Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«25» июня 2021 г.

ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Программа учебной дисциплины предметно-методического модуля

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Начальное образование. Информатика
(очная форма обучения)

Составители: Волкова Н.А.,
ст. преподаватель
кафедры высшей математики
Кувшинова А.Н.,
ассистент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета педагогики и психологии, протокол от «22» июня 2021 г. №6

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Введение в математический анализ» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1. Дисциплины (модули) предметно-методического модуля учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы «Начальное образование. Информатика».

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках дисциплины математика в начальном образовании.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик: «Дискретная математика», «Математическая логика» и «Теория алгоритмов», а также ряда дисциплин информационного блока.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины «Введение в математический анализ» является освоение системы базовых понятий, идей и методов классического математического анализа, формирование навыков решения задач, умения оперировать математическим аппаратом, развитие абстрактно-логического мышления, логической и алгоритмической культуры, представлений о структуре математического знания в целом, подготовка к преподаванию школьных курсов математики.

Задачами освоения дисциплины являются изучение свойств и элементов теории дифференциального и интегрального исчисления, элементов теории рядов.

В результате освоения программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	Знает	Умеет	Владеет
ПК-14. Способен устанавливать содержательные, методологические и мировоззренческие связи предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) со смежными научными областями			
ИПК-14.1. Знает роль и возможности применения аппарата предметной области в смежных научных областях, их	ОР-1. роль и возможности применения аппарата предметной области в смежных научных областях, их	ОР-3. определять роль полученных знаний для смежных научных областей и для школьного курса, применять	

методологическое и мировоззренческое значение; имеет представление о междисциплинарных связях, научных методах смежных областей ИПК-14.2. Умеет определять роль полученных знаний для смежных областей и для школьного курса, применять полученные знания в решении прикладных задач.	методологическое и мировоззренческое значение; ОР-2 имеет представление о междисциплинарных связях, научных методах смежных областей.	полученные знания в решении прикладных задач;	
ПК-12. Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения), анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций. ПК-12.1. Знает формулировки определений, содержательное значение терминов и понятий предметной области, правила и алгоритмы оперирования с объектами предметной области, понимает взаимосвязь между структурными элементами; имеет представление о функциях и практическом применении изучаемых объектов. ПК-12.2. Умеет выделять и анализировать	ОР-4. основные понятия дисциплины, определения, содержательное значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и решения задач	ОР-5. решать задачи по дисциплине, проводить доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения	

структурные элементы, входящие в систему познания предметной области; определять логическую взаимосвязь между компонентами предметной области; строить логически верные и обоснованные рассуждения; решать задачи предметной области.			

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час	Практические занятия, час	Лабораторные занятия, час	Самостоят. работа, час	
	Трудоемк.						
	Зач. ед.	Часы					
4	3	108	18	30	-	60	Экзамен
Итого:	3	108	18	30	-	60	Экзамен

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель-ная работа
4 семестр				
Введение в математический анализ.	2	2	-	10
Элементы дифференциального исчисления функции одной переменной.	4	6	-	10
Элементы интегрального исчисления функций одной переменной.	4	6	-	10

Элементы теории обыкновенные дифференциальные уравнения.	4	6	-	10
Элементы теории рядов.	2	6		10
Элементы дифференциального и интегрального исчисления функции нескольких переменных.	2	4	-	10
ИТОГО:	18	30	-	60

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса
(4 семестр)

1. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Определение вещественного числа как бесконечной десятичной дроби. Модуль действительного числа, его свойства. Числовые промежутки. Ограниченные и неограниченные множества. Верхняя и нижняя грани множества. Определение числовой последовательности как функции натурального аргумента. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Определение предела числовой последовательности. Теорема о единственности предела последовательности. Свойства пределов. Теоремы о предельном переходе в равенстве и неравенстве, теорема о сжатой переменной. Ограниченность как необходимое условие существования предела последовательности. Теоремы о пределе монотонных последовательностей. Лемма Бернулли. Число е. Подпоследовательность. Теорема о пределе подпоследовательности сходящейся последовательности и принцип Больцано-Вейерштрасса. Критерий Коши сходимости последовательности. Определение предела функции в точке на языке последовательностей и на языке «$\varepsilon - \delta$».Свойства пределов (переход к пределу в неравенствах; предел постоянной; предел суммы, произведения, частного). Определение непрерывной функции в точке. Свойства непрерывных функций в точке. Классификация точек разрыва. Непрерывность функции на промежутке. Свойства функций, непрерывных на промежутке. Непрерывность элементарных функций.

Интерактивная форма: работа в микро группах

2. ЭЛЕМЕНТЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной функции. Геометрический и механический смысл производной. Производная сложной, обратной, неявной функции, параметрически заданной функции. Логарифмическая производная. Таблица производных элементарных функций. Правила вычисления производных. Дифференцируемая функция, и ее дифференциал. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции. Непрерывность как необходимое условие дифференцируемости функции. Геометрический смысл дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для основных элементарных функций. Правила Лопиталя. Условие монотонности функции. Точка экстремума и экстремум функции. Необходимое и достаточные условия экстремума функции. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба графика функции. Критерии выпуклости и вогнутости кривой. Необходимое условие, достаточные условия точки перегиба кривой. Общая схема исследования функции и построение ее графика. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке (на интервале, на неограниченном промежутке).

Интерактивная форма: кейс-задания «Приложения производной».

3. ЭЛЕМЕНТЫ ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.

