Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической
работе
_____ С.Н. Титов
25 июня 2021 г.

ФРАКТАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Программа учебной дисциплины модуля
«Специальные разделы предметной области»

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Иностранный язык

(очная форма обучения)

Составитель: Череватенко О.И., кандидат
физико-математических наук, доцент
кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от 21.06.2021 №7

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Фрактальная геометрия» относится к дисциплинам по выбору 6 (ДВ.6) части формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1. Дисциплины (модули) модуля «Специальные разделы предметной области» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Иностранный язык», очной формы обучения.

Дисциплина базируется на предшествующем изучении курсов геометрии, математического анализа. А поэтому способствует целостному формированию естественно-научного знания студентов о мире. Курс призван расширить, углубить и обобщить знания студентов из разных разделов математики, установить общие структурные закономерности различных математических процессов.

Дисциплина «Фрактальная геометрия» является завершающей дисциплиной, изучающийся в 9 семестре, и призвана обобщить и систематизировать, полученные на предшествующих курсах, знания

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины «Фрактальная геометрия» является формирование представления о фрактальных структурах и явлениях, основных методах их исследования

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Фрактальная геометрия» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
ПК-11 Способен использовать теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) и в области образования ПК-11.2. Умеет самостоятельно и в составе научного коллектива решать конкретные задачи профессиональной деятельности; самостоятельно и под		ОР-1 Умеет в составе группы решать конкретные задачи профессиональной деятельности; оценивать качество	

научным руководством осуществлять сбор и обработку информации; способен применять полученные знания для объяснения актуальных проблем и тенденций развития предмета; проводить исследовательскую работу в соответствии с индивидуальным планом. ПК-11.3. Владеет базовыми представлениями о принципах организации и осуществления исследований, практическими навыками осуществления исследований; применяет навыки комплексного поиска, анализа и систематизации информации по изучаемым проблемам с использованием научной и учебной литературы, информационных баз данных.		проектов научных исследований в предметной области. ОР-2 Умеет самостоятельно осуществлять сбор и обработку информации, используя современные информационные средства поиска и анализа данных;	ОР-3 Владеет навыками комплексного поиска информации по изучаемым проблемам с использованием учебной литературы, информационных баз данных. ОР-4 Владеет приёмами систематизации знаний в предметной области.
ПК-13. Способен соотносить основные этапы развития предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) с ее актуальными задачами, методами и концептуальными подходами, тенденциями и			

перспективами ее современного развития. ПК-13.2. Умеет соотносить полученные знания со спецификой актуальными задачами, методами и концептуальными подходами, тенденциями и перспективами развития. ПК-13.3. Владеет приёмами систематизации и периодизации знаний в предметной области; навыками использования систематизированного теоретического и практического знания для постановки и решения задач предметной области.		ОР-5 Умеет находить необходимую, соответствующую теме, информацию, используя основные информационные технологии поиска, сбора, анализа и обработки данных; ОР-6 Умеет выделять этапы развития основных понятий, идей, концепций	ОР-7 Владеет навыками работы с источниками, в том числе и с научными историко-математическими текстами. ОР-8 Владеет навыками отбора, понимания, систематизации, оценки соответствующей исторической информации

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоят. работ	
	Трудоемк.						
	Зач. ед.	Часы					

				тия, час	тия, час	та, час	
9	2	72	12	20	-	40	зачёт
Итого:	2	72	12	20	-	40	зачёт

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
9 семестр				
Классические фракталы	2	2	-	5
Самоподобие фракталов	2	4	-	5
Масштабно-инвариантные фракталы	2	4	-	10
Немасштабируемые фракталы	2	4	-	5
Самоотображающиеся фракталы	2	4	-	5
Мультифракталы	2	2	-	3
Итого по 9 семестру	**12**	**20**	**-**	**40**
Всего по дисциплине:	**12**	**20**	**-**	**40**

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса (9 семестр)

I. КЛАССИЧЕСКИЕ ФРАКТАЛЫ

Примеры фрактальных множеств: триадное канторово множество, кривая Кох, салфетка, ковер и губка Серпинского. Множества и функции. Метрическое пространство. Меры. Размерность Хаусдорфа-Безиковича, d-мера Хаусдорфа. Свойства размерности Хаусдорфа-Безиковича. Другие определения размерности. Клеточная размерность. Вычисление клеточной размерности для простейших фракталов. Модифицированная клеточная размерность. Упаковочная мера и размерность Кластерная размерность. Случайные фракталы Случайные блуждания. Диффузно-ограниченная агрегация. Фрактальные кривые. Практические алгоритмы вычисления размерностей. Вычисление клеточной размерности. Вычисление кластерной размерности. Вычисление корреляционной размерности.

