми. Метод координат в решении задач школьного курса геометрии.

##### **ЛИНИИ ВТОРОГО ПОРЯДКА.**

Эллипс: определение, каноническое уравнение, свойства. Гипербола: определение, каноническое уравнение, свойства. Асимптоты. Парабола: определение, каноническое уравнение, свойства. Фокусы и директрисы линий второго порядка. Уравнение линии второго порядка в полярных координатах. Общее уравнение линии второго порядка.

##### **МЕТОД КООРДИНАТ В ПРОСТРАНСТВЕ. ПЛОСКОСТИ И ПРЯМЫЕ В ПРОСТРАНСТВЕ**

Аффинная система координат в пространстве. Деление отрезка в данном отношении. Прямоугольная декартова система координат. Расстояние между двумя точками. Геометрическое истолкование уравнений и неравенств между координатами. Примеры. Векторное и смешанное произведение векторов. Вычисление площади треугольника и объема тетраэдра. Условия коллинеарности двух векторов, компланарности трех векторов.

Различные способы задания плоскости. Общее уравнение плоскости. Геометрический смысл коэффициентов при текущих координатах в общем уравнении. Геометрический смысл знака многочлена  $Ax+By+Cz+D$ . Взаимное расположение двух плоскостей. Признаки параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Различные способы задания прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между двумя прямыми, угол между прямой и плоскостью.

##### **ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА**

Эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды Определения, канонические уравнения, свойства. Цилиндр и конус второго порядка Конические сечения. Прямолинейные образующие поверхности второго порядка.

### **3. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовки к устным выступлениям по материалам лекций, самостоятельных докладов, презентаций;
- подготовки тестов по вопросам программы
- домашних заданий для самостоятельного решения.

#### **ОС-1. Темы рефератов**

1. Общая теория поверхностей второго порядка.
2. Применение комплексных чисел в планиметрии.
3. Решение задач школьного курса геометрии аналитическими методами.
4. Геометрия на сфере.

#### **ОС-2. Самостоятельная работа**

1. Даны вершины четырехугольника  $A(5,2)$ ,  $B(1,-3)$ ,  $C(-2,1)$ ,  $D(2,6)$ .

- а) Построить четырехугольник в GeoGebra.  
 б) Доказать, что ABCD параллелограмм,  
 в) Определить величину угла A и проверить правильность построения,  
 г) Найти скалярное произведение  $\overline{AB} \cdot \overline{BD}$ .
2. На сторонах AB, BC и AD квадрата ABCD выбраны соответственно точки M, P и K так, что M - середина AB, PC=2BP, KA=2DK. Построить чертеж к задаче в GeoGebra. Найти угол между прямыми MC и PK и проверить правильность вычислений.
3. Доказать, что прямая, проходящая через вершину A треугольника ABC и середину медианы BD, делит сторону BC в отношении 1:2. Построить чертеж к задаче в GeoGebra.

### ОС-3. Контрольная работа №1

Задача 1. Даны вершины тетраэдра A(1,0,-2); B(2,1,-1); C(0,2,-3); D(-1,-2,0). Построить изображение тетраэдра по заданному условию в GeoGebra. Вычислить: объем тетраэдра; координаты точки K, делящей отрезок AB в отношении 2 : 3; площадь грани DCA. Проверить правильность вычислений.

Задача 2. Даны координаты вершин треугольника ABC: A(-5;9), B(7;0), C(5,14). Построить чертеж к задаче в GeoGebra. Найти: а) уравнения сторон AB и BC; записать уравнение AB «в отрезках», BC – с угловым коэффициентом;  
 б) уравнение медианы BB<sub>1</sub> и центр тяжести треугольника;  
 в) уравнение высоты CD и ее длину;  
 г) координаты точки P, симметричной точке A относительно CD;  
 д) угол B.

### ОС-4. Контрольная работа №2

Задача 1. Даны вершины треугольной призмы A(1,-2,2), B(1,0,-1), C(0,1,2), A<sub>1</sub>(-1,1,1). Построить чертеж к задаче в GeoGebra.

