Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
25 июня 2021 г.

АЛГЕБРА МНОГОЧЛЕНОВ

Программа учебной дисциплины Предметно-методического модуля

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Иностранный язык

(очная форма обучения)

Составитель: Глухова Н.В.,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от 21.06.2021 №7

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Алгебра многочленов» относится к дисциплинам обязательной части Блока 1. Дисциплины (модули) Предметно-методического модуля учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Иностранный язык», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса математики и дисциплины Основы высшей алгебры, Линейная алгебра .практики Предметный практикум по математике.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик: Теория чисел и диофантовы уравнения, Числовые системы, Основы теории алгебраических структур, Основания арифметики, Математическая логика и теория алгоритмов, Прикладные вопросы алгебры в экономике, алгебраические методы решения геометрических задач, Теория функций комплексного переменного, Учебная (научно-исследовательская работа, получение первичных навыков научно-исследовательской работы) Курсовая работа №1 и для прохождения государственной итоговой аттестации

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины является подготовка учителя к будущей профессиональной деятельности: формирование способности к преподаванию учебного предмета алгебра, как в обычных общеобразовательных классах, так и в классах с углубленным изучением математики.

Задачей освоения дисциплины является закрепление умений проводить математические преобразования выражений, отработка понятийного аппарата математики, техники проведения математических расчетов, формирование и закрепление умения проводить строгие абстрактно-логические доказательства, решать задачи повышенной сложности школьного курса математики.

В результате освоения программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	Знает	Умеет	владеет
ПК-12. Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения), анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций.	ОР-1.	ОР-2.	

ПК-12.1. Знает формулировки определений, содержательное значение терминов и понятий предметной области, правила и алгоритмы оперирования с объектами предметной области, понимает взаимосвязь между структурными элементами; имеет представление о функциях и практическом применении изучаемых объектов. ПК-12.2. Умеет выделять и анализировать структурные элементы, входящие в систему познания предметной области; определять логическую взаимосвязь между компонентами предметной области; строить логически верные и обоснованные рассуждения; решать задачи предметной области.	Основные понятия дисциплины, определения, содержательное значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и решения задач	Решать задачи по дисциплине, проводить доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения	
ПК-14. Способен устанавливать содержательные, методологические и мировоззренческие связи предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) со смежными научными областями			

ИПК-14.1. Знает роль и возможности применения аппарата предметной области в смежных научных областях, их методологическое и мировоззренческое значение; имеет представление о междисциплинарных связях, научных методах смежных областей ИПК-14.2. Умеет определять роль полученных знаний для смежных областей и для школьного курса, применять полученные знания в решении прикладных задач.	ОР-3. возможности применения полученных сведений к решению задач школьного курса математики, а также в смежных научных областях	ОР-4. решать задачи школьного курса математики повышенной сложности, решать и составлять прикладные задачи по дисциплине	
ОПК-2 Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий). ОПК-2.2. Проектирует индивидуальные образовательные маршруты освоения программ учебных курсов, дисциплин (модулей), программ дополнительного образования в соответствии с образовательными		ОР -5. проектировать фрагменты программ учебных курсов, дисциплин, программ дополнительного образования, а также индивидуальных образовательных маршрутов с учетом	

потребностями обучающихся.		образовательных потребностей обучающихся	

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час	Практические занятия, час	Лабораторные занятия, час	Самостоят. работа, час	
	Трудоемк.						
	Зач. ед.	Часы					
3	4	144	24	40	-	53	экзамен
Итого:	4	144	24	40	-	53	27

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
3 семестр				
Многочлены от одной переменной и их корни	6	12	-	20
Приводимые и неприводимые многочлены над различными полями	8	12	-	20
Многочлены от нескольких переменных	4	6	-	20

Элементы теории групп, колец, полей и их приложения	6	10	-	20
Всего по дисциплине:	**24**	**40**	**-**	**80**

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса

1. Многочлены от одной переменной и их корни
Кольцо многочленов от одной переменной над полем. Теория делимости в кольце многочленов. НОД и НОК от двух и нескольких многочленов. Приложение к избавлению от иррациональности в знаменателе. Корни уравнений. Решение уравнений третьей и четвёртой степени. Теорема Безу, схем Горнера. Интерактивная форма: соревнование,
2. Приводимые и неприводимые многочлены над различными полями
Неприводимые многочлены над различными полями. Неприводимые кратные множители. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Неприводимые над полем действительных чисел многочлены. Рациональные и действительные корни многочленов. Приближенные методы нахождения корней. Интерактивная форма: работа в микрогруппах, работа с компьютерными программами.
3. Многочлены от нескольких переменных
Кольцо многочленов от нескольких переменных. Лексикографический порядок. Симметрические многочлены, элементарные симметрические многочлены. Выражение симметрических многочленов через элементарные. Интерактивная форма: составление тестов
4. Элементы теории групп, колец, полей и их приложения.
Сравнимость элементов группы по подгруппе, в кольце по идеалу. Циклические группы, Простое и составное расширение поля, применение к избавлению от иррациональности в знаменателе дроби.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия,

требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:
- подготовки к устным докладам (подготовка рефератов);
- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение групповых интерактивных заданий.

