Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 0233C9D60038B01A9E48C1A3FBB4A9D9F6
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 07.07.2023 до 28.04.2038

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе С.Н. Титов

МНОГОМЕРНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Программа учебной дисциплины
модуля специальных разделов предметной области

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Иностранный язык

(очная форма обучения)

Составитель:
Сибирева А.Р., к.ф.-м.н, доцент, доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от 26 мая 2023 г. № 5.

Ульяновск, 2023

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Многомерный математический анализ» относится к дисциплинам Блока 1. Дисциплины (модули), Б1.В. Части, формируемой участниками образовательных отношений, Б1.В.02 Модулю специальных разделов предметной области учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Иностранный язык», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках дисциплины «Математический анализ». Изучение дисциплины взаимосвязано с рядом дисциплин учебного плана: («Алгебра», «Геометрия»), а также иными математическими дисциплинами базовой и вариативной частей программы. Курс математического анализа, в том числе – многомерного, является предшествующим для дисциплин: «Обыкновенные дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных», «Теория функций действительного и комплексного переменного», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дополнительные вопросы математического анализа» и др.

Результаты изучения дисциплины являются основой для прохождения практик: Педагогическая практика по математике, Научно-исследовательская работа.

Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Цель дисциплины «Многомерный математический анализ» – освоение бакалавром системы базовых понятий, идей и методов классического математического анализа, формирование навыков решения задач, умения оперировать математическим аппаратом, развитие абстрактно-логического мышления, подготовка к преподаванию школьных курсов математики.

Задачи дисциплины связаны с формированием общекультурных и профессиональных компетенций и включают формирование логической и алгоритмической культуры, системных знаний по базовым разделам современной математики, представлений о структуре математического знания в целом.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Многомерный математический анализ» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.	ОР-1. Знает методы критического анализа и синтеза информации	ОР-2 Умеет применять системный подход для решения поставленных задач	ОР-3 Владеет навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности
ПК-1. Способен	ОР-4. Знает роль и	ОР-6 умеет	ОР-7 владеет

осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач. ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	место математики в общей картине научного знания; ОР-5. Знает структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики.	осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию.	действием проектирования различных форм учебных занятий, ОР-8 владеет навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике.
ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов. ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской,	ОР-9. Знает характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике; ОР-10. Знает особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов учебной деятельности.	ОР-11 Умеет оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов; ОР-12 Умеет организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной деятельности.	ОР-13. Владеет навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.

проектной, групповой и др.).			

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия								Форма итоговой аттестации
	Всего		Лекции, час	Лабораторные занятия, час	В т.ч. практическая	Практические занятия, час	В т.ч. практическая	Самостоятельная работа, час	
	Трудоемкость								
	Зачет. ед.	Часы							
4	4	144	24	-	-	40	-	53	экзамен 27
Итого	4	144	24	-	-	40	-	53	27

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ п/п	Наименование разделов и тем (с разбивкой на модули)	Количество часов по формам организации обучения			
		Лекционные занятия	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа
4-й семестр (4 ЗЕ)					
1.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	12	-	18	20
2.	Кратные и криволинейные интегралы	12	-	22	33
Итого за 4-й семестр		**24**	**-**	**40**	**53**
Всего		**24**	**-**	**40**	**53**

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Функции нескольких переменных: область определения, линии (поверхности) уровня, способы графического представления функций двух, трех переменных. Предел функции нескольких переменных: определение в терминах окрестностей и в терминах последовательностей. Непрерывность функции нескольких переменных.

Частные производные функции нескольких переменных Производная функции нескольких переменных в точке по заданному направлению. Геометрический смысл производных по направлению, частных производных функции двух переменных. Градиент функции нескольких переменных в точке, геометрический смысл градиента. Дифференцируемость функции нескольких переменных, полный дифференциал. Геометрический смысл полного дифференциала функции двух переменных; касательная плоскость и нормаль к поверхности. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции в точке.

Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные, условия равенства смешанных производных. Дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных, форма n-го дифференциала. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.

Теорема о существовании неявной функции. Теорема о дифференцировании неявной функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности, заданной неявно.

Точки экстремума функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума функции нескольких переменных (теорема Ферма). Достаточные условия экстремума точки функции нескольких переменных в терминах второго дифференциала. Критерий Сильвестра (без доказательства). Случай функции двух переменных.

Условный экстремум функции нескольких переменных при одном или нескольких условиях связи. Метод исключения переменных. Метод неопределенных множителей Лагранжа: необходимое условие условного экстремума в терминах лагранжиана, понятие о достаточных условиях условного экстремума.

Теорема Вейерштрасса для функции нескольких переменных, определенной на компакте. Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных в области.

Кратные и криволинейные интегралы

Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Двойной интеграл как предел интегральных сумм. Достаточные условия существования двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной области интегрирования, в случае области, элементарной относительно одной из осей координат. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Геометрические и физические приложения двойного интеграла.

Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла. Тройной интеграл как предел интегральных сумм. Достаточные условия существования тройного интеграла. Свойства тройного интеграла. Сведение тройного интеграла к повторному в случае интегрирования по прямоугольному параллелепипеду (брусу), в случае области интегрирования, элементарной относительно одной из координатных плоскостей, одной из осей координат. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и в сферических координатах. Геометрические и физические приложения тройного интеграла.

Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла по длине дуги, по координатам. Криволинейный интеграл первого рода (по длине дуги) вдоль плоской или пространстве ной кривой как предел интегральных сумм. Основные свойства криволинейного интеграла первого рода. Сведение криволинейного интеграла первого рода к интегралу Римана. Криволинейный интеграл второго рода (по координатам) вдоль плоской или пространственной кривой как предел интегральных сумм. Основные свойства криволинейного интеграла второго рода. Сведение криволинейного интеграла второго рода к интегралу Римана. Связь между криволинейными интегралами первого и

второго рода. Приложения криволинейных интегралов. Вычисление работы силы при криволинейном перемещении тела.

Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от выбора плоского контура интегрирования, соединяющего две данные точки плоскости. Первообразная полного дифференциала, интеграл от полного дифференциала как разность значений первообразной.

Задачи, приводящие к понятию поверхностного интеграла по площади поверхности, по координатам. Квадрируемые поверхности, площадь поверхности. Понятие о поверхностных интегралах первого и второго рода, их свойствах, их сведении к двойным интегралам.

Формула Остроградского-Гаусса и формула Стокса. Условия независимости поверхностного интеграла второго рода от выбора поверхности, натянутой на данный контур. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от выбора контура интегрирования, соединяющего две данные точки пространства.

Скалярные и векторные поля. Градиент скалярного поля, дивергенция и ротор векторного поля. Циркуляция векторного поля вдоль кривой. Поток векторного поля через поверхность. Формулы Стокса, Остроградского-Гаусса в обозначениях векторной теории поля. Потенциальные и соленоидальные поля. Дифференциальные операции второго порядка, оператор Лапласа

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:
- подготовки к устным докладам;
- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение групповых интерактивных заданий.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Волкова Н.А., Столярова И.В., Фолиадова Е.В. История математики: учебно-методические рекомендации. –Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова. 2017 – 39 с.
2. Распутько Т. Б., Сибирева А.Р. Функции нескольких переменных: методические указания. –Ульяновск: УлГТУ, 2004. – 32 с. – 2017 [Электронный].
3. Сибирева А.Р., Ригер Т.В. Кратные интегралы. Методические указания к типовому расчету по высшей математике. –Ульяновск: УлГТУ, 1997. – 32 с. – 2017 [Электронный].
4. Сибирева А.Р., Савинов Н.В. Качественные задачи и контрпримеры на тему «Пределы». Методические указания. – Ульяновск: УлГТУ, 2001. – 32 с. –2017 [Электронный].