II. САМОПОДОБИЕ ФРАКТАЛОВ

Самоподобные объекты. Размерность подобия. Преобразования подобия, инвариантность и самоподобие. Примеры преобразований подобия. Множество точек Леви и самоподобие.

III. МАСШТАБНО-ИНВАРИАНТНЫЕ ФРАКТАЛЫ

Соотношения между длиной, площадью и объемом. Острова, кластеры, перколяция. Ветвление и фрактальные решетки.

IV. НЕМАСШТАБИРУЕМЫЕ ФРАКТАЛЫ.

Поверхности положительного объема. Деревья. Скейлинговые остатки. Неоднородные фракталы. Деревья и диаметрический показатель.

V. САМООТОБРАЖАЮЩИЕСЯ ФРАКТАЛЫ

Самоинверсные фракталы, аполлониевы сети и мыло. Канторова пыль и пыль Фату. Фрактальные аттракторы и фрактальные эволюции.

VI. МУЛЬТИФРАКТАЛЫ

Мера и сингулярность меры. Понятие о мультифракталах. Количественные характеристики мультифракталов. Термодинамическая аналогия. Биномиальный мультипликативный процесс. Показатели массы. Концентрация меры. Носитель меры. Обобщенный биномиальный процесс. Размерности Реньи.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям

и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

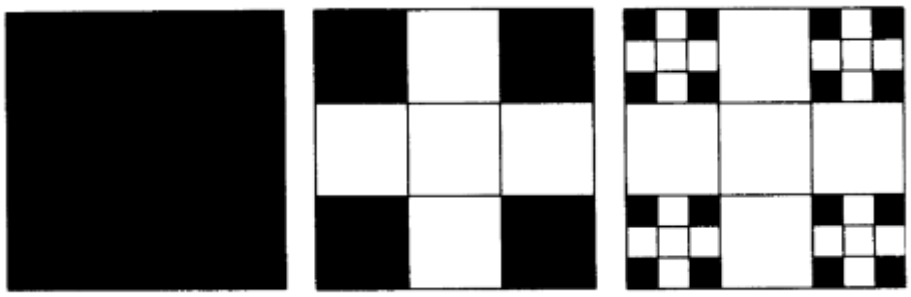
Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:
- подготовки к устным докладам (мини-выступлениям);
- подготовка к защите реферата.

Пример контрольной работы.

1. Первые этапы построения фрактала показаны на рисунке



Определите клеточную размерность объекта и обоснуйте Ваш ответ.

2. Можно ли утверждать, что каждая точка канторовой пыли является концом какого-либо из отрезков, возникающих при ее построении, т.е. имеет вид .
3. Найдите суммарную длину всех выброшенных отрезков при построении триадного канторова множества.
4. Покажите, что - мера Хаусдорфа неотрицательна, мера пустого множества равна нулю.
5. Вычислите размерность Хаусдорфа-Безиковича триадного канторова множества.

Вопросы для самостоятельного изучения обучающимися (темы мини-выступлений)

1. История развития фрактальной геометрии, ее место в современной математике и ее приложениях.
2. Основные идеи и направления современной геометрии.
3. О связи фрактальной геометрии с другими разделами математики и информатики
4. О роли фракталов в изучении свойств природных форм и об их применении в различных областях
5. …

Тематика рефератов

1. Фрактальные множества: виды, основные свойства.
2. Вселенная внутри круга.
3. О поктрытиях.
4. Кривая Пеано
5. Кривая Гильберта.
6. Фрактальная размерность
7. Кривая дракона.
8. Фракталы и медицина.
9. Линейные фракталы
10. Самоопределяемые фракталы.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины

	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 Контрольная работа ОС-2 Мини-выступление ОС-3 Защита реферата	ОР-1 Умеет в составе группы решать конкретные задачи профессиональной деятельности; оценивать качество проектов научных исследований в предметной области. ОР-2 Умеет самостоятельно осуществлять сбор и обработку информации, используя современные информационные средства поиска и анализа данных; ОР-3 Владеет навыками комплексного поиска информации по изучаемым проблемам с использованием учебной литературы, информационных баз данных. ОР-4 Владеет приёмами систематизации знаний в предметной области. ОР-5 Умеет находить необходимую, соответствующую теме, информацию, используя основные информационные технологии поиска, сбора, анализа и обработки данных; ОР-6 Умеет выделять этапы развития основных понятий, идей, концепций ОР-7 Владеет навыками работы с источниками, в том числе и с научными историко-математическими текстами. ОР-8 Владееет навыками отбора, понимания, систематизации, оценки соответствующей исторической информации
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** ОС-4 Зачет в форме устного собеседования по вопросам	

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине «Фрактальная геометрия».