Найти: а) уравнение плоскости основания ABC;  
 б) уравнение прямой AC;  
 в) уравнения высоты A<sub>1</sub>H призмы;  
 г) длину высоты A<sub>1</sub>H;  
 д) вычислить величину угла между ребром AA<sub>1</sub> и плоскостью основания ABC;  
 е) вычислить объем призмы;  
 ж) вычислить площадь основания ABC призмы.

Задача 2.

Определить взаимное расположение прямой  $\ell \{ x+y -2z-9 =0 \} \{ 2x+3y -z = 0 \}$  и плоскостью  $\alpha: x - z + 11 = 0$ . Вычислить расстояние от начала координат до прямой  $\ell$  и плоскости  $\alpha$ .

Задача 3. Доказать, что прямые  $\ell: (x - 1) / 1 = y / 3 = (z - 2) / 5$

и m: 
$$\begin{cases} x = -3t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 - t \end{cases}$$
 скрещивающиеся и вычислить расстояние между ними.

*Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:*

1. Гришина С.А., Кувшинова А.Н., Куренева Т.Н., Череватенко О.И. Геометрия: учебно-методическое пособие. Часть 1. – Ульяновск: УлГПУ, 2017. – 12 с..

2. Гришина С.А., Кувшинова А.Н., Куренева Т.Н., Череватенко О.И. Геометрия: учебно-методическое пособие. Часть 2. – Ульяновск: УлГПУ, 2017. – 11 с..
3. Прокопьев Г.С., Салдаева Г.В. Методические указания и контрольная работа № 1 по теме «Геометрия на плоскости». Для студентов – заочников 1 курса физико-математического факультета.- Ульяновск, 1996. (Библиотека УлГПУ).
4. Прокопьев Г.С., Череватенко О.И. Методические рекомендации и контрольная работа № 2 по теме «Геометрия в пространстве». Для студентов – заочников 2 курса физико-математического факультета .- Ульяновск, 2010. (Библиотека УлГПУ).

#### 4. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

##### Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

**Цель проведения аттестации** – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

**Промежуточная аттестация** осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ, используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	<b>Оценочные средства для текущей аттестации</b> ОС-1 Защита реферата  ОС-2 Самостоятельная работа  ОС-3 Контрольная работа №1  ОС-4 Контрольная работа №2	ОР-1 знать роль и место дисциплины в общей картине научного знания; ОР-2 знать структуру, состав и дидактические единицы содержания дисциплины; ОР-3 знать основные приемы и методы решения проблем и задач предметной области; ОР-4 уметь осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию.
	<b>Оценочные средства для промежуточной аттестации</b> <b>зачет (экзамен)</b> ОС-5 экзамен в форме устного собеседования	

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

***Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине***

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

***Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине***

**ОС-5 Экзамен в форме устного собеседования**

**Перечень вопросов к экзамену**

1. Основы использования GeoGebra
2. Создание чертежей в GeoGebra
3. Понятие вектора, длина вектора, коллинеарные, равные векторы. Перенос вектора в данную точку.
4. Линейные операции над векторами, их свойства. Понятие векторного пространства.
5. Линейная зависимость вектора. Теоремы о линейной зависимости векторов.
6. Геометрический смысл линейной зависимости векторов.
7. Координаты вектора. О единственности разложения вектора по данному базису.
8. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения.
9. Аффинная система координат на плоскости. Простейшие задачи аналитической геометрии.
10. Прямоугольная декартова система координат на плоскости. Расстояние между двумя точками.
11. Геометрическое истолкование уравнений и неравенств между координатами. Примеры. О классификации плоских линий.
12. Прямая линия. Уравнения прямой, заданной точкой и направляющим вектором.
13. Уравнения прямой, заданной двумя точками.
14. Общее уравнение прямой. Исследование общего уравнения прямой.
15. Геометрический смысл коэффициентов при текущих координатах в общем уравнении прямой.
16. Геометрический смысл знаков трехчлена  $Ax + By + C$ .
17. Взаимное расположение двух прямых.
18. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
19. Эллипс. Вывод канонического уравнения эллипса. Свойства эллипса.
20. Гипербола. Вывод канонического уравнения гиперболы. Свойства гиперболы.
21. Парабола. Вывод канонического уравнения параболы. Свойства параболы.
22. Директрисы эллипса и гиперболы.
23. Аффинная и прямоугольная системы координат в пространстве.
24. Решение простейших задач в координатах.
25. Векторное произведение векторов и его свойства.
26. Смешанное произведение векторов и его свойства.
27. Вывод уравнений плоскости при различных способах задания.
28. Общее уравнение плоскости.
29. Условие параллельности вектора и плоскости.
30. Исследование расположения плоскости относительно системы координат.
31. Геометрический смысл коэффициентов  $A, B, C$  в общем уравнении плоскости.