Контрольная работа № 1

Примерный вариант контрольной работы:

1.Найти НОД и НОК многочленов $f(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1$ и $g(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$, а также подобрать многочлены ((x) и ((x) так, чтобы НОД был представлен в виде f(x)((x) + g(x)((x).

2. Решить уравнение: $x^3 - 6x^2 + 9x - 5 = 0$.

3. Представьте многочлен $2x^3+3x^2+6x-4$ в виде произведения неприводимых множителей а) над полем действительных чисел; б) над полем комплексных чисел.

Контрольная работа № 2.

Примерные темы рефератов

1. Критерий Кронекера неприводимости многочленов над полем рациональных чисел
2. Критерий Эйзенштейна неприводимости многочленов над полем рациональных чисел
3. Разложение на множители многочленов от нескольких переменных
4. Разрешимость уравнений в квадратных радикалах
5. Разрешимость задач на построение с помощью циркуля и линейки
6. Поля Галуа
7. Методы работы с алгебраическими иррациональностями
8. Применение теории многочленов в кодировании.
9. Диаграммы Ньютона и их применения.

Групповое интерактивное задание 1.

Составление теста по одному из разделов алгебры

При помощи системы Moodle (http://do.ulspu.ru), либо любой другой программы по выбору микрогруппой студентов составляются 8 тестовых заданий по одному из разделов курса

Варианты:

1. Логические операции
2. Множества и операции над ними
3. Декартовы произведения множеств
4. Виды соответствий
5. Перестановки и подстановки
6. Группы, кольца, поля
7. Матрицы и операции над ними
8. Системы линейных уравнений
9. Векторные пространства и подпространства
10. Линейные операторы
11. Комплексные числа и операции над ними
12. Геометрическое представление и тригонометрическая форма комплексного числа
13. Бинарные отношения и их виды
14. Классы вычетов
15. Классы смежности группы по подгруппе
16. Циклические группы
17. НОД и НОК многочленов
18. Схема Горнера
19. Теорема Виета
20. Кратные множители многочлена
21. Корни многочленов
22. Приводимость многочленов над различными полями
23. Многочлены от нескольких переменных
24. Симметрические многочлены
25. Системы нелинейных уравнений

Групповое интерактивное задание 2.

Студенты по микрогруппам с использованием материалов, изученных в рамках дисциплины разрабатывают план программы спецкурса по теории многочленов. Проводится фрагмент урока.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Глухова Н.В., Гришина С.А., Еремеева А.Н., Куренева Т.Н., Рацеев С.М., Череватенко О.И. Алгебра. Часть 1.Основы высшей алгебры. Учебное пособие. – Ульяновск, ФГБОУ ВО, 2017. – 30 с.
2. Глухова Н.В., Череватенко О.И. Алгебра. Часть 2. Линейная алгебра: учебное пособие. – Ульяновск: ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», 2018. – 44 с.
3. Глухова Н.В., Череватенко О.И., Гришина С.А., Баринова И.В., Куренева Т.Н. Алгебра. Часть 3. Основы алгебраических структур: учебное пособие. / Глухова Н.В., Череватенко О.И., Гришина С.А., Баринова И.В., Куренева Т.Н. – Ульяновск: ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», 2017. – 26 с.
4. Глухова Н.В., Череватенко О.И. Алгебра. Часть 4. Алгебра многочленов Учебное пособие. – Ульяновск, ФГБОУ ВО, 2017. – 42 с.
5. Карпова С.А. Алгебра и теория чисел. Часть 1. организационно-методические материалы для студентов заочников. – Ульяновск, УлГПУ, 1998. – 24 с.
6. Ильязова Д.З. Алгебра и теория чисел. Часть 2. организационно-методические материалы для студентов заочников. – Ульяновск, УлГПУ.
7. Богомолова И.В., Ильязова Д.З. Алгебра и теория чисел. Часть 4. организационно-методические материалы для студентов заочников. – Ульяновск, УлГПУ, 1999. – 24 с.

8. Глухов В.П., Ильязова Д.З. Задачник-практикум по алгебре и теории чисел. Часть I. – Ульяновск: УлГПУ, 1996. – 58 с.

9. Ильязова Д.З. Задачник-практикум по алгебре и теории чисел. Часть 2. – Ульяновск: УлГПУ, 1999. – 36 с.

6. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 Контрольная работа № 1 ОС-2 Контрольная работа № 2 ОС -3. Выступление по результатам группового интерактивного задания 1 ОС-4. Выступление по результатам группового интерактивного задания 1 Составление тестов	ОР-1. Знает оновные понятия дисциплины, определения, содержательное значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и решения задач ОР-2. Решает задачи по дисциплине, проводить доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения ОР-3. знает возможности применения полученных сведений к решению задач школьного курса математики, а также в смежных научных областях ОР-4. умеет решать задачи школьного курса математики
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** ОС-5 Экзамен в форме устного собеседования	

		повышенной сложности, решать и составлять прикладные задачи по дисциплине ОР -5. умеет проектировать фрагменты программ учебных курсов, дисциплин, программ дополнительного образования, а также индивидуальных образовательных маршрутов с учетом образовательных потребностей обучающихся