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-5 Зачет в форме устного собеседования по вопросам
Перечень вопросов к зачету

1. Примеры фрактальных множеств: триадное канторово множество, кривая Кох, салфетка, ковер и губка Серпинского.
2. Способ построения триадного канторова множества, кривой Кох и салфетки Серпинского.
3. Множества и функции. Метрическое пространство. Меры. Размерность Хаусдорфа-Безиковича, d-мера Хаусдорфа.
4. Свойства размерности Хаусдорфа-Безиковича. Другие определения размерности.
5. Клеточная размерность. Вычисление клеточной размерности для простейших фракталов. Модифицированная клеточная размерность.
6. Дайте определение упаковочной размерности. Какими свойствами обладает эта размерность?
7. Объясните понятие кластерной размерности. Что такое диффузно-ограниченная агрегация? Какие модели этого явления Вам известны?
8. Объясните понятие фрактальной кривой. Приведите пример кривой Вейерштрасса.
9. Практические алгоритмы вычисления размерностей. Вычисление клеточной размерности. Вычисление кластерной размерности. Вычисление корреляционной размерности.
10. Дайте определение самоподобного множества. Приведете примеры.
11. Дайте определение понятия размерности подобия самоподобного множества. Получите формулу для определения размерности подобия.
12. Соотношения между длиной, площадью и объемом.
13. Острова, кластеры, перколяция.
14. Ветвление и фрактальные решетки.
15. Деревья. Скейлинговые остатки.
16. Самоинверсные фракталы, аполлониевы сети и мыло.
17. Канторова пыль и пыль Фату.
18. Фрактальные аттракторы и фрактальные эволюции.
19. Понятие о мультифракталах. Количественные характеристики мультифракталов.
20. Биномиальный мультипликативный процесс. Показатели массы. Концентрация меры. Носитель меры. Обобщенный биномиальный процесс. Размерности Реньи.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Зачёт
9 семестр	Разбалловка по видам работ	6 х 1=6 баллов	10 х 1=10 баллов	152 балла	32 балла
	Суммарный макс. балл	6 баллов max	16 баллов max	168 балла max	200 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам 9 семестре

	Баллы (2 ЗЕ)
«зачтено»	более 100
«не зачтено»	100 и менее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий (9 семестр)

Занятие 1. Классические фракталы**.**

Цель: Разобрать основные понятия фрактальной геометрии.

Рекомендации к самостоятельной работе

1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 2. Самоподобные объекты. Размерность подобия.
Цель: Разобрать основные понятия фрактальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 3. Множество точек Леви и самоподобие.
Цель: Разобрать основные понятия фрактальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 4. Соотношения между длиной, площадью и объемом.
Цель: Разобрать основные понятия фрактальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 5. Ветвление и фрактальные решетки.
Цель: Разобрать основные понятия фрактальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 6. Поверхности положительного объема.
Цель: Разобрать основные понятия фрактальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 7. Неоднородные фракталы.
Цель: Разобрать основные понятия фрактальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 8. Самоинверсные фракталы, аполлониевы сети и мыло.
Цель: Разобрать основные понятия фрактальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 9. Канторова пыль и пыль Фату.
Цель: Разобрать основные понятия фрактальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 10. Мультифракталы.
Цель: Разобрать основные понятия фрактальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Колесниченко, Н. М. Инженерная и компьютерная графика : учебное пособие : [12+] / Н. М. Колесниченко, Н. Н. Черняева. – 2-е изд. – Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2021. – 236 с. : ил., табл., схем., граф. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=617445 (дата обращения: 16.02.2022). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-9729-0670-3. – Текст : электронный.
2. Шипова, Л. И. Математика : учебное пособие / Л.И. Шипова, А.Е. Шипов. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 238 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-16-014561-7. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1127760 (дата обращения: 16.02.2022). – Режим доступа: по подпис

Дополнительная литература

1.Ваншина Е. , Северюхина Н. , Хазова С.. Компьютерная графика: практикум. - Оренбург: ОГУ, 2014- 98 с. Электронный ресурс http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=259364&sr=1
2. Ходаков, В. Е. Дискретная математика : учебное пособие / В. Е. Ходаков, Н. А. Соколова. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 542 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-013184-9. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1117204.