32. Геометрический смысл знака многочлена  $Ax + By + Cz + D$ .
33. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.
34. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями.
35. Различные способы задания прямой в пространстве.
36. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
37. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
38. Метрические задачи теории прямой и плоскости в пространстве.
39. Эллипсоид. Определение, свойства.
40. Однополостный гиперболоид. Определение, свойства.
41. Двуполостный гиперболоид. Определение, свойства.
42. Эллиптический параболоид. Определение, свойства.
43. Гиперболический параболоид. Определение, свойства.
44. Цилиндрические поверхности второго порядка.
45. Конические поверхности. Конические сечения.
46. Поверхности вращения. Поверхности вращения второго порядка.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

### **Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине**

*Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся*

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
<b>4 семестр</b>	Разбалловка по видам работ	9 x 1=9 баллов	15 x 1=15 баллов	212 баллов	64 балла
	Суммарный макс. балл	9 баллов max	24 балла max	236 баллов max	300 баллов max

*Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра*

<b>Оценка</b>	<b>Баллы (ЗЗЕ)</b>
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 и менее

### **5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удастся осветить в полном объеме,

поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

#### **Подготовка к практическим занятиям.**

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических заданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

### **Планы практических занятий**

#### **Занятие 1.**

##### **Тема: Понятие вектора. Коллинеарные векторы. Равные векторы. Линейные операции над векторами.**

1. Обзор программного обеспечения. Краткая характеристика и обзор возможностей GeoGebra. Интерфейс программы. Управление видовыми окнами.
2. Создание плоскостных геометрических объектов, добавление изображений в плоскость чертежа. Использование программы при решении задач школьного курса математики.
3. Понятие вектора, нулевого вектора; определения равных, коллинеарных, противоположных, компланарных векторов. Длина вектора.
4. Операция сложения векторов: определение суммы векторов; свойства операции сложения.
5. Вычитание векторов.
6. Умножение вектора на число: определение, свойства операции.

#### **Занятие 2.**

##### **Тема: Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Координаты вектора в относительно данного базиса и их свойства.**

1. Линейная комбинация векторов. Тривиальная линейная комбинация векторов.
2. Определения линейно независимой и линейно зависимой систем векторов.
3. Достаточные условия линейной зависимости векторов.
4. Теоремы о линейной зависимости двух, трех, четырех векторов.
5. Определение векторного пространства.
6. Определение базиса векторного пространства. Размерность пространства.
7. Определение координат вектора в базисе. Свойства координат.

#### **Занятие 3.**

##### **Тема: Скалярное произведение векторов. Применение векторов к решению задач школьного курса геометрии.**

1. Скалярное произведение векторов: определение, свойства (коммутативность, ассоциативность относительно умножения на число. дистрибутивность. необходимое и достаточное условия равенства нулю скалярного произведения, скалярный квадрат, вычисление через координаты векторов). Обоснование свойств.

#### **Занятие 4.**

**Тема: Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости в аффинной и прямоугольной декартовой системах координат.**

1. Определение и задание аффинной системы координат на плоскости и в пространстве.
2. Радиус-вектор точки. Координаты точки.
3. Простейшие задачи, решаемые в аффинной системе координат (координаты вектора, соединяющего две точки; деление отрезка в заданном отношении).
4. Прямоугольная система координат.
5. Простейшие задачи, решаемые в прямоугольной системе координат (знать обоснования).
6. Применение метода координат к решению задач школьного курса геометрии.

