Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической
работе
_____ С.Н. Титов

ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ В ЭКОНОМИКЕ

Программа учебной дисциплины модуля
«Специальные разделы предметной области»

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Экономика

(очная форма обучения)

Составитель: Макеева О.В., к.ф-м.н., доцент
кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от 21.06.2021 №7

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Динамические системы в экономике» входит в модуль «Специальные разделы предметной области» части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1. Дисциплины (модули) учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Экономика», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках дисциплин «Теоретический и прикладной математический анализ», «Аналитическая геометрия на плоскости», «Аналитическая геометрия в пространстве», «Экономико-математические модели», «Основы математической обработки информации».

Результаты изучения дисциплины являются необходимыми для изучения дисциплин: «Теория и методика обучения математике», «Теория и методика обучения экономике», «Стохастические динамические системы» и прохождения практик: Производственная (педагогическая) Преподавательская по математике и Производственная (педагогическая) Преподавательская по экономике.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины «Динамические системы в экономике» является подготовка бакалавра к работе учителем математики и экономики в общеобразовательной школе. Дисциплина предназначена дать будущим учителям профессиональную (теоретическую и практическую) подготовку в области теории и методики обучения математике и экономике на различных ступенях общеобразовательной школы.

Задачей освоения дисциплины является формирование системы знаний, включающих методы построения и исследования учебных математических моделей детерминированных динамических систем процессов и явлений с помощью дифференциальных уравнений; формирование системы знаний о методах анализа и решения основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка и уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка, систем дифференциальных уравнений; формирование и развитие компетенций будущего учителя математики и экономики в теории и практике решения основных типов дифференциальных уравнений, возникающих в различных областях естествознания.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Динамические системы в экономике» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
ПК-12 Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области (в соответствии с	ОР-1. Знает основные понятия теории дифференциальных уравнений ОР-3. Знает базовые	ОР-2. Умеет решать дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными ОР-4. Умеет	

профилем и уровнем обучения), анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций. ПК-12.1. Знает формулировки определений, содержательное значение терминов и понятий предметной области, правила и алгоритмы оперирования с объектами предметной области, понимает взаимосвязь между структурными элементами; имеет представление о функциях и практическом применении изучаемых объектов. ПК-12.2. Умеет выделять и анализировать структурные элементы, входящие в систему познания предметной области; определять логическую взаимосвязь между компонентами предметной области; строить логически верные и обоснованные рассуждения; решать задачи предметной области.	типы дифференциальных уравнений первого порядка и методы их решения ОР-5. Знает приемы решения уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка ОР-7. Знает приемы решения линейных дифференциальных уравнений высших порядков ОР-9. Знает методы решения систем дифференциальных уравнений	классифицировать и решать дифференциальные уравнения первого порядка ОР-6. Умеет классифицировать и решать уравнения высших порядков, допускающих понижение порядка ОР-8. Умеет классифицировать и решать линейные дифференциальные уравнения высших порядков ОР-10. Умеет классифицировать и решать простейшие системы дифференциальных уравнений	

ПК-14 Способен устанавливать содержательные, методологические и мировоззренческие связи предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) со смежными научными областями. ПК-14.1. Знает роль и возможности применения аппарата предметной области в смежных научных областях, их методологическое и мировоззренческое значение; имеет представление о междисциплинарных связях, научных методах смежных областей ПК-14.2. Умеет определять роль полученных знаний для смежных областей и для школьного курса, применять полученные знания в решении прикладных задач.	ОР-11 Имеет представления о дифференциальных уравнениях как моделях динамических систем	ОР-12. Умеет составлять и исследовать простейшие математические модели динамических систем на основе дифференциальных уравнений	

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час	Практические занятия, час	Лабораторные занятия, час	Самостоят. работа, час	
	Трудоемк.						
	Зач. ед.	Часы					

7	4	144	24	40	-	53	экзамен (27)
Итого:	4	144	24	40	-	53	

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1.Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ п/п	Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
		Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель-ная работа
7 семестр					
1.	Основные понятия теории ОДУ	2	4	–	4
2.	Дифференциальные уравнения первого порядка как модели динамических систем	6	6	–	8
3.	Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка	2	4	–	5
4.	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами как модели динамических систем	4	8	–	8
5.	Системы дифференциальных уравнений как модели динамических систем	4	4		10
6.	Дифференциальные уравнения как инструмент исследования прикладных экономических задач	6	14		18
	Итого	**24**	**40**	**–**	**53**

3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Раздел 1. Основные понятия

Дифференциальное уравнение, обыкновенное дифференциальное уравнение, уравнение в частных производных. Порядок уравнения. Общее и частное решение обыкновенного дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Задача Коши для уравнения 1-го порядка, разрешенного относительно производной. Теорема существования и

единственности решения задачи Коши (без доказательства). Особые решения. Дифференциальные уравнения первого порядка в симметричной форме. Геометрическая интерпретация основных понятий: поле направлений, интегральные кривые, огибающая семейства кривых.

