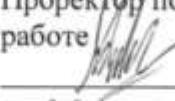


Министерство просвещения Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Ульяновский государственный педагогический университет  
имени И.Н. Ульянова»  
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования  
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методической работе  
  
С.Н. Титов  
« 25 » мая 2021г.

## ПРИКЛАДНОЙ ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Программа учебной дисциплины модуля  
«Содержательные аспекты современного математического образования»

основной профессиональной образовательной программы высшего  
образования – программы магистратуры по направлению подготовки  
44.04.01 Педагогическое образование,

направленность (профиль) образовательной программы  
Методология математического образования

(очная форма обучения)

Составитель: Фолиадова Е.В., доцент  
кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-  
математического и технологического образования, протокол от  
21.06.2021 №7

Ульяновск, 2021

## **Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Прикладной функциональный анализ» относится к дисциплинам модуля «Содержательные аспекты современного математического образования» Блока 1. *Дисциплины (модули)* части, формируемой участниками образовательных отношений, учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы магистратуры по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы «Методология математического образования», очной формы обучения. Дисциплина является дисциплиной по выбору, альтернативные дисциплины – «Линейные операторы и их приложения», «Элементы математической экономики».

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках математических дисциплин образовательных программ бакалавриата, а также дисциплины Б1.В.01.01. «Динамические системы», дисциплин по выбору Б1.В.01.ДВ.01.01/02/03 «Задачи оптимизации и их математические модели»/ «Вариационные методы и модели»/ «Теория принятия решений». Результаты освоения дисциплины являются основой для научно-исследовательской работы магистрантов.

### **1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине**

**Актуальность** включения данного курса в ООП определяется важной ролью некоторых разделов функционального анализа для различных разделов математики и ее приложений, их существенной ролью для формирования «математического мировоззрения» магистранта.

**Цели и задачи дисциплины.** Целями освоения дисциплины «*Прикладной функциональный анализ*» являются:

- систематизация и углубление представлений магистрантов о специфике математического знания, месте и роли математики в познании мира, о единстве математики в ее многообразии;
- продолжение формирования представлений о процессе математического исследования, его важнейших чертах, особенностях постановки проблемы и представления результатов;
- формирование понятийного аппарата в области функционального анализа и его приложений, необходимого при проведении самостоятельных исследований;
- формирование умения работать с математическими объектами высокого уровня абстракции, развитие соответствующего типа мышления.

В соответствии с этим при преподавании дисциплины ставятся следующие задачи:

- рассмотрение некоторых важных объектов современной математики (обобщенных функций/распределений, потоков и каскадов в теории динамических систем, случайных процессов и др.) с точки зрения общей теории;
- систематизация и углубление знаний по основам функционального анализа в банаховых и линейных топологических пространствах;
- формирование представлений о связи между различными разделами математики, умений, связанных с переводом задачи с одного математического языка на другой;
- формирование приемов мыслительной деятельности, связанных с обобщением (абстрагированием) и конкретизацией математических понятий, продолжение освоения языка абстрактной алгебры и соответствующего стиля рассуждений;
- формирование умений, связанных с чтением учебной математической литературы достаточно высокого уровня сложности;
- формирование методической грамотности и умений анализировать различные варианты построения математической теории, проектировать на основе избранного варианта учебный процесс для конкретной целевой аудитории.

