Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 0233C9D60038B01A9E48C1A3FBB4A9D9F6
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 07.07.2023 до 28.04.2038

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе С.Н. Титов

ЭЛЕМЕНТЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Программа учебной дисциплины модуля специальных разделов предметной области

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Информатика

(очная форма обучения)

Составитель: Череватенко О.И., к.ф.-м.н.,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от «26» мая 2023 г. №5

Ульяновск, 2023

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Элементы компьютерной и дифференциальной геометрии» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1. Дисциплины (модули) Модуля специальных разделов предметной области учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Информатика», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках ряда дисциплин учебного плана, изученных обучающимися в предыдущих семестрах: Геометрия, Математический анализ.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик: Педагогическая практика по математике, Научно-исследовательская работа,

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины является обучение студентов применению методов математического анализа для исследования геометрических свойств линий и фигур в пространстве, а также приложению этих методов для решения прикладных задач;

Задачей освоения дисциплины является содействие фундаментализации образования и развитию математического мышления; курс призван расширить кругозор и развить математическую культуру, включающую в себя четкое представление о роли геометрии в современной математике, ее связи с другими математическими дисциплинами.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Элементы компьютерной и дифференциальной геометрии» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач УК-1.2 Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности	ОР-1 знает логические формы и процедуры,	ОР-2 демонстрирует способность к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности	

ПК-1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета) ПК-1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО	ОР-3 знает роль и место дисциплины в общей картине научного знания; ОР-4 знает структуру, состав и дидактические единицы содержания дисциплины; ОР-5 знает основные приемы и методы решения проблем и задач предметной области.	ОР-6 умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию.	
ПК-3 Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов ПК-3.1 Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности		ОР-7 умеет формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения	

(исследовательской, проектной, групповой и др.)			

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Всего		Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Трудоемк.		Лекции, час.	Практические занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Лабораторные занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Самостоят. работа, час.	
	Зач. ед.	Часы							
6	2	72	12	-	-	20	-	40	зачёт
Итого:	2	72	12	-	-	20	-	40	-

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1.Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель-ная работа
Теория гладких кривых.	2		4	10
Теория сплайнов.	3		5	10
Кривые и поверхности Безье.	3		5	10
Понятие внутренней геометрии поверхности.	4		6	10
Всего по дисциплине:	**12**	**-**	**20**	**40**

3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса

ТЕОРИЯ ГЛАДКИХ КРИВЫХ.

Гладкие кривые с вычислительной точки зрения (приблизительная локальная форма кривой, определяемая кривизной и кручением; восстановление пространственной кривой по ее проекциям на координатные плоскости; приведение параметрического уравнения кривой к неявному виду).

ТЕОРИЯ СПЛАЙНОВ.

Сплайны для отображения линий (определение и примеры; кубический интерполяционный сплайн; построение сплайнов Эрмита; сплайн Лагранжа; сплайн Ньютона).

КРИВЫЕ И ПОВЕРХНОСТИ БЕЗЬЕ.

Кривые и поверхности Безье (кривые Безье и их операторная форма; кривые Безье третьей ступени; геометрический смысл поверхности Безье; вычисление координат точек на поверхности Безье; геометрические свойства поверхности Безье в угловой точке).

Проективные кривые и поверхности Безье (операция рационального деления отрезка; свойства рациональных кривых Безье; деление рациональной кривой Безье; рациональные поверхности Безье; представление кривых второго порядка рациональными кривыми Безье второго порядка).

ПОНЯТИЕ ВНУТРЕННЕЙ ГЕОМЕТРИИ ПОВЕРХНОСТИ.

Предмет внутренней геометрии поверхности. Теорема Гаусса. Понятие об изгибании поверхности. Геодезическая кривизна кривой. Геодезические линии. Теорема Гаусса-Бонне. Дефект геодезического треугольника. Реализация в малом геометрии Лобачевского на поверхности постоянной отрицательной кривизны.

Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания

по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:
- подготовки к устным докладам (мини-выступлениям);
- подготовка к защите реферата.

Пример контрольной работы.