Раздел 2. Дифференциальные уравнения первого порядка как модели динамических систем

Понятие динамической системы. Динамические системы в различных областях естествознания.

Моделирование динамических систем с помощью дифференциальных уравнений. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения в полных дифференциалах. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли.

Раздел 3. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка

Дифференциальные уравнения высших порядков, разрешенные относительно старшей производной. Задача Коши для уравнения, разрешенного относительно старшей производной. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши (без доказательства). Уравнения вида $y^{(n)} = f(x)$. Уравнения вида $F\left(x, y', y'', \ldots, y^{(n)}\right) = 0$. Уравнения вида $F\left(y, y', y'', \ldots, y^{(n)}\right) = 0$. Уравнения вида $F\left(x, y^{(k)}, \ldots, y^{(n)}\right) = 0$.

Раздел 4. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами как модели динамических систем

Линейное дифференциальное уравнение. Однородные линейные уравнения. Неоднородные линейные уравнения. Свойства решений линейных уравнений. Фундаментальная система решений линейного однородного уравнения. Определитель Вронского. Теорема о структуре общего решения однородного и неоднородного уравнения. Решение неоднородного уравнения методом неопределенных коэффициентов и методом вариации произвольных постоянных. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен. Действительные корни (простые, кратные). Комплексные корни (простые, кратные). Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами.

Моделирование динамических систем с помощью дифференциальных уравнений: применение линейных дифференциальных уравнений к изучению свободных и вынужденных колебаний**.**

Раздел 5. Системы дифференциальных уравнений как модели динамических систем

Системы дифференциальных уравнений. Нормальная форма системы дифференциальных уравнений. Задача Коши для нормальной системы уравнений. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши (без доказательства). Решение систем методом исключения и методом интегрируемых комбинаций.

Моделирование динамических систем с помощью систем дифференциальных уравнений. Кинематическая интерпретация дифференциальных уравнений: понятие о фазовых портретах динамических систем.

Раздел 6. Дифференциальные уравнения как инструмент исследования прикладных экономических задач

Предельный анализ в экономике: предельные издержки, предельная выручка, предельная прибыль. Предельная склонность к потреблению и предельная склонность к сбережению. Эластичность функции. Эластичность и функция спроса. Функции спроса и

предложения. Равновесная цена. Модель Эванса установления равновесной цены на рынке одного товара.

Задачи экономики, приводящиеся к дифференциальным уравнениями первого порядка. Логистическое уравнение насыщения рынка (уравнение снабжения). Логистическое уравнение роста общественного благосостояния (модель Золотаса). Логистическое уравнение динамики покупателей. Модель естественного роста выпуска продукции. Анализ производительности труда.

Задачи экономики, приводящие к линейным дифференциальным уравнениям и уравнению Бернулли. Динамика рыночной цены. Задача о движении фондов. Модель инвестирования Эйзнера-Штротца. Динамическая модель монополиста. Односекторная модель экономического роста Солоу.

Задачи экономике, приводящие к системам дифференциальных уравнений. «Задача о разведчике». Задача выравнивания цен по уровню актива.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме подготовки к устным выступлениям (докладам по теме реферата).

Примерное содержание итоговой контрольной работы
Часть 1

1. Докажите, что функция $y = f(x)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению $F(x, y, y') = 0$.
2. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и решите его (уравнение с разделяющимися переменными, однородное дифференциальное уравнение, уравнение в полных дифференциалах; линейное уравнение, уравнение Бернулли).
3. Найдите общий интеграл уравнения. Постройте интегральные кривые. Найдите частный интеграл по заданному начальному условию.
4. По данным условия задачи составьте дифференциальное уравнение и решите его. Сделайте рисунок.
5. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка. Найдите решение задачи Коши по заданным начальным условиям.
6. Исследуйте, являются ли функции линейно зависимыми на области определения.