В результате освоения дисциплины «Прикладной функциональный анализ» обучающийся должен:

**знатъ**

- формулировку спектральной теоремы для различных классов операторов в гильбертовом пространстве (ограниченных самосопряженных, унитарных, неограниченных самосопряженных, симметрических);
- типичные приложения спектральной теории операторов (в гильбертовом, банаховом пространстве или пространстве с индефинитной метрикой) в теории дифференциальных, интегральных и др. уравнений;
- основные понятия теории обобщенных функций как функционалов на пространствах основных функций;
- простейшие результаты теории динамических систем;
- базовые понятия и определения теории случайных процессов;

**уметь**

- анализировать утверждения, касающиеся спектральных свойств операторов; исследовать спектральные характеристики конкретных операторов
- применять алгоритмы действий над обобщенными функциями;
- ;
- адаптировать известные подходы к построению теории обобщенных функций, теории случайных процессов, выпуклому анализу к образовательному процессу;

**владеТЬ**

- основами языка и символики теории распределений, теории случайных функций, навыками постановки задачи для исследования и формулирования результатов исследования;
- навыками чтения математического текста, способами осмыслиения и критического анализа научной информации;
- навыками совершенствования и развития своего научного потенциала, самообразования в области математики и ее преподавания.

В результате освоения программы магистрант должен овладеть следующими результатами обучения (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	Знает	Умеет	владеет
УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий. ИУК 1.3. Рассматривает различные варианты решения проблемной ситуации на основе системного подхода,	OP-1. Приемы и методы выработки стратегии действий по разрешению проблемной	OP-3 Грамотно, логично, аргументированно формулировать собственные суждения и оценки,	

<p>оценивает их преимущества и риски.</p> <p>ИУК 1.4. Грамотно, логично, аргументированно формулирует собственные суждения и оценки. Предлагает стратегию действий.</p>	<p>ситуации.</p> <p>ОП-2 о существовании различных вариантов решения проблемной ситуации на основе системного подхода, методах оценки преимуществ и рисков как результатов принятого решения.</p>	<p>вырабатывать стратегию действий</p>	
<p>ПК-2. Способен проектировать и реализовывать учебные программы математических дисциплин (модулей) для образовательных организаций разных уровней образования.</p> <p>ИПК 2.1. Знает содержание основных нормативных документов, регламентирующих математическое образование на разных уровнях; структуру учебных и рабочих программ и требования к их проектированию и реализации; виды учебно-методического обеспечения современного процесса обучения математике.</p> <p>ИПК 2.2. Умеет проектировать учебные и рабочие программы</p>	<p>ОП-4. структуру учебных и рабочих программ и требования к их проектированию и реализации; виды учебно-методического обеспечения современного процесса обучения математике.</p>	<p>ОП-5. проектировать учебные и рабочие программы математических дисциплин, в т.ч. элективных, программы внеурочной деятельности.</p>	

математических дисциплин, в т.ч. элективных, программы внеурочной деятельности.			
---	--	--	--

**2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Номер семестра	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации	
	Всего		Лекции, час	Практические занятия, час	Лабораторные занятия, час	Самостоятельная работа, час			
	Трудоемкость	Зач. ед. Часы							
4	5	180	6	40	-	107	Экзамен		
Итого:	5	180	6	40	-	107		27	

**3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
<b>4 семestr</b>				
Спектральная теория операторов и ее приложения	2	10		32
Теория обобщенных функций и ее приложения в теории дифференциальных уравнений	2	10	-	25
Элементы выпуклого анализа и выпуклой оптимизации		10	-	25
Основы теории случайных процессов	2	10	-	25
<b>Всего по дисциплине:</b>	<b>6</b>	<b>40</b>	<b>-</b>	<b>107</b>

**3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины**

**Спектральная теория операторов и ее приложения.** Разложение единицы, обобщенное разложение единицы. Спектральная функция самосопряженного, унитарного, симметрического, изометрического оператора. Спектральная теорема и примеры спектральных разложений. Проблема моментов. Основы эргодической теории (потоки и инвариантные меры на многообразии, уравнение Лиувилля, теоремы Пуанкаре о возвращении, теорема Бонхера-Хинчина, эргодическая теорема).