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а также процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Комплексные числа, тригонометрическая форма комплексного числа, извлечение корней из комплексных чисел.
2. Кольцо многочленов от одной неизвестной. Степень многочлена. Свойства степеней.
3. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов над полем. Алгоритм деления. Примеры.
4. Отношение делимости в кольце многочленов над полем. Свойства отношения делимости.
5. Наибольший общий делитель (НОД) двух многочленов. Алгоритм Евклида.
6. Теорема о существовании и единственности НОД.
7. Свойства наибольшего общего делителя двух многочленов. Взаимно простые многочлены и их свойства.
8. Наименьшее общее кратное двух многочленов. Формула связи между НОД и НОК.
9. Приводимые и неприводимы многочлены и их свойства.
10. Корень многочлена. Теорема Безу и следствия из неё.
11. Кратные корни многочлена. Метод нахождения кратных множителей.
12. Теорема о числе корней многочлена. Необходимое и достаточное условие равенства многочленов над бесконечной областью целостности.
13. Деление многочлена на двучлен. Схема Горнера.
14. Разложение многочлена по степеням (x – a) с помощью схемы Горнера.
15. Основная теорема алгебры и следствия из неё.
16. Теорема Виета.
17. Решение уравнений 3-й степени способом Кардано.
18. Решение уравнений 4-й степени способом Феррари.
19. Свойство невещественных (комплексных) корней многочлена с действительными коэффициентами.

20. Приводимые и неприводимые многочлены над полем действительных чисел.
21. Теорема о рациональных корнях многочлена с целыми коэффициентами.
22. Теоремы о целых корнях многочленов целыми коэффициентами.
23. Приводимые и неприводимые многочлены над полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.
24. Верхние и нижние границы положительных и отрицательных действительных корней многочленов.
25. Кольцо многочленов от нескольких переменных, степени многочленов, однородные многочлены и их свойства.
26. Лексикографическое упорядочение многочленов. Свойства старшего члена.
27. Симметрические многочлены, свойства примеры.
28. Теорема о представлении произвольного симметрического многочлена в виде многочлена от элементарных симметрических многочленов.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
2 семестр	Разбалловка по видам работ	12 х 1=12 баллов	20 х 1= 20 баллов	272 балла	96 баллов
	Суммарный макс. балл	12 баллов Max	32 баллов max	304 балла max	400 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Оценка	**Баллы (4 ЗЕ)**
«отлично»	361-400
«хорошо»	281-360
«удовлетворительно»	201-280
«неудовлетворительно»	200 и менее

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную

работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1. Теория делимости в кольце многочленов

1. Разделить многочлен f(x) на многочлен g(x) с остатком. Выписать соответствующую теорему о делении с остатком.

а) $f(x) = 2x^5 – 5x^3 – 8x$, $g(x) = –x^2 +2x– 3$

б) $f(x) = 2x^5 – 6x^3 + 2x – 8$, $g(x) = 3x^2 + 3$

в) $f(x) = 2ix^3 + (1+i)x^2 – x$, $g(x) = (1+i)x – (2 – 2i)$

г) $f(x) = 3x^6 – 2x^4 + 6x^3 – 8x + 11$, $g(x) = 2x^2 + 3x – 5$.

2. Доказать свойства делимости многочленов в бесконечных полях:

а) Каждый многочлен делится сам на себя;

б) Если многочлен f(x) делится на многочлен g(x), а g(x) делится на f(x), то эти многочлены ассоциированы (отличаются друг от друга на постоянный множитель);

в) Если f(x) делится на g(x), а g(x) делится на h(x), то многочлен f(x) делится на h(x);

г) Если f(x) и g(x)делятся на h(x), то и их сумма, разность и произведение делятся на h(x);

д) Если один из множителей в произведении делится на f(x), то и всё произведение делится на f(x);

е) каждый многочлен делится на любую константу, отличную от 0.

Содержание внеаудиторной работы студента при подготовке к занятию:

№ 1 (в, г)

Рекомендуемая литература:

Кострикин А.И. Введение в алгебру. – 3-е изд. – М.: Физматлит. – 2001. – 368 с, М.: МЦНМО, 2009.

Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.:Лань, М.: Физматкника, 2007**.** – 432 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №2. Наибольший общий делитель многочленов (НОД) и наименьшее общее кратное (НОК) многочленов

1. Найти НОД и НОК многочленов f(x) и g(x).