Часть 2

7. Найдите общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка по заданному его частному решению $y_1(x)$.
8. Составьте линейное однородное дифференциальное уравнение (возможно меньшего порядка) для которого данные функции являются частными решениями.
9. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами по заданному частному решению $y_1(x)$ соответствующего однородного уравнения.
10. Найдите общее решение линейного однородного / неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.
11. Найдите решение задачи Коши для линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.
12. Найдите общее / частное решение системы дифференциальных уравнений.

Часть 3

13. Найдите на сколько процентов нужно увеличить норму инвестиций, чтобы промежуток времени, необходимый для увеличения объема продукции в k раз, уменьшился на a процентов?
14. Найдите функцию спроса по заданной эластичности спроса.
15. Найдите зависимость равновесной цены товара от времени по заданным функциям спроса и предложения.
16. Найдите функцию изменения численности популяции по заданному уравнению *снабжения*.
17. Найдите выражение объема реализованной продукции от времени по заданной кривой спроса.
18. Записать систему дифференциальных уравнений, соответствующую задаче выравнивания цен по уровню актива.

Примерный перечень тем рефератов

1. Семья Бернулли и дифференциальные уравнения.
2. Решение дифференциальных уравнений при помощи рядов.
3. Кривые, связанные с движением точки или тела на плоскости/в пространстве (экспоненциальная кривая, парабола Нейля, цепная линия, трактриса).
4. Приближенные методы решения дифференциальных уравнений.
5. Применение теоремы Банаха о сжимающем отображении к решению дифференциальных уравнений и их систем.
6. Дифференциальные уравнения как средство изучения колебательных явлений.

7. Приложения дифференциальных уравнений в задачах естествознания (задача о кривой наискорейшего спуска, задача о провисании цепной линии, модель Вольтерра «хищник-жертва»).
8. Линейные дифференциальные операторы и их приложения.
9. Дискретные и непрерывные динамические модели.
10. Автоколебания.
11. Регулярные аттракторы.
12. Устойчивые и неустойчивые динамические системы.
13. Нелинейные динамической системы.
14. Детерминированный хаос.
15. Вероятностные свойства динамической системы.
16. Странные аттракторы.
17. Бифуркации динамических систем.
18. «Жесткие» и «мягкие» бифуркации. Катастрофы.

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: материалы самостоятельных работ, итоговой контрольной работы / реферата. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
1.	**Оценочные средства для текущей аттестации** ОС-1 Самостоятельная работа ОС-2 Самостоятельная работа ОС-3 Самостоятельная работа ОС-4 Самостоятельная работа ОС-5 Самостоятельная работа ОС-6 Самостоятельная работа ОС-7 Самостоятельная работа	ОР-1. Знает основные понятия теории дифференциальных уравнений ОР-2. Умеет решать дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными ОР-3. Знает базовые типы дифференциальных уравнений первого порядка и методы их решения ОР-4. Умеет классифицировать и решать дифференциальные уравнения первого порядка

	ОС-8 Итоговая контрольная работа / реферат	ОР-5. Знает приемы решения уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка ОР-6. Умеет классифицировать и решать уравнения высших порядков, допускающих понижение порядка ОР-7. Знает приемы решения линейных дифференциальных уравнений высших порядков ОР-8. Умеет решать линейные дифференциальные уравнения высших порядков ОР-9. Знает методы решения систем дифференциальных уравнений ОР-10. Умеет классифицировать и решать простейшие системы дифференциальных уравнений ОР-11 Имеет представления о дифференциальных уравнениях как моделях динамических систем ОР-12. Умеет составлять и исследовать простейшие математические модели динамических систем на основе дифференциальных уравнений
2.	**Оценочные средства для промежуточной аттестации** ОС-9 Экзамен в форме устного собеседования	

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине «Динамические системы в экономике».

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-9 Экзамен в форме устного собеседования

Программа экзамена

Раздел 1. Основные понятия

1 Основные понятия теории дифференциальных уравнений (дифференциальное уравнение, обыкновенное дифференциальное уравнение, уравнение в частных производных; порядок дифференциального уравнения; решение дифференциального уравнения, общее и частное решение дифференциального уравнения, особое решение дифференциального уравнения; общий и частный интеграл дифференциального уравнения; интегральная кривая, поле направлений).

2 Начальное условие дифференциального уравнения. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющего заданному начальному условию.