**Интерактивные формы:** Работа в микрогруппах. Групповая дискуссия.

**Теория обобщенных функций и ее приложения в теории дифференциальных уравнений.** Пространства основных функций. Пространства обобщенных функций как сопряженные пространства. Носитель обобщенной функции. регулярные и сингулярные обобщенные функции. Примеры. Действия над обобщенными функциями, свертка, преобразование Фурье обобщенных функций. Решение дифференциальных уравнений в

смысле теории распределений; фундаментальное решение и функция Грина; сильное и слабое решение; применение преобразования Фурье.

**Интерактивные формы:** Работа в микрогруппах. Групповая дискуссия.

**Элементы выпуклого анализа и выпуклой оптимизации.** Выпуклые множества в банаховом, в гильбертовом пространстве и их свойства. Выпуклые функционалы в банаховом пространстве и их свойства. Выпуклые процессы и замкнутые выпуклые процессы. Опорные функции и барьерные конусы выпуклых множеств в банаховых пространствах. Касательные и нормальные конусы к выпуклым множествам. Эпипроизводные и субдифференциалы выпуклых функционалов, элементы субдифференциального исчисления. Сопряженные функции. Выпуклые задачи минимизации, существование решения, множители Лагранжа и лагранжиан, теория двойственности, абстрактное уравнение Эйлера-Лагранжа, конечномерный случай (теорема Куна-Таккера), лагранжианы и гамильтонианы.

**Интерактивные формы:** Работа в микрогруппах. Групповая дискуссия.

**Основы теории случайных процессов.** Понятие случайного элемента со значениями в измеримом пространстве, распределение случайного элемента, случайный процесс, траектория случайного процесса, семейство конечномерных распределений. Гауссовские случайные процессы. Процессы с независимыми приращениями, Винеровский случайный процесс. Пуассоновский процесс. Стационарные случайные процессы. Поток сигма-алгебр. Марковские случайные процессы. Цепи Маркова как частный случай марковских процессов, переходная матрица.. Семейства линейных операторов, связанных с переходной функцией. Понятие о случайной мере, стохастическом интеграле по ортогональной случайной мере, спектральное разложение стационарного (в широком смысле) процесса. Теорема Бончера-Хинчина.

**Интерактивные формы:** Работа в микрогруппах. Групповая дискуссия.

#### **4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

Общий объем самостоятельной работы магистрантов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную (107 часов) самостоятельную работу в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется преимущественно в малых группах, с использованием технологий взаимообучения. Дидактические материалы для организации работы разрабатываются самими магистрантами в ходе внеаудиторной самостоятельной работы (обмен заданиями между малыми группами).

Внеаудиторная самостоятельная работа нацелена на диагностику и совершенствование умений магистрантов осваивать теоретические и прикладные разделы математики. Эта деятельность включает также разработку консультационных материалов по отдельным темам, решение задач, в том числе исследовательского характера. Соответствующие источники указаны в разделе 6, выбор осуществляется преподавателем.

Перечень рассматриваемых ресурсов пополняют в ходе освоения дисциплины сами магистранты, т.е. комплект дидактических материалов окончательно формируется уже в ходе реализации программы (что соответствует системно-деятельностному подходу к организации образования).

***Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине***

### **ОС-1. Домашняя контрольная работа**

- a. (15 баллов) Задание на исследование динамической системы, детерминированной или стохастической, дискретной или непрерывной: орбиты/траектории, возвращение в заданное множество, перемешивание, сохранение фазового объема и т.д.. Форма отчета: презентация (+выступление на практическом занятии, оценивается в рамках практического занятия).
- b. (15 баллов) Границная задача для обыкновенного дифференциального уравнения (системы уравнений) либо уравнения математической физики: точное решение (в классе обобщенных функций) и/или качественное исследование. Форма отчета: решение с пояснениями (+выступление на практическом занятии, оценивается в рамках практического занятия).
- c. (10 баллов) Задача выпуклой оптимизации (из области математического программирования или вариационного исчисления). Форма отчета: решение с пояснениями (+выступление на практическом занятии, оценивается в рамках практического занятия).