а) $f(x) = x^4 – 3x^3 + 3x^2 – 3x + 2$, $g(x) = x^3 – 2x^2 – x + 2$

б) $f(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 2$, $g(x) = x^3 + 3x^2 + 2$

в) $f(x) = x^5 + x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 4x + 2$, $g(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 6x + 2$

г) $f(x) = x^6 + 6x^5 + 2x^3 + 3x^2 + 6x + 1$, $g(x) = x^5 + 6x^4 + 4x^2 + 4x + 6$

2. Найти НОД многочленов f(x) и g(x) и подобрать такие многочлены ((x) и ((x), чтобы НОД(f(x), g(x)) = f(x) ((x) + g(x)((x):
а) $f(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1$, $g(x) = x^3 – 2x^2 + x – 2$;
б) $f(x) = x^4 + 6x^3 + 17x^2 + 24x + 12$, $g(x) = x^3 – 2x^2 – 13x – 10$
в) $f(x) = x^3 – x^2 – 4x – 6$, $g(x) = x^3 + x^2 – 10x – 6$
г) $f(x) = x^5 – x^3 + 2x^2 – 2x + 2$, $g(x) = x^4 + 2x^3 + 7x^2 + 2x + 6$
д) $f(x) = x^4 + x^3 – 3x^2 – 6x – 3$, $g(x) = x^3 + 2x^2 + 2x + 1$
е) $f(x) = x^6 + x^5 – 3x^4 + 2x^3 + 4x – 2$, $g(x) = x^5 + 3x^4 + x^3 + 6x^2 + 4x + 6$
ж) $f(x) = x^3 + 3x + 3$, $g(x) = x^2 – x – 2$
з) $f(x) = x^3 + x + 1$, $g(x) = x^2 + 3x + 2$

Содержание внеаудиторной работы студента при подготовке к занятию:
№ 2 (д, е, ж)

Рекомендуемая литература:
Кострикин А.И. Введение в алгебру. – 3-е изд. – М.: Физматлит. – 2001. – 368 с, М.: МЦНМО, 2009.
Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.:Лань, М.: Физматкника, 2007. – 432 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №3. Схема Горнера

1. Пользуясь схемой Горнера, разделить f(x) на (x – a)
а) $f(x) = x^4 – 3x^3 + x – 1$, $a = 2$
б) $f(x) = 9x^3 + 8x^2 – 10x$, $a = – 3$ (д/з)
в) $f(x) = 4x^3 + x^2$, $a = – 1 – i$
2. Пользуясь схемой Горнера, найти значение f(x) в точке a
а) $f(x) = x^5 + 3x^4 + 2x^3 – 8x + 40$, $a = – 3$
б) $f(x) = x^4 – 3x^3 + 6x^2 – 10x + 16$, $a = 4$(д/з)
в) $f(x) = 3x^4 – x + 300i$, $a = – 3 + i$
3. Используя схему Горнера, разделить f(x) на g(x)
а) $f(x) = 2x^5 – 5x^3 – 8x$, $g(x) = –x – 3$
б) $f(x) = 2x^5 – 5x^3 – 8x$, $g(x) = 3x + 3$
в) $f(x) = 2ix^3 + (1+i)x^2 – x$, $g(x) = (1+i)x – (2 – 2i)$ (д/з)
г) $f(x) = 3x^6 – 2x^4 + 6x^3 – 8x + 11$, $g(x) = 2x + 3$ (д/з)
4. Разложить многочлен f(x) по степеням (x – 2) и найдите значение многочлена и всех его производных при x = 2.
а) $2x^5 – x^3 – 2x^2 – 6x + 10$
б) $4x^3 – 2x^2 + 5x – 1$ (д/з)
5. Пользуясь схемой Горнера, раскрыть скобки (разложить по степеням x)
а) $(x + 3)^4 – 3(x + 3)^3 + 5(x + 3) – 2$
б) $2(x – 3)^6 + 7(x – 3)^5 + (x – 3)^3 – 5(x – 3)^2 + 4$.

Содержание внеаудиторной работы студента при подготовке к занятию:
№ 1 б, № 2 б, № 3 (в, г), №4 б.

Рекомендуемая литература:
Кострикин А.И. Введение в алгебру. – 3-е изд. – М.: Физматлит. – 2001. – 368 с, М.: МЦНМО, 2009.
Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.:Лань, М.: Физматкника, 2007. – 432 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №4. Теорема Безу(

1. Показать, что если многочлен f(x) с целыми коэффициентами принимает при x равном 1, 2, 3, 4 значения равные некоторому простому числу p, то он не может принимать значение 2p ни при каком целом x.
2. Многочлен f(x) при делении на (x – 1) даёт остаток 1, при делении на (x – 2) даёт остаток 3, при делении на (x – 3) остаток 5 и при делении на (x – 4) остаток 6. Найти остаток от деления f(x) на произведение (x – 1)(x – 2)(x – 3)(x – 4).

Ответ: $(-1/6)x^3 + x^2 + (1/6)x$
3. Найти остаток от деления многочлена $f(x) = 1 + x + x^3 + x^9 + x^{27} + x^{81} + x^{243}$ на
а) $x^2 – 1$
б) $x^2 + 1$
в) $x^4 – 1$
Ответы: а) $6x + 1$, б) 1; в) $3x^3 + 3x + 1$.
4. Найти значение f(x) в точке a
а) $f(x) = x^5 + 3x^4 + 2x^3 – 8x + 40$, $a = – 3$
б) $f(x) = x^4 – 3x^3 + 6x^2 – 10x + 16$, a = (д/з)
в) $f(x) = 3x^4 – x + 300i$, $a = – 3 + i$
5. Докажите, что если k – кратное 3 натуральное число, то $x^k + 1$ делится на $x^2 – x + 1$.
Содержание внеаудиторной работы студента при подготовке к занятию:
№ 3 (в), № 4 б.
Рекомендуемая литература:
Кострикин А.И. Введение в алгебру. – 3-е изд. – М.: Физматлит. – 2001. – 368 с, М.: МЦНМО, 2009.
Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.:Лань, М.: Физматкника, 2007. – 432 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №5. Приводимые и неприводимые многочлены

1. Разложить на неприводимые множители над полем комплексных чисел.