Первообразная функции. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Приемы нахождения интеграла (непосредственное интегрирование, линейность неопределенного интеграла, подведение под знак дифференциала, метод подстановки, интегрирование по частям).
Интегрирование простейших дробей. Интегрирование рациональных функций.
Интегрирование некоторых иррациональных функций. Интегрирование некоторых трансцендентных функций. Примеры интегралов, не выражающихся через элементарные функции. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл как предел интегральной суммы (суммы Римана). Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла. Вычисление определенных интегралов. Несобственные интегралы первого и второго рода Условно и абсолютно сходящиеся несобственные интегралы. Признаки сходимости и расходимости несобственных интегралов. Вычисление площадей плоских фигур. Объем тела вращения.

Интерактивная форма: кейс-задания «Приложения определенного интеграла».

4. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ.

Понятие дифференциального уравнения. Решение дифференциального уравнения. Начальные условия. Задача Коши. Особые точки. Теорема о существовании и единственности. Дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, однородные относительно переменных, линейные, в полных дифференциалах. Особые решения. Дифференциальные уравнения высших порядков: теорема существования, допускающие понижения порядка, линейные. Общая теория однородных линейных дифференциальных уравнений. Общая теория неоднородных линейных дифференциальных уравнений.

Интерактивная форма: работа в микро группах.

5. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ РЯДОВ.

Частичная сумма и остаток ряда. Сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Гармонический и геометрический ряды. Основные теоремы о сходимости рядов. Критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимое условие сходимости числового ряда. Достаточное условие расходимости числового ряда. Свойства сходящихся рядов. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости рядов с положительными членами (первый признак сравнения, второй признак сравнения, признак Даламбера, признак Коши, интегральный признак). Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов. Область сходимости функционального ряда. Поточечная и равномерная сходимость функционального ряда. Критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса равномерной и абсолютной сходимости функционального ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Равномерная сходимость степенных рядов. Непрерывность суммы степенного ряда. Действия над степенными рядами. Единственность разложения функции в степенной ряд. Ряд Тейлора. Необходимое и достаточные условия сходимости ряда Тейлора к своей функции. Ряд Маклорена. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

Интерактивная форма: работа в парах «Исследование сходимости рядов».

6. ЭЛЕМЕНТЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО И ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ.

Определение функции двух переменных. Область определения, множество значений, график, линии уровня. Предел последовательности точек плоскости. Ограниченные множества точек плоскости. Теорема Больцано - Вейерштрасса. Определение предела функции двух переменных на языке последовательностей и на языке окрестностей. Определение непрерывной в точке функции. Частные приращения и частные производные функции. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных. Полное приращение функции. Полный дифференциал. Геометрический смысл полного дифференциала.

Точки экстремума функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных. Двойной интеграл в прямоугольных координатах. Определение двойного интеграла как предела интегральной суммы. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному. Криволинейный интеграл первого и второго рода.

Интерактивная форма: работа в парах «Частные производные и полный дифференциал»

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине.

Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

– подготовка к групповому обсуждению по темам;

– выполнение домашних заданий.

ОС-1. Фронтальный опрос

Фронтальный опрос может проводиться как на лекции, так и на практическом занятии. Его достоинство в том, что а активную умственную работу можно вовлечь всех студентов группы. Для этого вопросы должны допускать краткую форму ответа, быть лаконичными, логически взаимосвязанными друг с другом, даны в такой последовательности, чтобы ответы студентов в совокупности могли раскрыть содержание раздела, темы. Фронтальный опрос проводится как с целью повторения пройденного, определения готовности группы к изучению нового материала, сформированности основных понятий, так и с целью проверки усвоения нового учебного материала, который был только что разобран на занятии.

Вопросы должны иметь преимущественно поисковый характер, чтобы побуждать студентов к самостоятельной мыслительной деятельности. Этому требованию отвечают, например, вопросы таких видов: на установление последовательности действия, процесса; на сравнение ("В чем сходство и различие...", "Чем отличается...", ,); на объяснение причины ("Почему...", "Для чего..." "Почему именно этот метод...",); на выявление основных характерных черт, признаков или качеств предметов, явлений ("Укажите важные свойства...", "В таких случаях...", "Какие условия необходимы..."): на обоснование ("Чем объяснить...", "Как обосновать...").

ОС-2. Работа в микрогруппах

Работа в микрогруппе – совместная деятельность студентов в группе под руководством лидера, направленная на решение общей задачи путѐм творческого сложения результатов индивидуальной работы членов команды с делением полномочий и ответственности. Групповая работа стимулирует согласованное взаимодействие между студентами, отношения взаимной ответственности и сотрудничества. Учебная группа разбивается на несколько небольших групп — от 3 до 6 человек. Каждая группа получает своѐ задание. Задания могут быть одинаковыми для всех групп либо дифференцированными. Процесс выполнения задания в группе осуществляется на основе обмена мнениями, оценками. В группу должны подбираться студенты, между которыми сложились отношения доброжелательности. Только в этом случае в группе возникает психологическая атмосфера взаимопонимания и взаимопомощи, снимаются тревожность и страх. Рекомендуется помещать отлично, удовлетворительно и плохо успевающих студентов дв одну группу. В разнородных группах отмечается более активное творческое мышление, более частый обмен мнениями, разъяснениями и более полная перспектива обсуждений полученных результатов в ходе совместной работы

Преподаватель разъясняет цели предстоящей работы; разбивает студентов на группы; выдает задания для групп; контролирует ход групповой работы; попеременно участвует в работе групп, но без навязывания своей точки зрения как единственно возможной, а побуждая к активному поиску. После отчета групп о выполненном задании преподаватель делает выводы.

ОС-3. Самостоятельная работа №1

1. Изобразить график одной из основных элементарных функций (степенные, показательная, логарифмическая, тригонометрические, обратные тригонометрические).