### **ОС-2. Контрольная работа**

- a. Тест по основным понятиям спектральной теории операторов, теории обобщенных функций, выпуклого анализа, теории случайных процессов (23 балла).
- b. Задача (обобщенные функции, преобразование Фурье, выпуклая оптимизация, теория массового обслуживания, цепи Маркова – базовый уровень, 15 баллов).
- c. Мини-исследование: доказать или опровергнуть сформулированное утверждение, в последнем случае скорректировать его; либо: проверить правильность рассуждений, при необходимости скорректировать рассуждения и вывод (15 баллов).

### **ОС-3. Примерный перечень тем рефератов**

1. Задача пекаря, процессы перемешивания, эргодические теоремы.
2. Понятие о детерминированном хаосе.
3. Каскады. Задача о возвращении орбиты в заданное множество.
4. Потоки. Задача о возвращении траектории в заданное множество.
5. Рождение и гибель критических точек.
6. Случайные блуждания частицы по отрезку и задача о разорении игрока.
7. Последовательности, равномерно распределенные на отрезке. Задача о первых цифрах степеней двойки.
8. Задача о частоте первых цифр натуральных чисел и различные методы суммирования рядов.
9. Последовательности, равномерно распределенные на окружности, и динамические системы.
10. Броуновское движение и его математическая модель.
11. Случайные меры и стохастический интеграл.
12. Спектральное разложение стационарного (в широком смысле) процесса и теорема Боннера-Хинчина.
13. Понятие мартингала и задача о разборчивой невесте.
14. Некоторые применения выпуклого анализа в теории игр.
15. Теорема Куна-Таккера и ее бесконечномерные аналоги.
16. Собственные значения многозначных операторов с замкнутыми выпуклыми графиками.
17. Блуждания в полных метрических пространствах.
18. Неподвижные точки нерастягивающих операторов и вариационный принцип.
19. Принцип наименьшего действия для гамильтоновых систем.
20. Лагранжианы и гамильтонианы.
21. Задачи оптимизации при наличии возмущений.
22. Выпуклый анализ и задачи теории игр. Теорема о минимаксе в игре двух лиц с нулевой суммой.
23. Равновесие по Вальрасу и децентрализация цены.

24. Элементы негладкого анализа: эпипроизводные и субдифференциалы.  
 25. Теорема об обратном отображении для многозначных функций.

**Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:**

1. Глухова Н.В. Линейные операторы: учебно-методическое пособие для подготовки магистров и бакалавров направления подготовки «Педагогическое образование» физико-математического профиля – Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова. 2017 – 35 с.
2. Сибирева А.Р. Вариационные проблемы и методы: методические указания. – Ульяновск: УлГПУ, 2017. –32 с.
3. Сибирева А.Р. Задачи оптимизации и их математические модели: методические указания.– Ульяновск: УлГПУ, 2017. –32 с.
4. Сибирева А.Р. Математические методы в проектной деятельности: методические указания. – Ульяновск: УлГПУ, 2016. –30 с.

№ п/п	<b>СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,</b> используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	<b>Оценочные средства для текущей аттестации</b>  ОС-1 Контрольная работа № 1. ОС-2 Контрольная работа № 2. ОС-3 Доклады.	ОР-1. Знает приемы и методы выработки стратегии действий по разрешению проблемной ситуации.  ОР-2 Знает о существовании различных вариантов решения проблемной ситуации на основе системного подхода, методах оценки преимуществ и рисков как результатов принятого решения.  ОР-3 умеет грамотно, логично, аргументированно формулировать собственные суждения и оценки, вырабатывать стратегию действий.  ОР-4. знает структуру учебных и рабочих программ и требования к их проектированию и реализации; виды учебно-методического обеспечения современного процесса обучения математике.  ОР-5 умеет проектировать учебные и рабочие программы математических дисциплин, в т.ч. элективных, программы внеурочной деятельности.
	<b>Оценочные средства для промежуточной аттестации зачет (экзамен)</b>  ОС-4 Экзамен в форме устного собеседования	

**Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине**

**ОС-4. Программа экзамена по дисциплине**  
**«Прикладной функциональный анализ»**

1. Разложение единицы, обобщенное разложение единицы.
2. Спектральная функция самосопряженного ограниченного оператора. Спектральная теорема.
3. Спектральная функция унитарного оператора. Спектральная теорема.
4. Спектральная функция самосопряженного неограниченного оператора. Спектральная теорема.
5. Обобщенная спектральная функция симметрического оператора. Спектральная теорема.
6. Проблемы моментов. Решение степенной проблемы моментов на отрезке.
7. Инвариантные меры на многообразии, уравнение Лиувилля.
8. Теорема Бонхера-Хинчина.
9. Пространства основных функций и их топологии.
10. Пространства обобщенных функций как сопряженные пространства. Носитель обобщенной функции. регулярные и сингулярные обобщенные функции.
11. Дельта-функция и функция Хевисайда.
12. Действия над обобщенными функциями (арифметические действия, дифференцирование, свертка, преобразование Фурье).
13. Фундаментальное решение дифференциального уравнения и функция Грина.
14. Сильное и слабое решение дифференциального уравнения. Применение преобразования Фурье к решению дифференциальных уравнений.
15. Выпуклые множества в векторном пространстве. Свойства выпуклых множеств в банаевом, в гильбертовом пространстве.
16. Выпуклые функции одной и нескольких действительных переменных, их свойства. Выпуклые функционалы в банаевом пространстве, в гильбертовом пространстве и их свойства.
17. Выпуклые процессы и замкнутые выпуклые процессы (многозначные выпуклые функции).
18. Опорные функции и барьерные конусы выпуклых множеств в банаевых пространствах. Касательные и нормальные конусы к выпуклым множествам.
19. Эпипроизводные и субдифференциалы выпуклых функционалов. Элементы субдифференциального исчисления.
20. Сопряженные функции в выпуклом анализе.
21. Выпуклые задачи минимизации, существование решения, условия единственности решения.
22. Множители Лагранжа и лагранжиан. Теория двойственности в выпуклом анализе. Случай линейного программирования.
23. Понятие случайного элемента со значениями в измеримом пространстве, распределение случайного элемента.
24. Случайный процесс, траектория случайного процесса, семейство конечномерных распределений.
25. Гауссовские случайные процессы.
26. Процессы с независимыми приращениями и их конечномерные распределения.
27. Винеровский случайный процесс. Случайные блуждания частицы по прямой.
28. Пуассоновский процесс. Задачи теории массового обслуживания.
29. Поток сигма-алгебр. Марковские случайные процессы. Переходная функция.
30. Цепи Маркова как частный случай марковских процессов, переходная матрица..

**КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ на экзамене**

№ п/п	Вид деятельности	Максимальное количество баллов
----------	------------------	--------------------------------------

<b>Теоретическая часть экзаменационного билета</b>		
1.	Формулировка необходимых определений, утверждений, свойств; демонстрация примеров	16
2.	Доказательство утверждений, свойств	16
3.	Демонстрация и разбор примеров	16
4.	Ответы на уточняющие или дополнительные вопросы	16
Всего		64
<b>Практическая часть экзаменационного билета</b>		
5.	Решение задачи по теории обобщенных функций и теории дифференциальных уравнений	21
6.	Решение задачи выпуклого анализа	21
7.	Решение задачи по теории динамических систем и/или теории случайных процессов	22
Всего		64
Итого		128

### **Формирование балльно-рейтинговой оценки работы магистранта**

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
<b>4 семестр</b>	Разбалловка по видам работ	1 x 3=3 балла	20 x 1= 20 баллов	349 баллов	128 баллов
	Суммарный макс. балл	3 балла Max	23 баллов max	372 балла max	500 баллов max