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	ОС-1. Индивидуальное задание ОС-2. Контрольная работа.	ОР-1. Знает методы критического анализа и синтеза информации

	ОС-3. Примерный перечень тем докладов и рефератов ОС-4. Итоговый тест	ОР-2 Умеет применять системный подход для решения поставленных задач ОР-3 Владеет навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности ОР-4. Знает роль и место математики в общей картине научного знания; ОР-5. Знает структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики. ОР-6 умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию. ОР-7 владеет действием проектирования различных форм учебных занятий, ОР-8 владеет навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике ОР-9. Знает характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике; ОР-10. Знает особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов учебной деятельности. ОР-11 Умеет оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов; ОР-12 Умеет организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной деятельности ОР-13. Владеет навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** 4 семестр - экзамен в форме устного собеседования ОС-5. Экзамен	

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

ОС-1. Индивидуальное задание «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

ОС-2. Контрольная работа «Кратные интегралы»

ОС-3. Примерный перечень тем докладов и рефератов

ОС-4. Итоговый тест

ОС-5. Экзамен

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

ОС-5. Экзамен

Примерные практические задания к экзамену

1. Функции нескольких переменных: область определения, линии (поверхности) уровня, способы графического представления функций двух, трех переменных.
2. Предел функции нескольких переменных: определение в терминах окрестностей и в терминах последовательностей. Непрерывность функции нескольких переменных.
3. Частные производные функции нескольких переменных
4. Производная функции нескольких переменных в точке по заданному направлению. Геометрический смысл производных по направлению, частных производных функции двух переменных.
5. Градиент функции нескольких переменных в точке, геометрический смысл градиента.
6. Дифференцируемость функции нескольких переменных, полный дифференциал.
7. Геометрический смысл полного дифференциала функции двух переменных; касательная плоскость и нормаль к поверхности.
8. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции в точке.
9. Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные, условия равенства смешанных производных.
10. Дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных, форма n-го дифференциала.
11. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.
12. Теорема о существовании неявной функции. Теорема о дифференцировании неявной функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности, заданной неявно.
13. Точки экстремума функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума функции нескольких переменных (теорема Ферма).
14. Достаточные условия экстремума точки функции нескольких переменных в терминах второго дифференциала.
15. Точки экстремума функции нескольких переменных. Критерий Сильвестра (без доказательства). Случай функции двух переменных.
16. Условный экстремум функции нескольких переменных при одном или нескольких условиях связи. Метод исключения переменных.
17. Метод неопределенных множителей Лагранжа: необходимое условие условного экстремума в терминах лагранжиана, понятие о достаточных условиях условного экстремума.
18. Теорема Вейерштрасса для функции нескольких переменных, определенной на компакте. Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных в области.

19. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла.
20. Двойной интеграл как предел интегральных сумм. Достаточные условия существования двойного интеграла.
21. Свойства двойного интеграла.
22. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной области интегрирования, в случае области, элементарной относительно одной из осей координат.
23. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
24. Геометрические и физические приложения двойного интеграла.
25. Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла.
26. Тройной интеграл как предел интегральных сумм.
27. Достаточные условия существования тройного интеграла.
28. Свойства тройного интеграла.
29. Сведение тройного интеграла к повторному в случае интегрирования по прямоугольному параллелепипеду (брусу), в случае области интегрирования, элементарной относительно одной из координатных плоскостей, одной из осей координат.
30. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и в сферических координатах.
31. Геометрические и физические приложения тройного интеграла.
32. Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла по длине дуги. Криволинейный интеграл первого рода (по длине дуги) вдоль плоской или пространстве ной кривой как предел интегральных сумм.
33. Основные свойства криволинейного интеграла первого рода. Сведение криволинейного интеграла первого рода к интегралу Римана.
34. Приложения криволинейного интеграла 1 рода.
35. Криволинейный интеграл второго рода (по координатам) вдоль плоской или пространственной кривой как предел интегральных сумм. Основные свойства криволинейного интеграла второго рода. Сведение криволинейного интеграла второго рода к интегралу Римана. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода.
36. Приложения криволинейных интегралов 2 рода. Вычисление работы силы при криволинейном перемещении тела.
37. Формула Грина. Вычисление площадей с помощью криволинейного интеграла.
38. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от выбора плоского контура интегрирования, соединяющего две данные точки плоскости. Первообразная полного дифференциала, интеграл от полного дифференциала как разность значений первообразной.
39. Задачи, приводящие к понятию поверхностного интеграла по площади поверхности. Квадрируемые поверхности, площадь поверхности.
40. Понятие о поверхностных интегралах первого и второго рода, их свойствах, их сведении к двойным интегралам.
41. Формула Остроградского-Гаусса. Условия независимости поверхностного интеграла второго рода от выбора поверхности, натянутой на данный контур.
42. Формула Стокса. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от выбора контура интегрирования, соединяющего две данные точки пространства.
43. Скалярные и векторные поля. Градиент скалярного поля, дивергенция и ротор векторного поля.
44. Циркуляция векторного поля вдоль кривой.
45. Поток векторного поля через поверхность.
46. Формулы Стокса, Остроградского-Гаусса в обозначениях векторной теории поля.
47. Потенциальные и соленоидальные поля.

48. Дифференциальные операции второго порядка, оператор Лапласа

Примерные практические задания к экзамену

1. Найти dz $(3x+4y)^2 - x^3 - y^3$

2. Найти точки экстремума функций. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} - x + 2y + 5$

3. Вычислить

$$\iint_D \left(12x^2y^2 + 16x^3y^3\right) dxdy;$$

$$D:\ x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt{x}.$$

4.Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями

$$z=\sqrt{9-x^2-y^2},$$

$$9z/2 = x^2 + y^2.$$

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен, зачет
4семестр	Разбалловка по видам работ	12 х 1=12 баллов	20 х 1=20 баллов	272 балла	64 балла
	Суммарный макс. балл	12 баллов max	32 баллов max	336 баллов max	400 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам 4 семестра

Оценка	**Баллы (4 ЗЕ)**
«отлично»	361-400
«хорошо»	281-360
«удовлетворительно»	201-280
«неудовлетворительно»	200 и менее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

4 СЕМЕСТР

Занятие 1. План. Функции нескольких переменных. Область определения. График. Линии и поверхности уровня. Предел функции в точке. Непрерывность.

Занятие 2. План. Частные производные. Дифференцирование функции нескольких переменных. Полный дифференциал, связь с частными производными. Градиент, производная по направлению.

Занятие 3. План. Касательная и нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала функции двух переменных. Приложения дифференциала в приближенных вычислениях. Частные производные высших порядков. Теорема о независимости результата дифференцирования от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков, их инвариантность в случае замены переменных.

Занятие 4. План. Производные сложных функций. Неявные функции. Теорема существования и дифференцирования неявных функций. Вычисление производных неявных функций.

Занятие 5. План. Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума.

Занятие 6. План. Условный экстремум функций нескольких переменных необходимый признак условного экстремума. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Достаточный признак условного экстремума.

Занятие 7. План. Решение задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции непрерывной в замкнутой, ограниченной области.

Занятие 8. План. Решение текстовых задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции непрерывной в замкнутой, ограниченной области. Построение математических моделей задач.

Занятие 9. Контрольная работа.

Занятие 10. План. Двойные интегралы, их свойства. Сведение двойного интеграла к повторному. Задачи на нахождение двойных интегралов в декартовых координатах.

Занятие 11. План. Задачи на нахождение тройных интегралов в декартовых координатах. Приложения кратных интегралов.

Занятие 12. Замена переменных в кратном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.

Занятие 13. План. Тройной интеграл в цилиндрических координатах. Тройной интеграл в сферических координатах.