2. Перечислить свойства одной из элементарных функций (область определения, область значения, ограниченность, монотонность, четность-нечетность, периодичность).
3. Дать определение четной (возрастающей, убывающей, ограниченной, неограниченной, нечетной, периодической) функции.
4. Дать определение обратной функции, композиции функций, привести пример.
5. Найти область определения функции:

1) $y = \sqrt{\cos x^2}$

2) $y = \arccos(2\sin x)$

6. Найти функцию, обратную данной и построить графики обеих функций в одной системе координат.

$$y = \begin{cases} x, x \in (-\infty, 1) \\ x^2, x \in [1, 4) \\ 2^x, x \in (4, +\infty) \end{cases}$$

7. Найти основной период функции $y = \sin^2 3x$
8. Построить графики функций:

1) $y = -\arcsin|2x+1| + 1$

2) $y = \dfrac{5x+1}{2x+4}$

9. Установить, является ли следующая функция четной или нечетной $f(x) = \lg(x + \sqrt{1+x^2})$

ОС-4. Самостоятельная работа №2

1. Известно, что $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \dfrac{\pi}{2}$. Найти $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{2\sin f(x) + \cos f(x)}{2f(x)+1}$.

1) $\dfrac{2}{\pi+1}$; 2) 0; 3) 1; 4) ∞; 5) не существует.

2. Найти $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\left(2x+\sqrt{x}\right)^2 \left(1-5x^2\right)^3}{\left(3x^2+2x\right)^4}$.

1) $-\dfrac{500}{81}$; 2) 0; 3) ∞; 4) $\dfrac{5}{4}$; 5) 1.

3. Найти $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}$.

1) 0; 2) ∞; 3) 1; 4) $\dfrac{1}{2}$; 5) не существует.

4. Найти $\lim\limits_{x \to \infty} x^{\frac{4}{3}} \left(\sqrt[3]{x^2+2} - \sqrt[3]{x^2-3}\right)$.

1) 0; 2) ∞; 3) $\dfrac{5}{3}$; 4) не существует; 5) 5.

5. Найти $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{7^{3x} - 5^{-2x}}{\arcsin 4x}$.

1) ∞; 2) 0; 3) 2; 4) $\dfrac{1}{4} \ln 8575$; 5) не существует.

6. Найти $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\cos\dfrac{\pi x}{2}}{\ln(3-2x)}$.

1) 0; 2) $\dfrac{\pi}{4}$; 3) ∞; 4) не существует; 5) 1.

7. Найти $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{3x+1}{13x-1}\right)^{2x+3}$.

1) $\dfrac{3}{13}$; 2) $-\infty$; 3) 1; 4) 0; 5) $+\infty$.

8. Найти $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x^2+1}{5x^2-1}\right)^{-3x^2}$.

1) $e^{-\frac{6}{5}}$; 2) 1; 3) 0; 4) ∞; 5) 5^{-3};

9. Определить порядок роста функции $f(x)=\dfrac{3x^2\cdot\sqrt{x}+2x+1}{2\sqrt[3]{x}+2}$ относительно $g(x)=x$ при $x\to+\infty$.

1) $\dfrac{3}{2}$; 2) ∞; 3) $\dfrac{13}{6}$; 4) 0; 5) 1.

1. Найти $2a+b$, если $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2-2x}{x-1}-ax+b\right)=3$.

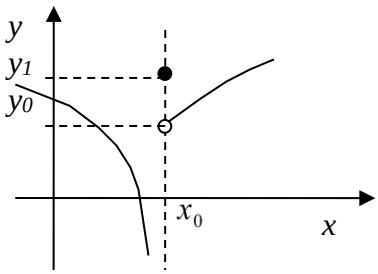
1) 0; 2) 4; 3) 2; 4) 6; 5) -4.

2. Найдите $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$, если $f(x)=(\frac{1}{5})^x$.

1) $+\infty;\ +\infty$; 2) $0;\ +\infty$; 3) $0;\ 0$; 4) $+\infty;\ 0$; 5) $-\infty;\ +\infty$.

3. Верны ли приведенные ниже утверждения? (Ответ «да» – знак «+», ответ «нет»– знак «–»).

- Левосторонний предел функции в точке x_0 – конечное число.
- Правосторонний предел функции в точке x_0 – конечное число.
- x_0 –точка разрыва первого рода.
- x_0 –точка разрыва второго рода.
- Значение функции в точке x_0 совпадает со значением левостороннего или правостороннего предела.



Выбрать набор верных ответов.

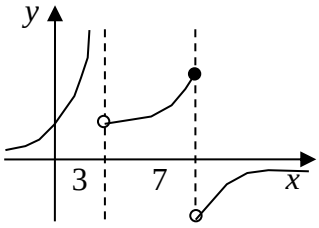
1)– + + – –; 2)– – – + –; 3) + – – + –; 4)– + – + +; 5) – + – + –.

13. Найти левосторонний и правосторонний пределы функции в точке x_0.

$f(x)=arctg\dfrac{1}{x-3}$, $x_0=3$.

1) $-\infty;+\infty$; 2) $0;+\infty$; 3) $0;\pi$; 4) $-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}$; 5) $+\infty;-\infty$.

14. Найти $5a-4b$, где a – точка разрыва первого рода, b – точка разрыва второго рода функции, заданной графически.



15. Найти точки разрыва функции

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{при } x\le 1; \\ 2-x & \text{при } 1<x<2; \\ 1 & \text{при } x\ge 2. \end{cases}$$

16. Определить функцию $y=f(x)$ в точке x_0, чтобы она стала в этой точке непрерывной. $f(x_0)=?\quad f(x)=\dfrac{e^{5x}-1}{x},\ \ x_0=0$.

17. Найти скачок функции $f(x)=\dfrac{x-2}{|x-2|}x^2$ в точке разрыва.