1. Вычислить кривизну линии в начале координат.
2. Доказать что линия γ: плоская и найти плоскость, в которой она лежит.
3. Составить натуральное уравнение кривой γ: $a<t<$.
4. Найти длину дуги кривой γ: $u = av^2$ заключенной между точками $A(u = 0, v = 0)$ и $B(u = 2a, v = 2)$ поверхности
   $\Phi : x = (\cos v + \sin v), y = (\cos v - \sin v), z = av^2$.
5. Вычислить вторую квадратичную форму
   А) сферы Б) цилиндра

Примерный вариант самостоятельной работы

Дана поверхность

Найти касательную плоскость и нормаль к поверхности в точке $(u = v = 0)$
Вычислить $\varphi 1$ и $\varphi 2$ в произвольной точке поверхности.
Найти ортогональные траектории к координатным линиям.
Вычислить нормальную кривизну координатных линий.
Вычислить нормальную кривизну линии γ: $4 + v^3 - 8 = 0$ в точке $(u=0, v=2)$

Вопросы для самостоятельного изучения обучающимися (темы мини-выступлений)

1. История развития дифференциальной геометрии, ее место в современной математике и ее приложениях.
2. Основные идеи и направления современной геометрии.
3. О связи дифференциальной геометрии с другими разделами математики и информатики
4. История развития топологии, ее место в современной математике и ее приложениях.
5. Основные идеи и направления современной геометрии.
6. …

Тематика рефератов

1. Длина дуги как особый параметр кривой.
2. Сопровождающий трехгранник кривой. Формулы Френе.
3. Натуральные уравнения кривой.
4. Кривизна и кручение.
5. 1кв. форма поверхности. Приложения.
6. 2 квадратичная форма. Приложения.
7. Главные направления на поверхности, главные кривизны.

8. Полная и средняя кривизны поверхности.
9. Внутренняя геометрия поверхности.
10. Геодезическая кривизна кривой на поверхности. Геодезические линии.
11. Поверхности постоянной гауссовой кривизны.
12. Топологическое пространство.
13. Топологические многообразия. Понятие о клеточном разложении.
14. Эйлерова характеристика двумерного многообразия. Ориентируемые многообразия. Топологические свойства места Мёбиуса. Понятие о классификации компактных двумерных многообразий.

4. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 Контрольная работа ОС-2 Самостоятельная работа ОС-3 Мини-выступления ОС-4 Защита реферата	ОР-1 знает логические формы и процедуры, ОР-2 демонстрирует способность к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности ОР-3 знает роль и место дисциплины в общей картине научного знания; ОР-4 знает структуру, состав и дидактические единицы содержания дисциплины;
	Оценочные средства для промежуточной аттестации	

	зачет (экзамен) ОС-5 Зачет в форме устного собеседования по вопросам	ОР-5 знает основные приемы и методы решения проблем и задач предметной области. ОР-6 умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию. ОР-7 умеет формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-5 Зачет в форме устного собеседования по вопросам

Перечень вопросов к зачету

1. Двумерные преобразования. Однородные координаты.
2. Трехмерные преобразования. Правостороння и левосторонняя системы координаты. Обобщенная матрица преобразований 4x4.
3. Проекторы. Проекции. Виды проекций. Получение проекций с помощью обобщенной матрицы преобразования.
4. Приблизительная локальная форма кривой, определяемая кривизной и кручением. Формулы для кривизны и кручения кривой относительно произвольного параметра в координатах, задаваемых репером Френе.
5. Восстановление пространственной кривой по ее проекциям на координатные плоскости
6. Кубический интерполяционный сплайн
7. Определение сплайна, непрерывного по 1-й и 2-й производной. Краевые условия.
8. Система уравнений для вычисления сплайна на последовательности точек числовой оси.
9. Параметрический сплайн. Естественная параметризация сплайна.
10. Построение сплайнов Эрмита. Сплайн Лагранжа. Сплайн Ньютона.
11. Кривые Безье. Операторная форма кривой Безье. Деление кривой Бизье.
12. Геометрический смысл поверхности Безье. Формулы вычисления координат точек на поверхности Безье
13. Деление поверхности Безье. Геометрические свойства поверхности Безье в угловой точке
14. Операция рационального деления отрезка. Свойства рациональных кривых Безье. Деление рациональной кривой Безье