Раздел 2. Дифференциальные уравнения первого порядка

3 Понятие динамической системы. Классификация динамических систем.
4 Этапы построения математической модели динамической системы на основе дифференциального уравнения.
5 Уравнения с разделенными переменными.
6 Уравнения с разделяющимися переменными.
7 Однородные функции и однородные уравнения.
8 Уравнения в полных дифференциалах.
9 Линейные уравнения. Метод вариации произвольной постоянной.
10 Линейные уравнения. Метод Бернулли.
11 Уравнения Бернулли.

Раздел 3. Дифференциальные уравнения высших порядков

12 Общий вид дифференциального уравнения n-го порядка. Общее и частное решение дифференциального уравнения n-го порядка.
13 Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения $y^{(n)} = f\left(x, y, y', \ldots, y^{(n-1)}\right)$, удовлетворяющего заданным начальным условиям.
14 Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка: $y^{(n)} = f(x)$.
15 Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка: $F\left(y^{(n-1)}, y^{(n)}\right) = 0$.
16 Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка: $F\left(y^{(n-2)}, y^{(n)}\right) = 0$.
17 Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка: $F\left(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \ldots, y^{(n)}\right) = 0$.
18 Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка: $F\left(x, y', y'', \ldots, y^{(n)}\right) = 0$.

Раздел 4. Линейные дифференциальные уравнения

19 Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Теорема о существовании и единственности решения линейного дифференциального уравнения n-го порядка.
20 Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Свойства решений. Линейная независимость решений. Фундаментальная система решений. Структура общего решения.
21 Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка. Свойства решений. Линейная независимость решений. Фундаментальная система решений. Структура общего решения.
22 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка. Структура общего решения. Метод вариации произвольных постоянных.
23 Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Структура общего решения.
24 Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Структура общего решения.
25 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод подбора частного решения.
26 Моделирование свободных колебаний с помощью дифференциальных уравнений.
27 Моделирование вынужденных колебаний с помощью дифференциальных уравнений.
28 Резонанс.

Раздел 5. Системы дифференциальных уравнений

29 Системы дифференциальных уравнений. Нормальная форма системы.
30 Системы линейных уравнений.
31 Метод исключения неизвестных.
32 Метод интегрируемых комбинаций.
33 Кинематическая интерпретация дифференциальных уравнений.
34 Понятие о фазовых портретах динамических систем.

Раздел 6. Дифференциальные уравнения как инструмент исследования прикладных экономических задач

35 Предельный анализ в экономике: предельные издержки, предельная выручка, предельная прибыль. Предельная склонность к потреблению и предельная склонность к сбережению.
36 Эластичность функции. Эластичность и функция спроса.
37 Функции спроса и предложения. Равновесная цена. Модель Эванса установления равновесной цены на рынке одного товара.
38 Задачи экономики, приводящиеся к дифференциальным уравнениями первого порядка. Логистическое уравнение.
39 Задачи экономики, приводящие к линейным дифференциальным уравнениям и уравнению Бернулли.
40 Задачи экономике, приводящие к системам дифференциальных уравнений.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования баллов, набранных в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен	Итоговая сумма баллов
$1\times 12=12$	$1\times 20=20$	272	96	400

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Результат	**Баллы (3 ЗЕ)**
«отлично»	361-400 баллов
«хорошо»	281-360 баллов
«удовлетворительно»	201-280 баллов
«неудовлетворительно»	0-200 баллов

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично

фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

Занятие 1-2. Основные понятия теории ОДУ

Материал для освоения

1 Общее и частное решение обыкновенного дифференциального уравнения.
2 Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.
3 Задача Коши для уравнения 1-го порядка, разрешенного относительно производной.
4 Особые решения уравнения.
5 Дифференциальные уравнения первого порядка в симметричной форме.
6 Геометрическая интерпретация основных понятий: поле направлений, интегральные кривые, огибающая семейства кривых.

Занятие 3-5. Дифференциальные уравнения первого порядка

Материал для освоения

1 Уравнения с разделяющимися переменными.
2 Однородные уравнения.
3 Уравнения в полных дифференциалах.
4 Интегрирующий множитель дифференциального уравнения.
5 Линейные дифференциальные уравнения первого порядка: метод вариации произвольной постоянной; метод Бернулли; структура общего решения.
6 Уравнения Бернулли.
7 Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
8 Понятие динамической системы.
9 Динамические системы в экономике.
10 Моделирование динамических систем с помощью дифференциальных уравнений.