18. Найдите точку или точки разрыва. Если точка разрыва первого рода, то её абсциссу умножить на 1; если второго рода, то на 2; если точек разрыва несколько – полученные, как описано выше, числа сложить.

$$f(x)=\begin{cases} 1 & \text{при } x<3; \\ \dfrac{1}{x-6} & \text{при } x>3. \end{cases}$$

19. Схематически изобразить график функции, удовлетворяющий условиям: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to 2-0} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to 2+0} f(x)=4$.

20. Доказать непрерывность функции $f(x)=x^2$ в каждой точке x_0 области определения.

ОС-5. Самостоятельная работа № 3

1. Найти производную функции:

а) $\frac{3}{\sqrt[3]{x^5}}-2\frac{x}{\sqrt{x^3}}+7$; б) $(5x^3+6x)^4(3x-1)$; в) $25.5^{tgx}-arcsin0{,}2x$;

г) $\sqrt{cos4x}-\sqrt{2}$; д) $(1+lnx)^{x+1}$.

2. Вычислить значение дифференциала функции $f(x)=arctg3x-4x$ при изменении переменной от $x_0=0$ до $x=1{,}1$.
3. Вычислить производные первого порядка функции, заданной параметрически: $x=2arcsint;\quad y=2\sqrt{1-t^2}$.
4. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{lnsin5x}{(2x-\pi)^3}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}(3+x^2)^{\frac{1}{x^3}}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-cos2x}{tg^2x}$.

5. Найти производную неявной функции: $x^2+2xy-y^2+sinxy=0$.
6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала: arcsin 0,51.

ОС-6. Индивидуальное задание №1

1.Построить графики функций с помощью производной первого порядка

$y=2x^3-9x^2+12x-9.$

2.Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданных отрезках.

$$y = x^2 + \frac{16}{x} - 16, \quad [1,\ 4].$$

3.Исследовать поведение функций в окрестностях заданных точек с помощью производных высших порядков.

$$y = x^2 - 4x - (x-2)\ln(x-1), \quad x_0 = 2.$$

4.Найти асимптоты и построить графики функций.

$$y = \left(x^2+1\right)\Big/\sqrt{4x^2-3}.$$

5.Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$y = \left(x^3+4\right)\Big/x^2.$$

6.Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$y = \frac{e^{2(x+1)}}{2(x+1)}.$$

ОС-7. Кейс-задания №1

1. Из куска проволоки длиной 30 см требуется согнуть прямоугольник наибольшей площади. Каковы размеры этого прямоугольника.
2. На странице книги печатный текст должен занимать (вместе с промежутками между строками) 192см^2. Верхнее и нижнее поля должны быть по 4 см, правое и левое поля – по 3 см. Если принимать во внимание только экономию бумаги, то каковы должны быть наиболее выгодные размеры страницы?
3. Бак с квадратным основанием должен вмещать 27 л. Каковы должны быть его размеры, чтобы полная поверхность была наименьшей?
4. В данный прямой круговой конус вписать цилиндр наибольшего объема.
5. Электрическую лампочку можно передвигать по вертикальной прямой. На каком расстоянии от горизонтальной плоскости ее следует поместить, чтобы в точке А этой плоскости получить наибольшую освещенность?

ОС-8. Самостоятельная работа №4.

1. Вычислите интегралы:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{4+49x^2}} \qquad \int \frac{dx}{15+2x^2} \qquad \int \frac{x^2dx}{\sqrt{25-x^6}} \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+6x+8}}$$

2. Вычислите интегралы:

$$a)\ \int \frac{14x+3}{(7x^2+3x+2)^3}dx \qquad b)\ \int_0^{\pi/6} \cos^5 x \sin x\, dx$$

3. Найдите интегралы.

$$a)\ \int_0^3 \frac{xdx}{\sqrt{1+x}} \qquad \int \frac{dx}{x+\sqrt[4]{x^3}}$$

4. Проинтегрируйте функцию:

$$y = \frac{x^3-13x^2+36x+1}{x^2-13x+36}$$

ОС-9. Индивидуальное задание №2 «Приложения определенного интеграла»

Вычислить площади фигур, ограниченных следующими линиями:

1. $x + 2y - 8 = 0; y = 1; y = 3; x = 0$
2. $y = x^2 + 4x;\ x - y + 4 = 0$
3. Найти длину дуги кривой: $y = e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}$ между прямыми $y = 0$ и $x = 0$.
4. Найти площадь поверхности вращения вокруг оси Ох дуги кубической параболы $y = x^3;\ 0 \le x \le \frac{1}{2}$.
5. Скорость точки равна $v = (3t^2 - 2t)$ м/с. Найти путь s, который преодолела точка за время t=4 с., прошедшее с начала движения.

ОС-10. Самостоятельная работа №5

Найдите общее решение дифференциального уравнения

1. $y' = \sqrt{1 - y^2}$
2. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{xy}{x^2 - y^2}$.
3. $y' - 2xy = 2x$
4. $y - xy' = y^2$.
5. $\dfrac{2x}{y^3}dx + \dfrac{y^2 - 3x^2}{y^4}dy = 0$.
6. $y = xy' + y' - y'^2$
7. $y'' = \sqrt{1 + y'^2}$
8. $yy'' + y''^2 + 1 = 0$.
9. $y'' + 2y' = e^x(3x^2 + 2x + 9)$
10. $y'' + 4y = 3x\cos x$

ОС - 11. Самостоятельная работа №6

1. Найти сумму ряда:
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n-3)(n+2)}$$
2. Исследовать на сходимость ряды:
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}};\quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n(n-1)!}.$$
3. Исследовать на сходимость ряды:
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{3^n}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{-n^2};\quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\ln^2(3n+1)}.$$
4. Исследовать на сходимость ряд:
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(2n+1)}{n(n+1)};$$
5. Найти сумму ряда с точностью до 0, 01:
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n^2};$$
6. Найти радиус сходимости степенного ряда:

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{2n+1}$, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{2}$

7. Разложить по степеням x функцию: $\frac{1-\sin 3x}{x^2}$
8. Вычислить с точностью до 0,001 интеграл: $\int_0^{0,1} e^{-2x^2}dx$

ОС-12. Самостоятельная работа №7.