а) $x^2 + x + 1$	ж) $2x + 2$.
б) $x^4 + 1$	з) $6x^2 + x + 3$
в) $x^4 + x^2 + 1$	и) $x^6 + 3x^4 + 3x^2 + 1$
г) $x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 1$	к) $x^6 – 1$
д) $x^6 – 27$	л) $x^2 + 2x + 3$
е) $x^4 + 8x^3 + 8x – 1$	м) $x^4 – 7$

Интерактивная форма – микрогруппы составляют многочлдены по заданным корням (все корни рациональные, а затем предлагают другим микрогруппам разложить данные многочлены на множители на скорость.
Содержание внеаудиторной работы студента при подготовке к занятию:
№ 1 (з - м)
Рекомендуемая литература:
Кострикин А.И. Введение в алгебру. – 3-е изд. – М.: Физматлит. – 2001. – 368 с, М.: МЦНМО, 2009.
Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.:Лань, М.: Физматкника, 2007. – 432 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №6. Отделение неприводимых кратных множителей

1. Выделить кратные множители многочленов.
$x^6 – 3x^5 + 6x^3 – 3x^2 – 3x +2$,
а) $f(x) = x^5 – 15x^3 – 10x^2 + 60x + 72$,
б) $f(x) = x^5 – 7x^3 – 2x^2 + 12x + 8$, (д/з)
в) $f(x) = x^5 – x^4 + 2x^3 – 2x^2 + x – 1$,
г) $f(x) = x^6 + 6x^5 + 2x^3 + 3x^2 + 6x + 1$, (д/з)
д) $f(x) = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$,
е) $f(x) = x^6 + 4x^5 + 5x^4 – 5x^2 – 4x – 1$,
2. Найдите НОД многочлена и его производной:
а) $f(x) = (x – 1)^3(x + 1)^2(x – 3)$,
б) $g(x) = (x – 1)(x^2 – 1)(x^3 – 1)(x^4 – 1)$.
3. Найдите все значения a при которых многочлен $x^4 – 4x + a$ не имеет кратных корней.
Содержание внеаудиторной работы студента при подготовке к занятию:
№ 1 (б, г)
Рекомендуемая литература:

Кострикин А.И. Введение в алгебру. – 3-е изд. – М.: Физматлит. – 2001. – 368 с, М.: МЦНМО, 2009.
Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.:Лань, М.: Физматкника, 2007. – 432 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №7. Решение уравнений третьей степени

1. Найти все комплексные корни уравнений:

а) $x^3 – 9x^2 + 21x – 5 = 0$
б) $x^3 – x – 6 = 0$
в) $x^3 – 3x^2 + 3 = 0$ (д/з)
г) $x^3 + 9x^2 + 18x + 28 = 0$ (д/з)
д) $x^3 – 6x + 9 = 0$
е) $x^3 + 6x^2 + 30x + 25 = 0$
ж) $x^3 – 3x^2 – 3x + 11 = 0$
з) $x^3 + 3x^2 – 3x – 1 = 0$.

Интерактивная форма – микрогруппы составляют уравнения третьей степени с иррациональными корнями и передают его другим микрогруппам для решения на скорость

Содержание внеаудиторной работы студента при подготовке к занятию:
№ 1 (в, г)

Рекомендуемая литература:
Кострикин А.И. Введение в алгебру. – 3-е изд. – М.: Физматлит. – 2001. – 368 с, М.: МЦНМО, 2009.
Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.:Лань, М.: Физматкника, 2007. – 432 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №8. Решение уравнений четвёртой степени

Найти все комплексные корни уравнений:

а) $x^4 + 8x^3 + 15x^2 – 4x – 2 = 0$
б) $x^4 – 2x^3 + 2x^2 + 4x – 8 = 0$
в) $x^4 – x^3 – x^2 + 2x – 2 = 0$
г) $x^4 – 4x^3 + 3x^2 + 2x – 1 = 0$ (дополнительно)
д) $x^4 + 2x^3 – 2x^2 + 6x – 15 = 0$ (д/з)
е) $x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x – 7 = 0$ (д/з)
ж) $x^4 – x^3 – 3x^2 + 5x – 10 = 0$ (д/з)
з) $x^4 + 2x^3 + 2x^2 – 1 = 0$
и) $x^4 – 2x^3 + x^2 + 2x – 1 = 0$
к) $x^4 – 2x^3 + 4x^2 – 2x + 3 = 0$
л) $x^4 – 2x^3 + 3x^2 – 2x – 2 = 0$

Содержание внеаудиторной работы студента при подготовке к занятию:
№ 1 (д, е, ж)