Занятие 14. План. Геометрические приложения кратных интегралов. Физические приложения кратных интегралов.

Занятие 15.Контрольная работа.

Занятие 16. План. Задачи, приводящие к понятиям криволинейных интегралов первого рода. Определения криволинейных интегралов. Основные свойства и вычисление криволинейных интегралов первого рода. Приложения криволинейных интегралов первого рода.

Занятие 17. План. Задачи, приводящие к понятиям криволинейных интегралов второго рода. Основные свойства и вычисление криволинейных интегралов второго рода. Работа при движении материальной точки вдоль кривой. Формула Грина. Приложения криволинейных интегралов второго рода к нахождению площадей. Условия независимости криволинейных интегралов второго рода от пути интегрирования и их использование.

Занятие 18. План. Площадь поверхности, ее вычисление. Определение поверхностного интеграла первого рода, основные свойства и вычисление. Приложения поверхностных интегралов первого рода.

Занятие 19. План. Векторные поля. Векторные линии и векторные поверхности. Поток векторного поля. Теорема Остроградского. Дивергенция, инвариантное определение, физический смысл и вычисление. Соленоидальные поля. Основные свойства.

Занятие 20. План. Линейный интеграл поля. Циркуляция. Теорема Стокса. Ротор, инвариантное определение и физический смысл. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Потенциальные поля, условия потенциальности. Вычисление линейного интеграла в случае потенциального поля.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Физматлит, 2015. – 444 с. – ISBN 978-5-9221-1585-8. – URL: https://znanium.com/catalog/document?id=293958&showcollections=1
2. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа : учебник. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ: Учебник / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Физматлит, 2003. – 424 с. – ISBN 5-9221-0185-4. URL: https://znanium.com/catalog/document?id=303181&showcollections=1

3. Дополнительная литература

4. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. – 8-е изд., испр. и доп. – Москва : Физматлит, 2001. – Том 1. – 680 с. – ISBN 978-5-9221-0156-0. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037
5. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. – 8-е изд. – Москва : Физматлит, 2001. – Том 2. – 861 с. – ISBN 978-5-9221-0157-8. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038
6. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. – Изд. 6-е. (1-е изд. - 1949 г.). – Москва : Физматлит, 2002. – Том 3. – 727 с. – ISBN 5-9221-0155-2. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Интернет-ресурсы

1. Мир математических уравнений. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm
2. Softline. http://exponenta.ru/
3. Популярные лекции по математике. http://ilib.mccme.ru/plm
4. Школьникам, студентам, аспирантам. http://ph4s.ru/
5. Прикладная математика. http://primat.org
6. Учебно-методическая литература для студентов. http://studfiles.ru/
7. МГТУ ГА. http://vm.mstuca.ru/posobia/posobia.htm
8. Единое окно доступа к образовательным ресурсам. http://window.edu.ru/

Лист согласования рабочей программы
учебной дисциплины

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование
Профиль: Математика. Иностранный язык
Рабочая программа Многомерный математический анализ
Составитель: А.Р. Сибирева – Ульяновск: УлГПУ, 2023.

Программа составлена с учетом федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль подготовки «Математика. Иностранный язык», утверждённого Министерством образования и науки Российской Федерации, и в соответствии с учебным планом.

Составители _____ А.Р. Сибирева (подпись)

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) одобрена на заседании кафедры высшей математики "23" мая 2023г., протокол № 10
Заведующий кафедрой
_____ И.В. Столярова _____
личная подпись *расшифровка подписи* *дата*

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) согласована с библиотекой
Сотрудник библиотеки
_____ Ю.Б. Марсакова 23.05.23
личная подпись *расшифровка подписи* *дата*

Программа рассмотрена и одобрена на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования "26" мая 2023 г., протокол № 5
Председатель ученого совета факультета физико-математического и технологического образования
_____ Е.М. Громова 26.05.2023
личная подпись *расшифровка подписи* *дата*