Занятие 6-7. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка

Материал для освоения

1 Дифференциальные уравнения высших порядков, разрешенные относительно старшей производной.
2 Задача Коши для уравнения, разрешенного относительно старшей производной.
3 Уравнения вида $y^{(n)} = f(x)$.
4 Уравнения вида $F\left(x, y', y'', \ldots, y^{(n)}\right) = 0$.
5 Уравнения вида $F\left(y, y', y'', \ldots, y^{(n)}\right) = 0$.
6 Уравнения вида $F\left(x, y^{(k)}, \ldots, y^{(n)}\right) = 0$.

Занятие 8-9. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков

Материал для освоения

1 Линейное дифференциальное уравнение.
2 Однородные и неоднородные линейные уравнения.
3 Свойства решений линейных уравнений.
4 Фундаментальная система решений линейного однородного уравнения. Определитель Вронского.
5 Структура общего решения однородного и неоднородного уравнения.
6 Решение неоднородного уравнения методом неопределенных коэффициентов и методом вариации произвольных постоянных.

Занятие 10-11. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами

Материал для освоения

1 Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
2 Характеристический многочлен.
3 Действительные корни (простые, кратные).
4 Комплексные корни (простые, кратные).
5 Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами.

Занятие 12-13. Системы дифференциальных уравнений как модели динамических систем.

Материал для освоения

1 Системы дифференциальных уравнений.
2 Нормальная форма системы дифференциальных уравнений.
3 Задача Коши для нормальной системы уравнений.
4 Решение систем методом исключения.
5 Решение систем методом интегрируемых комбинаций.

Занятие 14-15. Предельный анализ в экономике.

Материал для освоения

1 Предельный анализ в экономике: предельные издержки, предельная выручка, предельная прибыль.
2 Предельная склонность к потреблению и предельная склонность к сбережению.
3 Эластичность функции.
4 Эластичность и функция спроса.
5 Функции спроса и предложения.
6 Равновесная цена.
7 Модель Эванса установления равновесной цены на рынке одного товара.

Занятие 16. Логистическое уравнение.

Материал для освоения

1 Логистическое уравнение насыщения рынка (уравнение снабжения).
2 Логистическое уравнение роста общественного благосостояния (модель Золотаса).
3 Логистическое уравнение динамики покупателей.

Занятие 17-18. Моделирование динамических систем в экономике с помощью дифференциальных уравнений первого порядка.

Материал для освоения

1 Модель естественного роста выпуска продукции.
2 Анализ производительности труда.
3 Динамика рыночной цены.
4 Задача о движении фондов.
5 Модель инвестирования Эйзнера-Штротца.
6 Динамическая модель монополиста.
7 Односекторная модель экономического роста Солоу.

Занятие 19. Моделирование динамических систем в экономике с помощью систем дифференциальных уравнений.

1 «Задача о разведчике».
2 Задача выравнивания цен по уровню актива.

Занятие 20. Итоговая контрольная работа.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Асташова, И.В. Практикум по курсу «Дифференциальные уравнения» [Электронный ресурс]: учебное пособие / И.В. Асташова, В.А. Никишкин. - М. : Евразийский открытый институт, 2011. - 96 с.
   URL: //biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90289
2. Высшая математика для экономистов : учебник / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман ; ред. Н.Ш. Кремер. – 3-е изд. – Москва : Юнити, 2015. – 482 с.
   URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114541
3. Курс высшей математики для экономистов : учебник / под ред. Р.В. Сагитова. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 647 с.
   URL: https://znanium.com/catalog/product/989794
4. Малыхин, В. И. Высшая математика : учебное пособие / В. И. Малыхин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 365 с.
   URL: https://znanium.com/catalog/product/1067788
5. Тихонов А.Н. Дифференциальные уравнения: [Текст] / А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева. - 4-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 2002. - 253 с. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=468275

Дополнительная литература

1. Общий курс высшей математики для экономистов : учебник / под общ. ред. В.И. Ермакова. — Москва : ИНФРА-М, 2010. — 656 с.
   URL: https://znanium.com/catalog/product/210735

2. Пантелеева, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс : учебное пособие / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. - Москва : 2020. - 384 с.
URL: https://znanium.com/catalog/document?id=367482
3. Рыбаков, К.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Практический курс; учебное пособие / К. А. Рыбаков, А. С. Якимова, А. В. Пантелеев– Москва: Логос, 2010. – 384 с. (Новая университетская библиотека).
URL:http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=84753