### **Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра**

<b>Итоговое количество баллов</b>	<b>Итоговая отметка</b>
0-250	неудовлетворительно
251-350	удовлетворительно
351-450	хорошо
451-500	отлично

### **6.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

#### **Методические рекомендации преподавателю**

В рамках курса подготовки магистров «Прикладной функциональный анализ» предполагается изучение разделов математики, тесно связанных, с одной стороны, с фундаментальными разделами функционального анализа, с другой стороны, с приложениями в теории оптимизации, теории игр, теории динамических систем, в том числе стохастических. Критерием для отбора материала служила, с одной стороны, необходимость знакомства магистрантов с широко применяемыми понятиями (обобщенной функции, случайного процесса и др.), без которых невозможно представить законченное математическое образование; с другой стороны, возможность продемонстрировать применения абстрактных теорий и «теоретизированный» характер современной «прикладной» математики. В рамках небольшого по объему курса собраны разделы, каждый из которых мог бы изучаться в отдельном семестровом или годичном курсе. Это делает

невозможным одинаково глубокое изучение всех разделов; предполагается освоение базовых понятий и идей и более подробное знакомство с разделом, наиболее близким к тематике самостоятельных исследований каждого магистранта. При этом базовые понятия должны быть изложены вполне корректно, на соответствующем уровне строгости и на основе использования изученных разделов функционального анализа. С другой стороны, важно и рассмотрение конкретных примеров применения этих концепций к частным и достаточно наглядным объектам, часть из которых доступна пониманию школьников (дискретные случайные процессы, динамические системы с дискретным временем, конечномерные задачи оптимизации и их графические интерпретации и др.). Основное время, отведенное на аудиторные занятия, предлагается посвятить формированию у будущих магистров основ умений, связанных с математическими исследованиями (в частности, с «переводом» проблем с одного математического языка на другой), в естественной связи с актуализацией и расширением понятийного аппарата, необходимого для их проведения.

Общие вопросы теории, тесно связанные с методологией современной математики в целом, предлагается вынести в большой степени на самостоятельное изучение. Обсуждение этих вопросов на аудиторных (практических/ семинарских) занятиях не должно сводиться к докладам студентов на общие темы, предлагается тесно связывать абстрактные построения с решением конкретных задач. Среди этих задач должны быть, в частности, и доступные (по постановке проблемы) школьникам, достаточное внимание должно быть уделено их связям с общей логической линией курса. Предлагается сосредоточить внимание на соотношении внешней мотивации и внутренней логики развития математических понятий, ср. программы предшествующих дисциплин магистратуры, в частности, дисциплины «Методология и методы научного исследования».

На лекциях (разделы 2, 4) предполагается краткое изложение истории/логики развития теории обобщенных функций, теории случайных процессов в их взаимосвязи с функциональным анализом и с приложениями, в частности, физическими, выделение основных идей. При этом акцент должен быть сделан именно на методологических особенностях и важнейших методах получения результатов – как общих для всей современной математики, так и специфических. Самостоятельное изучение основного теоретического материала студентами предполагает работу с математической литературой – учебниками и учебными пособиями.

На практических занятиях по каждому разделу программы предполагается активная работа студентов с теоретическим материалом, как известным им из предшествующих математических курсов магистратуры, так и новым. На практических занятиях также решаются задачи на исследование спектральных свойств операторов, в т.ч. порожденных динамическими системами, на действия над обобщенными функциями и их применение к решению дифференциальных уравнений, задачи выпуклого программирования, задачи на исследование марковских цепей и других случайных процессов. При этом акцент должен делаться на моделировании внематематических процессов, а также на исследовательских (учебных) задачах – проверке истинности утверждений, поиске примеров и контрпримеров, формулировке общих свойств объектов и т.п. Часть задач, поставленных на занятии, может после начального этапа совместного обсуждения быть предложена как домашнее задание, по некоторым из них целесообразно затем заслушивать краткие сообщения студентов. Как преподавателю, так и студентам во время их сообщений рекомендуется применять проблемный стиль изложения материала, ставить вопросы перед аудиторией, в том числе для последующего обдумывания, предусматривать время для ответа на вопросы слушателей. Сопоставление свойств различных гладких многообразий предлагается провести в форме интерактивных занятий.