15. Рациональные поверхности Безье.
16. Представление кривых второго порядка рациональными кривыми Безье второго порядка.
17. Геодезическая кривизна линии на поверхности.
18. Геодезические линии на поверхности. Их свойства.
19. Теорема Гаусса-Бонне.
20. Поверхности постоянной кривизны и их внутренняя геометрия.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Зачёт
6 семестр	Разбалловка по видам работ	6 х 1=6 баллов	10 х 1=10 баллов	152 балла	32 балла
	Суммарный макс. балл	6 баллов max	16 баллов max	168 балла max	200 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

	Баллы (2 ЗЕ)
«зачтено»	более 100
«не зачтено»	100 и менее

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за

консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы занятий

Занятие 1. Элементы векторной алгебры в пространстве. Понятие вектор–функции скалярного аргумента. Ее дифференцирование. Особые точки кривой.
Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 2. Длина дуги кривой. Сопровождающий трехгранник кривой. Касательная прямая и нормальная плоскость кривой. Соприкасающаяся плоскость кривой.
Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 3. Кривизна и кручение кривой. Нормальные уравнения кривой.
Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 4. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 5Первая квадратичная форма и ее приложение.
Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 6. Вторая квадратичная форма и ее приложение.
Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 7. Главные кривизны. Кривизна поверхности.
Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.

2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 8. Геодезическая кривизна кривой на поверхности.
Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 9. Определение топологического пространства. Внутренние, внешние граничные точки множества. Метрические пространства. Примеры. Связность, отделимость, компактность. Непрерывные отображения и их свойства. Гомеоморфизмы.
Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 10. Топологические многообразия. Понятие о клеточном разложении.
Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Нагребецкая, Ю. В. Дифференциальная геометрия : практикум / Ю. В. Нагребецкая, О. Е. Перминова ; под. ред. М. В. Волкова. - 2-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА ; Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2019. - 72 с. - ISBN 978-5-9765-4173-3. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1859877.
2. Фролов, С. В. Высшая математика. Этюды по теории и её приложениям : учебное пособие / С. В. Фролов, А. Ш. Багаутдинова. - Санкт-Петербург : ГИОРД, 2012. - 616 с. - ISBN 978-5-98879-149-2. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1088349.
3. Голованов, Н. Н. Геометрическое моделирование : учебное пособие / Н. Н. Голованов. - Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2021. - 400 с. - ISBN 978-5-905554-76-6. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1215355.
4. Смирнов, В. И. Курс высшей математики. Том II : учебник / В. И. Смирнов ; пред. Л. Д. Фаддеева, пред. и прим. Е. А. Грининой. - 24-е изд. - Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2021. - 848 с. - (Учебная литература для вузов). - ISBN 978-5-94157-910-5. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1858218.

Дополнительная литература

1. Компьютерная геометрия и графика : лабораторный практикум / Л. Б. Филиппова, Р. А. Филиппов, А. А. Кузьменко [и др.]. - Москва : ФЛИНТА, 2018. - 246 с. - ISBN 978-5-9765-4025-5. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1860053.
2. Уткин, А. А. Геометрическое моделирование окружающего мира [Элек-тронный ресурс] : учебное пособие / А. А. Уткин. - 3-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2019. - 219с.– ISBN 978-5-9765-1956-5. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1048308.

Лист согласования рабочей программы
учебной дисциплины

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование
Профиль: Математика. Информатика
Рабочая программа Элементы компьютерной и дифференциальной геометрии
Составитель: О.И. Череватенко – Ульяновск: УлГПУ, 2023.

Программа составлена с учетом федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль подготовки «Математика. Информатика», утверждённого Министерством образования и науки Российской Федерации, и в соответствии с учебным планом.

Составители _____ О.И. Череватенко (подпись)

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) одобрена на заседании кафедры высшей математики "23" мая 2023г., протокол № 10
Заведующий кафедрой

_____ И.В. Столярова _____ 23.05.23 _____
личная подпись *расшифровка подписи* *дата*

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) согласована с библиотекой
Сотрудник библиотеки

_____ Ю.Б. Марсакова _____ 22.05.23 _____
личная подпись *расшифровка подписи* *дата*

Программа рассмотрена и одобрена на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования "26" мая 2023 г., протокол № 5
Председатель ученого совета факультета физико-математического и технологического образования

_____ Е.М. Громова _____ 26.05.23 _____
личная подпись *расшифровка подписи* *дата*