1. Найти область сходимости функционального ряда:
   $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(tg\frac{1}{n}\right)^n}{(x+1)^n}$.
2. Доказать равномерную сходимость ряда:
   $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{sinx}{n!}$.
3. Найти радиус сходимости степенного ряда:
   $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{2n+1}$, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{2}$
4. Разложить по степеням функцию: $\frac{1-cos3x}{x^2}$
5. Вычислить с точностью до 0,001 интеграл: $\int_0^{0,1} e^{-2x^2}dx$

ОС-13. Самостоятельная работа №8

Задача 1. Найти и изобразить на плоскости область определения функции.

A	B	C	D
$\sqrt{x^2+y^2-4}$	$\ln x+\ln(-y)$	$\sqrt{(x-5)(x+2)}$	$\arcsin\frac{x^2+y^2}{4}$

Задача 2. Найти частные производные первого порядка от функций.

A	B	C	D
$3x^4y^2-2x+4y-6$	$2x^4\cos 5y$	$tg(3xy^2+x^2)$	$(x+4y)\cdot\ln(x+3y)$

Задача 3.

A) Найти du	B) Найти $grad\ z$	C) Найти d^2z
$(2x-y+3z)^5$	$e^{xyz}+2x-3y+4z$	$xy^2z^3+\frac{1}{x}$

Задача 4. A) Найти $\frac{dz}{dt}$ (в тех задачах, где это указано, не $\frac{dz}{dt}$, а $\frac{dz}{dx}$). B) Найти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$.

A) $z(x;y)=\sqrt{x^2+y^2}$; $x=\sin 3t$; $y=t^3+5$

B) $z(x;y)=x\cdot arctgy$; $x=\frac{u}{v}$; $y=3u-2v$

Задача 5. Найдите экстремумы функции $z=x^y-xy$.

Задача 6. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^2+y^2$ на круге $x^2+y^2\le 1$.

Задача 7. Найти экстремумы функции $y=e^{x+2y}$ при условии, что $x^2+y^2=1$ двумя способами.

ОС-14. Индивидуальное задание №3

1. Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной линиями $x=\sqrt{y}$; $x=0$; $y=4$.
2. Вычислить с помощью перехода к полярным координатам: $\iint_D \sqrt{x^2+y^2}\ dxdy$, D: 1 четверть круга $x^2+y^2\le 9$.

3. Вычислить с помощью перехода к полярным координатам: $\iint_D \sqrt{4-x^2+y^2}\ dxdy$, D: кольцо, ограниченное окружностями $x^2+y^2=1,\ x^2+y^2=4$
4. Вычислить площадь плоской области, ограниченной прямой $x+y=2$ и параболой $y=\frac{x^2}{4}-1$ с помощью двойного интеграла.
5. Вычислить криволинейные интегралы:

   1. $\int_L ydl$, от точки A (0;0) до точки B $(1;\sqrt{2})$, если кривая L задана уравнением $y^2=2x$.

   2. $\int_L \frac{y-1}{x}dx+\frac{x+1}{y}dy$, где L отрезок прямой от точки A (1;1) до точки B (3;2), выполнить чертеж.

ОС-15. Контрольная работа

1. Найти пределы: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^3-x^2+2x}{x^2+x}$; $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^3-x^2+2x}{x^2+x}$; $\lim\limits_{x\to 3}\frac{-3+\sqrt{2x+3}}{3-x}$; $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-cosx}{3cos^2\frac{x}{2}}$; $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-5}{x-2}\right)^x$.
2. Исследовать функцию на непрерывность: $y=\begin{cases} 2-x \text{ при } x\le 0; \\ \cos x \text{ при } 0<x<\frac{\pi}{2}; \\ 0 \text{ при } x\ge\frac{\pi}{2}. \end{cases}$
3. Найти производную функции:

   а) $\frac{3}{\sqrt[3]{x^5}}-2\frac{x}{\sqrt{x^3}}+7$; б) $(5x^3+6x)^4(3x-1)$; в) $25.5^{tgx}-arcsin0{,}2x$;

   г) $\sqrt{cos4x}-\sqrt{2}$; д) $(1+lnx)^{x+1}$.
4. Вычислить значение дифференциала функции $f(x)=arctg3x-4x$ при изменении переменной от $x_0=0$ до $x=1{,}1$.
5. Вычислить производные первого и второго порядка функции, заданной параметрически: $x=2arcsint;\quad y=2\sqrt{1-t^2}$.
6. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

   а) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{lnsin5x}{(2x-\pi)^3}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}(3+x^2)^{\frac{1}{x^3}}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-cos2x}{tg^2x}$.

7. Вычислить неопределенные интегралы: $\int\frac{dx}{15+2x^2}$; $\int\frac{dx}{x+\sqrt[4]{x^3}}$;

8. Вычислить определенный интеграл:

   $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(x-1)\ cosxdx$

9. Найти площадь фигуры: частей эллипса $x^2+4y^2=8$, отсеченного гиперболой $x^2-3y^2=1$.
10. Найти объем тела вращения вокруг оси *Oy* фигуры, ограниченной параболами $y=x^2$ и $8x=y^2$.
11. Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'-yctgx=\frac{1}{sinx}$.
12. Решить дифференциальное уравнение: $y''-8y'=x^3-2x$.
13. Исследовать ряды на сходимость: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n!}$; $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{n^n}$; $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$.
14. Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(x+1)^n}{n2^n}$.
15. Исследовать на экстремум функцию: $z=x^3+y^3-9xy$.
16. Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z=xy(4-x-y)$ в треугольнике D, ограниченном прямыми x=0, y=0, x+y=8.