Еще одной сверхзадачей всего цикла занятий по дисциплине ««Прикладной функциональный анализ» является демонстрация фрагментов методики, направленной на формирование культуры осмыслиенного учения и начальных исследовательских навыков в области математики.

Контрольное задание по дисциплине «Прикладной функциональный анализ» состоит из домашней и аудиторной частей; последняя может включать задания тестового характера

(проверка владения понятийным аппаратом) и задания на установление истинности утверждений, формулирование результатов, контроль правильности рассуждений и пр. – т.е. мини-исследование. Формой рубежного контроля по дисциплине является экзамен.

### **Методические рекомендации студенту**

Дисциплина «Прикладной функциональный анализ» нацелена на формирование прочных знаний по ряду разделов математики, находящихся «на стыке» функционального анализа и других дисциплин, тесно связанных с приложениями, на осознание связей между далекими на первый взгляд задачами, в том числе некоторыми задачами элементарной и высшей математики. Успешное освоение курса требует активной деятельности на практических занятиях и во внеаудиторное время, систематического выполнения домашних заданий, самостоятельной работы с учебной математической литературой высокого уровня сложности.

Необходимо обратить особое внимание на дальнейшее освоение и применение языка абстрактной алгебры и функционального анализа. Желательно проработать глоссарий дисциплины и убедиться в четком понимании смысла содержащихся в нем терминов. Предполагается изучение общих методов математических исследований на примере решения конкретных задач. Магистрант может выбрать необходимый для него уровень овладения учебным материалом дисциплины с углублением в один из разделов программы в зависимости от его научных интересов и тематики самостоятельной исследовательской работы..

Формой рубежного контроля по дисциплине является экзамен.

## **7.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины**

### **Основная литература**

1. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учебник : / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. – 7-е изд. – Москва : Физматлит, 2012. – 573 с. – ISBN 978-5-9221-0266-7.  
URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563> Колмогоров,
2. Треногин, В.А. Функциональный анализ : учебник / В.А. Треногин. – 3-е изд., испр. – Москва : Физматлит, 2002. – 488 с. – ISBN 5-9221-0272-9.  
URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82613>
- 3.

### **Дополнительная литература**

1. Золотарев М. Л., Федоров И. А. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве: учебное пособие. – Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2014. – 116 с. URL: [https://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=278960](https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=278960)
2. Треногин, В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу : учебное пособие / В.А. Треногин, Б.М. Писаревский, Т.С. Соболева. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Физматлит, 2005. – 240 с. – ISBN 5-9221-0271-0  
URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82612>

### **Интернет-ресурсы**

1. <http://www.knigafund.ru> – Электронная библиотечная система «Книга-Фонд».
2. <http://www.mathnet.ru/> - Общероссийский математический портал (свободный доступ к полным текстам статей журналов Академиздатцентра "Наука" РАН).
3. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm> (библиотека «Мир математических уравнений», книги по математике, математический анализ, функциональный анализ).
4. <http://www.mccme.ru> – Московский центр непрерывного математического образования.

5. <http://ium.mccme.ru/courses.php> - Московский центр непрерывного математического образования, библиотека курсов Независимого Московского университета.
6. <http://lib.mexmat.ru/books> - Электронная библиотека Попечительского совета МГУ.
7. <http://math-portal.ru>
8. <http://reslib.com> – Research library
9. <http://projecteuclid.org>
10. <http://www.encyclopediaofmath.org>