#### **Занятие 5, 6.**

**Тема: Прямая линия. Различные способы задания прямой. Общее уравнение прямой.**

1. Вывод уравнения прямой, заданной точкой и направляющим вектором.
2. Вывод уравнения прямой, заданной двумя точками.
3. Вывод уравнения прямой, заданной точкой и перпендикулярным вектором. Нормальный вектор прямой.
4. Общее уравнение прямой.
5. Уравнение прямой «в отрезках».
6. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
7. Расположение прямой в системе координат в зависимости от равенства нулю коэффициентов в общем уравнении прямой.

#### **Занятие 7.**

**Тема: Геометрический смысл знака многочлена  $Ax + By + C$ . Параллельность и перпендикулярность двух прямых. Расстояние от точки до прямой. Метод координат в решении задач школьного курса геометрии.**

1. Условия пересечения, совпадения, параллельности двух прямых (с обоснованием).
2. Геометрический смысл знака многочлена  $Ax + By + C$ .
3. Определение угла между двумя прямыми. Вывод формулы.
4. Расстояние от точки до прямой (вывод формулы).

Решить задачи: [3] № 418 – 419 (устно), 420, 446, 479 (а), 482, 484, 487, 496.

#### **Занятие 8, 9.**

**Тема: Эллипс, гипербола, парабола. Фокусы и директрисы линий второго порядка.**  
Вывод уравнения прямой, заданной точкой и направляющим вектором.

1. Определение эллипса, его свойства.
2. Определение гиперболы, ее свойства.
3. Определение параболы, ее свойства.
4. Фокусы и директрисы линий второго.

#### **Занятие 10.**

**Тема: Аффинная и прямоугольная системы координат в пространстве. Деление отрезка в данном отношении. Расстояние между двумя точками.**

1. Определение и задание аффинной системы координат в пространстве.
2. Радиус-вектор точки. Координаты точки.
3. Простейшие задачи, решаемые в аффинной системе координат (координаты вектора, соединяющего две точки; деление отрезка в заданном отношении).
4. Прямоугольная система координат.
5. Простейшие задачи, решаемые в прямоугольной системе координат (знать обоснования).
6. Ориентация плоскости, ориентация пространства.
7. Формулы преобразования координат.
8. Определение фигуры, уравнение (неравенство) фигуры.
9. Применение метода координат к решению задач школьного курса геометрии.

### **Занятие 11.**

#### **Тема: Применение метода координат к решению задач школьного курса стереометрии.**

1. Простейшие задачи, решаемые в аффинной системе координат (координаты вектора, соединяющего две точки; деление отрезка в заданном отношении).
2. Простейшие задачи, решаемые в прямоугольной системе координат (знать обоснования).
3. Применение метода координат к решению задач школьного курса стереометрии.

### **Занятие 12.**

#### **Тема: Векторное и смешанное произведение векторов.**

1. Определение ориентированного трехмерного пространства.
2. Определение векторного произведения двух векторов.
3. Геометрический смысл модуля векторного произведения.
4. Формула для вычисления векторного произведения через координаты множителей.
5. Свойства векторного произведения: антикоммутативность относительно скалярного множителя, дистрибутивность относительно сложения, условие коллинеарности векторов (доказательства свойств).
6. Вычисление площади треугольника с помощью векторного произведения (вывод формулы площади).
7. Определение смешанного произведения трех векторов.
8. Геометрический смысл смешанного произведения (с обоснованием).
9. Формула для вычисления смешанного произведения (знать вывод).
10. Свойства смешанного произведения с обоснованием их:
  - a. инвариантность относительно циклической перестановки;
  - b. изменение знака при перестановке двух множителей;
  - c. ассоциативность относительно скалярного множителя;
  - d. дистрибутивность относительно сложения.
5. Формула необходимого и достаточного условий компланарности трех векторов (с обоснованием).
6. Применение программы GeoGebra для построения многогранников
  7. Вычисление объема параллелепипеда, тетраэдра с помощью смешанного произведения (вывод формулы объема тетраэдра).