Рекомендуемая литература:
Кострикин А.И. Введение в алгебру. – 3-е изд. – М.: Физматлит. – 2001. – 368 с, М.: МЦНМО, 2009.
Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.:Лань, М.: Физматкника, 2007. – 432 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №9. Теорема Виета, многочлены над полем действительных чисел

1. Составить нормированный многочлен наименьшей степени над полем комплексных чисел, имеющий корни:

а) $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_{3,4} = 2$ Ответ: $x^4 – 4x^3 + 3x^2 + 4x – 4$
б) $x_1 = i$, $x_{2,3} = 1$. Ответ: $x^3 + (-2 + i)x^2 + 2x + 2$
в) $x_{1,2} = 1$, $x_{3,4,5} = -1$ (д/з) Ответ: $x^5 + x^4 – 2x^3 – 2x^2 + x + 1$
г) $x_{1,2} = i$, $x_{3,4} = -i$. (д/з) Ответ: $x^4 + 2x^2 + 1$
д) $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$ Ответ: $x^3 – 6x^2 + 11x – 6$

е) $x_{1,2} = i$, $x_{3,4} = 1 + i$. Ответ: $x^4 - (2+4i)x^3 - (5 - 6i)x^2 + (6+2i)x - 2i$

2. Найдите соотношения коэффициентов нормированного кубического многочлена, при котором один корень равен сумме двух других.

3. Не решая квадратного уравнения, составьте новое уравнение, корнями которого были бы величины, обратные квадратам корней данного уравнения:

а) $2x^2 - x + 1$;

б) $x^2 + x + 6$.

4. Найдите все многочлены вида $x^2 + px + q$, для которых коэффициенты p, q являются корнями.

5. Найдите все значения а при которых многочлены $x^2 - ax + 2$ и $x^2 + ax + 2$ имеют общий корень.

6. Выяснить какие из многочленов неприводимы над полем действительных чисел. приводимые разложить на неприводимые множители

а) $x^3 + x^2 - 2$	ж) $x^3 + 9x^2 + 9x + 8$
б) $x^4 + 1$	з) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$
в) $x^4 + x^2 + 1$	и) $x^6 + 3x^4 + 3x^2 + 1$
г) $x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 1$	к) $x^6 - 1$
д) $x^6 - 27$	л) $x^2 + 2x + 3$
е) $x^4 + 8x^3 + 8x - 1$	м) $x^4 - 7$

7. Найти нормированный многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий:

а) простой корень $2+i$ и двукратный корень 1.

б) простой корень – 3 и двукратный корень $1 - i$.

Содержание внеаудиторной работы студента при подготовке к занятию:

№ 1 (в,г), № 6 (и - м), №2 б. Подготовка к контрольной.

Рекомендуемая литература:

Кострикин А.И. Введение в алгебру. – 3-е изд. – М.: Физматлит. – 2001. – 368 с, М.: МЦНМО, 2009.

Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.:Лань, М.: Физматкника, 2007. – 432 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №10. Многочлены над полем рациональных чисел

1. Найдите рациональные корни многочлена:

а) $x^3 - 11x^2 + 38x - 40$

б) $3x^4 - 2x^3 + 4x^2 - x + 2$

в) $15x^5 - 8x^4 + 46x^3 + 21x^2 - 21x + 3$

г) $x^5 + 6x^4 + 4x^3 - 23x^2 - 30x - 8$ (д/з)

д) $6x^4 + x^3 + 2x^2 - 4x + 1$ (д/з)

е) $3x^5 + 17x^4 + 36x^3 + 38x^2 + 19x + 5$

2. Выяснить, являются ли данные многочлены приводимыми над полем рациональных чисел. Если да, то разложить многочлены на множители над этим полем

а) $3x^2 - 2x - 1$

б) $2x^2 - 3x + 4$

в) $2x^3 + 3x^2 + 6x - 4$

г) $2x^3 + 12x^2 + 17x - 2$

д) $2x^8 + 14x^3 - 35x^2 - 56x + 63$

е) $x^4 - 2x + 3$ (замена $x = y + 1$)

ж) $2x^4 + 9x^3 + 20x^2 + 15x + 32$ (замена $x = y - 2$)

3. Выяснить, являются ли данные многочлены приводимыми над полем рациональных чисел. Если да, то разложить многочлены на множители над этим полем

а) $x^2 - x + 0.25$

б) $3x^3 + 4x^2 + 4x + 4$

в) $x^3 + x^2 - x - 1$

г) $30x^3 + 19x^2 – 1$
д) $2x^5 – 15x^3 + 21x – 24$
е) $3x^6 – 20x^4 + 30x^2 – 20x + 20$
ж) $4x^7 + 21x^5 + 28x^4 – 14x^2 – 35$

Содержание внеаудиторной работы студента при подготовке к занятию:
№ 1 (г, д), № 2 (б, г), № 3(ж)

Рекомендуемая литература:
Кострикин А.И. Введение в алгебру. – 3-е изд. – М.: Физматлит. – 2001. – 368 с, М.: МЦНМО, 2009.
Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.:Лань, М.: Физматкника, 2007**.** – 432 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №11. Контрольная работа.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №12. Отделение действительных корней многочлена

1.С помощью способа Ньютона найти верхние и нижние границы положительных и отрицательных корней многочленов.
а) $f(x) = x^4 – 3x^3 + 8x^2 + 7x – 6$,
б) $f(x) = 2x^5 + 8x^4 – 11x^3 + 21x^2 + 12x – 31$(д/з),
в) $f(x) = x^6 – 2x^4 – 2x^3 – 2x^2 – 2x + 6$,
г) $x^4 – 4x^3 + 7x^2 – 8x + 3$,
д) $x^5 + 7x^3 – 3$,
е) $x^4 + 4x^3 – 8x^2 – 10x + 14$.