ОС- 16. Реферат

1. Действительные числа как бесконечные десятичные дроби.
2. Аксиома Архимеда и ее следствия в математическом анализе.
3. Показательная функция и геометрическая прогрессия как модели реальных процессов.
4. Логарифмическая функция как модель реальных процессов.
5. Степенные зависимости и их свойства.
6. Тригонометрические функции как модели колебательных процессов.
7. История тригонометрических функций.
8. Асимптоты кривой и асимптотическое поведение функций.
9. История становления понятия функции.
10. История интегрального и дифференциального исчислений.
11. И. Ньютон и его роль в развитии математического анализа.
12. Г. Лейбниц и его вклад в развитие математического анализа.
13. Актуальные и потенциальные бесконечно малые в истории математического анализа.
14. Понятие эластичности функции и его приложения в экономике.
15. Применение формулы Тейлора к исследованию поведения функций.
16. Исследование кривых, заданных параметрически.
17. Исследование некоторых кривых, заданных неявно.
18. Циклоида и ее свойства.
19. Семейство циклоидальных кривых.
20. Астроида и ее свойства.
21. Кардиоида и овалы Кассини.
22. Лемнискаты. Лемниската Бернулли и ее свойства.
23. Экстремальные задачи геометрического содержания в школьном курсе математики.
24. Экстремальные задачи физического содержания в школьном курсе математики.
25. Экстремальные задачи практического содержания в школьном курсе математики.
26. Доказательство тождеств средствами дифференциального исчисления.
27. Некоторые классические неравенства и их доказательство средствами дифференциального исчисления.
28. Геометрические приложения интеграла Римана.
29. Физические приложения интеграла Римана.
30. Тройной интеграл и его свойства.
31. Геометрические приложения кратных интегралов.
32. Физические приложения кратных интегралов.
33. Критика теории рядов в XVIII веке.
34. Методы суммирования рядов.
35. Ряды Фурье.
36. Экстремальные задачи геометрического содержания для функций нескольких переменных.
37. Экстремальные задачи физического содержания для функций нескольких переменных.
38. Экстремальные задачи практического содержания для функций нескольких переменных.
39. Задачи на условный экстремум экономического содержания.
40. Достаточные условия условного экстремума.
41. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
42. Дифференциальные уравнения, неразрешенные относительно производной.
43. Элементы математического анализа в содержании предметной области "Математика" в средней школе.

44. Формирование функциональных представлений у младших школьников.
45. Организация проектной работы по математике в начальной школе.
46. Функциональная пропедевтика в 4-5 классах.
47. Педагогические идеи преподавания функциональной зависимости в начальной школе.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Владова Е.В., Макеева О.В., Сибирева А.Р., Фолиадова Е.В., Цыганов А.В. Основы математической обработки информации [Текст]: // Учебно-методическое пособие. – Ульяновск: УлГПУ, 2017. – 40с. (Библиотека УЛГПУ).
2. Волкова Н.А., Столярова И.В., Фолиадова Е.В. История математики: учебно-методические рекомендации. –Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова. 2017 – 39 с.
3. Коноплева И.В., Сибирева А.Р. Пределы и непрерывность: Методические указания. - Ульяновск: УлГТУ, 2004. - 34 с. – 2017 [Электронный].
4. Математический анализ. Введение в анализ: учебно-методическое пособие для студентов направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование», профили «Математика. Информатика», «Математика. Иностранный язык», «Физика. Математика» и 44.03.01 «Педагогическое образование» профиль «Математика». Квалификация (степень) выпускника: бакалавр. Макеева О.В. – Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова, 2017. – 49 с.
5. Распутько Т. Б., Сибирева А.Р. Функции нескольких переменных: методические указания. –Ульяновск: УлГТУ, 2004. – 32 с. – 2017 [Электронный].
6. Распутько Т.Б., Сибирева А.Р. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. УлГТУ, Ульяновск, 2001. –36 с. – 2017 [Электронный].
7. Сибирева А.Р., Распутько Т.Б. Методы интегрирования. методические указания для самостоятельной работы студентов. Изд. 2-е. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – 40 с. – 2017 [Электронный].
8. Сибирева А.Р., Ригер Т.В. Кратные интегралы. Методические указания к типовому расчету по высшей математике. –Ульяновск: УлГТУ, 1997. – 32 с. – 2017 [Электронный].
9. Сибирева А.Р., Савинов Н.В. Качественные задачи и контрпримеры на тему «Пределы». Методические указания. – Ульяновск: УлГТУ, 2001. – 32 с.–2017 [Электронный]

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные

средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 Фронтальный опрос ОС-2. Работа в микрогруппах ОС-3, ОС-4, ОС-5, ОС-8., ОС-10.-ОС-13. Самостоятельная работа ОС-6, ОС-9, ОС-14. Индивидуальная задание ОС-7. Кейс-задание ОС-16. Реферат	ОР-1. Знает роль и возможности применения аппарата предметной области в смежных научных областях, их методологическое и мировоззренческое значение; ОР-2 Имеет представление о междисциплинарных связях, научных методах смежных областей. ОР-3. Умеет определять роль полученных знаний для смежных научных областей и для школьного курса, применять полученные знания в решении прикладных задач; ОР-4. Знает основные понятия дисциплины, определения, содержательное значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и решения задач ОР-5. Умеет решать задачи по дисциплине, проводить доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения
	Оценочные средства для промежуточной аттестации зачет (экзамен) ОС-16. Экзамен в форме устного собеседования	

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Примерный перечень вопросов к экзамену
(4 семестр)