### **Занятие 13.**

#### **Тема: Различные способы задания плоскости. Общее уравнение плоскости.**

#### **Геометрический смысл знака многочлена $Ax + By + Cz + D$ .**

1. Вывод уравнения плоскости, заданной точкой и двумя направляющими векторами.
2. Вывод уравнения плоскости, заданной тремя точками.
3. Параметрические уравнения плоскости.

4. Вывод уравнения плоскости, заданной точкой и перпендикулярным вектором. Нормальный вектор плоскости.
5. Общее уравнение плоскости.
6. Уравнение плоскости «в отрезках».
7. Геометрический смысл коэффициентов в общем уравнении плоскости.
8. Расположение плоскости в системе координат в зависимости от равенства нулю коэффициентов в общем уравнении плоскости.
9. Геометрический смысл знака многочлена  $A_x + B_y + C_z + D$ .

#### **Занятие 14.**

**Тема: Взаимное расположение 2-х и 3-х плоскостей. Признаки параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Метрические задачи теории плоскости.**

1. Условия пересечения, совпадения, параллельности двух плоскостей (с обновлением).
2. Определение угла между плоскостями. Вывод формулы для вычисления угла.
3. Вывод формулы для вычисления расстояния от точки до плоскости.
4. Формула для расстояния между параллельными плоскостями.

#### **Занятие 15.**

**Тема: Различные способы задания прямой.**

1. Вывод уравнения прямой, заданной точкой и направляющим вектором.
2. Параметрические, канонические уравнения прямой.
3. Вывод уравнения прямой, заданной двумя точками.
4. Уравнение прямой, заданной двумя плоскостями. Общее уравнение прямой.
5. Переход от общего уравнения прямой к параметрическим или каноническим уравнениям.
6. Исследование взаимного расположения двух прямых. Обоснование условий, определяющих прямые скрещивающиеся, пересекающиеся, параллельные, совпадающие..

### **6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины**

#### **Основная литература**

1. Смирнов, В. А. Геометрия с GeoGebra: стереометрия : учебное пособие : [12+] / В. А. Смирнов, И. М. Смирнова. – Москва : Прометей, 2018. – 171 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=494871>. – ISBN 978-5-907003-42-2. – Текст : электронный.
2. Смирнов, В. А. Геометрия с GeoGebra: планиметрия : учебное пособие : [12+] / В. А. Смирнов, И. М. Смирнова. – Москва : Прометей, 2018. – 206 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=494870>. – ISBN 978-5-907003-43-9. – Текст : электронный.

#### **Дополнительная литература**

1. Шпаков, П. С. Основы компьютерной графики : учебное пособие / П. С. Шпаков, Ю. Л. Юнаков, М. В. Шпакова ; Сибирский федеральный университет. – Красноярск : Сибирский федеральный университет (СФУ), 2014. – 398 с. : табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=364588>– Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7638-2838-2. – Текст : электронный.

#### **Интернет-ресурсы**

Learn GeoGebra Classroom by GeoGebra Team (<https://www.geogebra.org/m/hncrgruu/>)

Лист согласования рабочей программы  
учебной дисциплины

**Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование**

**Профиль: Информатика. Иностранный язык**

**Рабочая программа: Основы геометрии и компьютерной графики**

**Составитель: О.И. Череватенко – Ульяновск: УлГПУ, 2023.**

Программа составлена с учетом федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль подготовки «Информатика. Иностранный язык» утверждённого Министерством образования и науки Российской Федерации, и в соответствии с учебным планом.

Составители  О.И. Череватенко (подпись)

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) одобрена на заседании кафедры высшей математики "23" мая 2023г., протокол № 10  
Заведующий кафедрой

 И.В. Столярова 23.05.23  
личная подпись      расшифровка подписи      дата

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) согласована с библиотекой

Сотрудник библиотеки

 Ю.Б. Марсакова 22.05.23  
личная подпись      расшифровка подписи      дата

Программа рассмотрена и одобрена на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования "26" мая 2023 г., протокол № 5

Председатель ученого совета факультета физико-математического и технологического образования

 Е.М. Громова 26.05.23  
личная подпись      расшифровка подписи      дата