2. Пользуясь теоремой Штурма, отделить действительные корни многочлена
а) $f(x) = x^4 – 4x^3 + 4x^2 – 4$,
б) $f(x) = x^4 – 4x^3 + 12x^2 – 4x – 8$, (д/з)
в) $f(x) = x^3 – 3x – 3$,
г) $x^4 – 12x^2 – 16x – 4$,
д) $x^4 – x – 1$,
е) $x^4 + x^2 – 1$,
ж) $x^5 + x^4 – 4x^3 – 3x^2 + 3x + 1$,
з) $x^5 – 5x^4 + 10x^2 – 5x – 3$.

Интерактивная форма: микрогруппы составляют уравнения четвертой степени с иррациональными корнями, которые приближенно оценивают с помощью микрокалькуляторов. Другие микрогруппы ищут корни данных многочленов методом Штурма на скорость.

Содержание внеаудиторной работы студента при подготовке к занятию:
№ 1 (в, г)

Рекомендуемая литература:
Кострикин А.И. Введение в алгебру. – 3-е изд. – М.: Физматлит. – 2001. – 368 с, М.: МЦНМО, 2009.
Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.:Лань, М.: Физматкника, 2007**.** – 432 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №13. Многочлены от нескольких переменных. Симметрические многочлены

1. Расположите члены следующих многочленов в лексикографическом порядке.
а) $x_1 + x_2 + x_3$
б) $3x_1^2 + 3x_2^2 + x_2$
в) $x_1 x_2 + x_2x_{13}$
г) $x_1^3 + x_2^3 + x_3^2 – 3x_1x_2x_3$

2. Какие из многочленов являются симметрическими? Укажите их старшие члены.
а) $(x_1 – x_2)(x_1 – x_3)(x_2 – x_3)$
б) $(x_1 – x_2)^2 (x_1 – x_3)^2 (x_2 – x_3)^2$

в) $(x_1 - x_2 - x_3)(x_2 - x_1 - x_3)(x_3 - x_1 - x_2)$
г) $(x_2^3 + x_1^2x_3 - x_3^3)(x_1^2 - x_1^2x_2x_3)(x_1^3x_2^2 - x_1^4 + x_2^2)$
д) $2(_1^4(_2^3(_3^2$
е) $2(_1^2(_2(_3^3$
3. Среди перечисленных одночленов укажите те, которые могут быть старшими членами симметрических многочленов:
а) $x_1^5x_2^3x_3^5$; б) $x_2^5x_3^4x_4^3$ в) $x_1^5x_2^5x_3^5$; г) $x_1^4x_2^4x_3$; д) $x_2^5x_3x_1^4$; д) $x_2^4x_3x_1^5$;
4. Выразите следующие многочлены через основные (элементарные) симметрические многочлены:
а) $x_1^3 + x_2^3 + x_3^2 - 2x_1^2x_2^2 - 2x_1^2x_3^2 - 2x_2^2x_3^2$
б) $(2x_1 - x_2 - x_3)(2x_2 - x_1 - x_3)(2x_3 - x_1 - x_2)$
в) $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$ (д/з)
г) $(x_1 - x_2)^2(x_1 - x_3)^2(x_2 - x_3)^2$ (д/з)
Содержание внеаудиторной работы студента при подготовке к занятию:
№ 4 (в, г),
ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №14. Применения симметрических многочленов
1. Вычислить значения симметрического многочлена f(x) от всех комплексных корней многочлена ((x)
а) $f(x_1, x_2, x_3) = S(x_1^3x_2)$, $((x) = 2x^3 + 2x^2 + 4$
б) Найдите сумму кубов комплексных корней многочлена
$((x) = 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 6x + 1$
2. Решите системы уравнений:
а) б)
в) г)
д)
3. Решите уравнение:
x + + x= 9
Содержание внеаудиторной работы студента при подготовке к занятию:
№ 2 (б, г), № 3.
Рекомендуемая литература:
Кострикин А.И. Введение в алгебру. – 3-е изд. – М.: Физматлит. – 2001. – 368 с, М.: МЦНМО, 2009.
Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.:Лань, М.: Физматкника, 2007. – 432 с.