1. Множество натуральных, целых, рациональных чисел. Плотность множества рациональных чисел. Недостаточность множества рациональных чисел для решения измерительных задач. Определение вещественного числа как бесконечной десятичной дроби.
2. Модуль действительного числа. Свойства модуля действительного числа.
3. Ограниченные и неограниченные множества. Верхняя и нижняя грани множества.
4. Определение числовой последовательности как функции натурального аргумента.
5. Определение предела числовой последовательности. Теорема о единственности предела последовательности. Свойства сходящихся последовательностей.
6. Теоремы о предельном переходе в равенстве и неравенстве, теорема о сжатой переменной.
7. Свойства последовательностей (монотонность, ограниченность). Теорема об ограниченности последовательности, имеющей предел. Теоремы о пределе монотонных последовательностей.
8. Лемма Бернулли. Число е.
9. Подпоследовательность. Теорема о пределе подпоследовательности. Принцип Больцано – Вейерштрасса.
10. Условие Коши для последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.
11. Действия с последовательностями (сложение, вычитание, умножение, деление, умножение на число). Бесконечно малые последовательности и их свойства. Бесконечно большие последовательности. Связь бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей.
12. . Свойства пределов последовательностей, связанные с арифметическими операциями над последовательностями.
13. Определение предела функции в точке на языке последовательностей. Определение предела функции в точке на языке «$\varepsilon - \delta$». Свойства пределов функций (переход к пределу в неравенствах; предел постоянной; предел суммы, произведения, частного).
14. Условие Коши для функции. Критерий Коши существования конечного предела функции.
15. Предел монотонных функций. Бесконечно малые функции.
16. Свойства бесконечно малых функций (сумма, разность, произведение бесконечно малых функций; произведение бесконечно малой и ограниченной функций).
17. Бесконечный предел функции в точке. Бесконечно большие функции.
18. Сравнение бесконечно малых функций. Сравнение бесконечно больших функций.
19. Первый замечательный предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ и его следствия.
20. Второй замечательный предел $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$ и его следствия.
21. Эквивалентность бесконечно малых функций. Необходимое и достаточное условие эквивалентности бесконечно малых функций.
22. Определения функции, непрерывной в точке. Односторонняя непрерывность функции.
23. Точка разрыва функции. Классификация точек разрыва.
24. Свойства функций непрерывных в точке (непрерывность суммы, произведения, частного, композиции непрерывных функций).
25. Непрерывность функции на промежутке. Достаточное условие непрерывности монотонной функции.

26. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
27. Непрерывность элементарных функций.
28. Определение производной функции. Геометрический и механический смысл производной.
29. Производная обратной функции. Производная неявной функции.
30. Логарифмическая производная. Производная функции, заданной параметрически.
31. Таблица производных элементарных функций. Правила вычисления производных.
32. Формула для приращения функции. Производная сложной функции.
33. Дифференцируемая функция. Дифференциал функции и его геометрический смысл.
34. Основные формулы и правила дифференцирования.
35. Производные высших порядков. Формула Тейлора для произвольной функции с дополнительным членом форме Лагранжа.
36. Правило Лопиталя.
37. Условие постоянства функции. Достаточное условие строгой монотонности функции.
38. Необходимое и достаточное условия нестрогой монотонности функции.
39. Точка экстремума и экстремум функции. Необходимое и достаточные условия экстремума функции.
40. Выпуклость и вогнутость графика функции. Достаточное условие выпуклости и вогнутости кривой.
41. Точка перегиба графика функции. Необходимое и достаточное условия существования точки перегиба кривой.
42. Асимптоты кривой. Общая схема исследования функции и построение ее графика.
43. Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции, заданной на интервале.
44. Первообразная функции. Неопределенный интеграл.
45. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов.
46. Приемы нахождения интеграла (непосредственное интегрирование, подведение под знак дифференциала, метод подстановки, интегрирование по частям).
47. Интегрирование простейших дробей.
48. Интегрирование рациональных функций.
49. Интегрирование иррациональных функций.
50. Интегрирование трансцендентных функций.
51. Понятие о дифференциальном уравнении. Решение. Теорема существования.
52. Дифференциальные уравнения первого порядка.
53. Дифференциальные уравнения второго порядка.
54. Линейные дифференциальные уравнения.
55. Определенный интеграл как предел интегральной суммы (суммы Римана).
56. Классы интегрируемых функций.
57. Свойства определенного интеграла.
58. Вычисление определенных интегралов методом замены переменной.
59. Вычисление определенных интегралов интегрированием по частям.
60. Площадь фигуры в декартовых координатах.
61. Объем тела вращения.
62. Несобственные интегралы первого и второго рода.
63. Числовой ряд. Частичная сумма и остаток ряда. Сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды.
64. Критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимое условие сходимости числового ряда. Достаточное условие расходимости числового ряда.
65. Свойства сходящихся рядов.
66. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами.

67. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда.
68. Функциональный ряд. Область сходимости функционального ряда.
69. Степенной ряд. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
70. Свойства степенных рядов.
71. Единственность разложения функции в степенной ряд.
72. Ряд Тейлора.
73. Функции двух переменных. График функции двух переменных. Линии уровня.
74. Частные приращения и частные производные функции.
75. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных.
76. Дифференциалы высших порядков.
77. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
78. Геометрический смысл полного дифференциала функции двух переменных.
79. Точки экстремума функции двух переменных.
80. Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных.
81. Определение двойного интеграла как предела интегральной суммы.
82. Свойства двойного интеграла.
83. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному.
84. Вычисление площади плоской фигуры.
85. Вычисление объёма цилиндрического тела.
86. Определение криволинейного интеграла первого и второго рода.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
4 семестр	Разбалловка по видам работ	9x1=9 баллов	15x1=15 баллов	212 баллов	64 балла
	Суммарный макс. балл	9 баллов max	24 балла max	236 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам 4 семестра

Оценка	**Баллы (3 ЗЕ)**
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 и менее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий
(4 семестр)

Практические занятия №1,2,3. **Числовые функции**

1. Дана функция $\varphi(u) = u^3 - 1$. Найти: $\varphi(1), \varphi(a+1), 2\varphi(2a)$.