ЗАНЯТИЕ №15. Выступление с докладами. Защита рефератов

***ЗАНЯТИЕ №16.* Группы, подгруппы, классы смежности, фактор-группы**

1. Доказать, что множество целых чисел, кратных 3 (д/з 5) является подгруппой аддитивной группы всех целых чисел. Найдите правосторонне и левосторонне разложение группы целых чисел по данной подгруппе. Является ли данная подгруппа нормальным делителем?
2. Докажите, что множество самосовмещений правильного треугольника образует группу. Найдите все подгруппы данной группы. Найдите левые и правые классы смежности по всем подгруппам. Укажите те из них, которые являются нормальными делителями.
3. (д/з) Докажите, что множество поворотов квадрата образует подгруппу его самосовмещений. Найдите левые и правые классы смежности. Является ли эта подгруппа нормальным делителем.
4. Доказать, что множество всех чётных подстановок четырёхэлементного множества образует подгруппу всех подстановок данного множества. Докажите, что она является нормальным делителем. Постройте фактор-группу.
5. (д/з) Даны подстановки:

a_0=, a_1 = , a_2 = , a_3 = , a_4 = , a_5 =

Найти все подгруппы и все нормальные делители данной группы. Построить левые и правые классы смежности по всем нетривиальным подгруппам. Где это возможно, указать фактор-группы.

6. Даны матрицы:

E=, A = , B = , C = ,

Найти все подгруппы и все нормальные делители данной группы. Построить левые и правые классы смежности по всем этим подгруппам. Где это возможно, указать фактор-группы.

ПЗ-17. Циклические группы.

1. Является ли множество самосовмещений правильного треугольника циклической группой?

2. Образующей циклической группы является подстановка

а) б)

Найдите все подгруппы данной группы.

3.. Найдите все подгруппы циклической группы порядка 12 (д/з 15), определите порядки всех её элементов.

4. Найдите порядки всех элементов циклической группы поворотов плоскости с образующим элементом «поворот на 30^0»).

5. Найти порядки поворотов на 180, 120, 60, 270^0 группы всех поворотов плоскости. Какой элемент имеет порядок 20?

6. Найдите порядок и чётность каждой подстановки.

а) б)

в) г)

7. Вычислить (^{k}

а) (= , k = 137

б) (= , k = 352.

ПЗ-18. Числовые конечные поля

1. Доказать, что кольцо классов вычетов $\mathbf{Z_p}$ является полем тогда и только тогда, когда p – простое число.

2.Найти элемент обратный для элемента a в поле $\mathbf{Z_p}$:

а) a = 10, p = 17 д) a = 11, p = 13

б) a = 7, p = 31 е) a = 19, p = 23

в) a = 12, p = 29 ж) a = 13, p = 17

г) a = 23, p = 41

3.Построить фактор-кольцо кольца многочленов по главному идеалу, порождённому многочленом f(x) над полем $\mathbf{Z_p}$. Является ли данный идеал полем? Найдите квадраты всех его элементов и обратные элементы, когда они существуют.

а) $f(x) = x^2 + 1$, p = 3; б) f(x) = x + 5, p = 5.

4.Решить систему

а) в $\mathbf{Z}_5$ и $\mathbf{Z}_7$ б) в $\mathbf{Z}_3$ и $\mathbf{Z}_5$

ПЗ-19. Работа с иррациональными выражениями

1. Найдите минимальный многочлен для числа над полем рациональных чисел:

а) 1 е) i

б) ж) 1 - 2

в) – 1 + i з) 1 +

г) и) cos + i sin

д) cos 10^0 к) sin 10^0.

2. Освободитесь от (в знаменателе дроби, где (– корень указанного уравнения:

а) , (^{3} – 2(+ 2 = 0

б) , (^{4} + (^{3} – 4(^{2} – 3(+ 2 = 0
в) , (^{4} + 2(+ 2 = 0
г) , (^{3} + (^{2} + 3(+ 4 = 0.
3. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:
а) в)
б) г)
4. Найти расширение поля рациональных чисел элементами и . Найти примитивный элемент этого поля и выразить через него и .
ПЗ-20. Контрольная работа № 2.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

Основная литература

1. Веселова, Л.В. Алгебра и теория чисел: учебное пособие / Л. В. Веселова, О. Е. Тихонов. – Казань : Казанский научно-исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2014. – 107 с. : ил. – Режим доступа. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428287)
2. Алгебраические структуры и их приложения: учебное пособие / Л. В. Зяблицева, С. Ю. Корабельщикова, И. В. Кузнецова, С. А. Тихомиров; – Архангельск: Северный (Арктический) федеральный университет (САФУ), 2015. – 169 с. – Режим доступа: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436142
3. Смолин, Ю.Н. Алгебра и теория чисел : учеб. пособие / Ю.Н. Смолин. — 5-е изд., стер.—Москва : ФЛИНТА, 2017. — 464 с. - Текст : электронный. (URL: https://znanium.com/catalog/product/1034573) https://znanium.com/read?id=342728

Дополнительная литература

1. Иванова С. А. Линейная алгебра : учебное пособие / С. А. Иванова, В. А. Павский ; Кемеровский государственный университет. – 2-е изд., перераб. и доп. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2019. – 125 с. : ил., табл. – Режим доступа:: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573547
2. Линейная алгебра. Линейные операторы. Квадратичные формы. Комплексные числа: Учебное пособие / Рубашкина Е.В. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 38 с. (http://znanium.com/bookread2.php?book=544419

Интернет-ресурсы

http://www.mathnet.ru Общероссийский математический портал