2. Дана функция $f(t) = ta^t$. Найти: $f(0),\ f(1),\ f(-1),\ f\left(\frac{1}{a}\right),\ f(a),\ f(-a)$.

3. Написать в явном виде функцию y, неявно заданную следующим уравнением: 1) $x^2 + y^2 = 1$ 2) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 3) $x^3 + y^3 = a^3$.

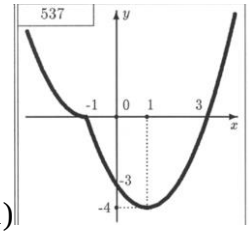
4. Найти области определения функций:

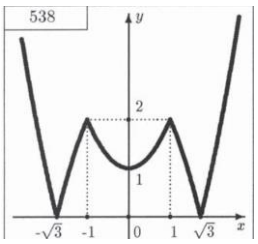
1.	$y = 1 - \lg x$	2.	$y = \lg(x+3)$	3.	$y = \sqrt{5-2x}$
4.	$y = \sqrt{-px},\quad p > 0$	5.	$y = \frac{1}{x^2-1}$	6.	$y = \frac{1}{x^2+1}$
7.	$y = \arcsin\frac{x}{4}$	8.	$y = \arccos(1-2x)$	9.	$y = \log_x 2$

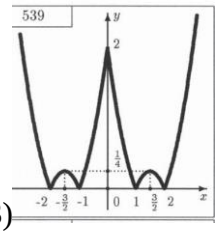
5. Какие из указанных функций четны, какие нечетны:

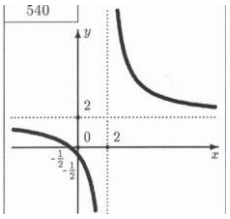
1) $y = x^4 - 2x^2$ 2) $y = x - x^2$ 3) $y = 2^x$ 4) $y = 1 - x^2$ 5) $y = \frac{a^x + 1}{a^x - 1}$?

6. По изображенным графикам исследовать функции:

1) 

2) 

3) 

4) 

7. Построить график функции:

1) $y=2x+3$; $y=|2x+3|$; 2) $y=x^2+2$; 3) $y=(x-1)^2+2$;

4) $y=x^2-2x-4$; $y=|x^2-2x-4|$; 5) $y=-(x-3)^2$; $y=|-(x+4)^2+5|$;

8. Построить график функции:

1) $y=\sin(x-\frac{\pi}{3})-2$ 2) $y=2\sin(x+\frac{\pi}{4})$ 3) $f(x)=\begin{cases} x+2, x<0 \\ \cos x, x\ge 0 \end{cases}$

4) $f(x)=\begin{cases} \sin(x+\frac{\pi}{2}), -\frac{\pi}{2}\le x\le 0 \\ x+1, 0<x<2 \\ -\sqrt{x-2}+3, x\ge 2 \end{cases}$ 5) $y=\sin 3x+1$ 6) $y=-3\cos(2x+\frac{2\pi}{3})$.

Практические занятия №4,5,6. **Производная. Применение производной.**

1. Найти производную функции:

1) $f(x)=7x^2+3x$ 2) $f(x)=\sqrt{x}-5x^2$ 3) $f(x)=-2\sqrt{x}-\frac{1}{2x^3}$ 4) $f(x)=4x^3+4x^{100}$ 5) $f(x)=(x^2+3)(x^4-1)$ 6) $f(x)=\frac{3\sqrt{x}}{2x+9}$ 7) $f(x)=(7-24x)^{10}$ 8) $f(x)=\sqrt{14+6x}$ 9) $f(x)=\sqrt{3}\sin^2\frac{x^2}{3}$ 10) $f(x)=\frac{4}{\cos^2(5x-1)}$ 11) $y=\sqrt[3]{x+4}+\frac{2}{3}\sqrt{\cos(9-3x)}$ 12) $y=10^{2x+3}$

2. Продифференцировать функции:

1) $y=\sqrt{x}(x^3-\sqrt{x}+1)$ 2) $y=\sqrt[3]{\frac{1}{1+x^2}}$ 3) $y=-\sqrt{\frac{1}{a^2-x^2}}$ 4) $y=\sin(\sin x)$

5) $y=\sin^2(\cos 3x)$ 6) $y=x^2\log_3 2x$ 7) $y=\ln(1-2x)$ 8) $y=\ln^4\sin^2(2x+e^{3x})$ 9) $y=(1+\ln\sin x)^n$

3. Найти значение производной функции в точке x_0:

1) $y=2\sin 2x-13, x_0=\frac{\pi}{2}$ 2) $f(x)=\frac{\cos x}{x}, x_0=\pi$ 3) $f(x)=2x^4-4x+3, x_0=2$

4. Составить уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке с абсциссой $x=a$, если: 1) $f(x)=x^3, a=1$ 2) $y=2\sqrt{3x-5}, a=2$

5. Прямая $y=-3x+1$ параллельна касательной к параболе $y=x^2-x$. Найти точку касания и уравнение касательной.

6. Через точку с координатами $(0;3)$ к графику функции $y=\frac{1}{x}$ проведена касательная. Написать ее уравнение.

7. В какой точке параболы $y = 0,5x^2 - x$ касательная к ней наклонена к оси OX под углом 45°?

8. Исследовать функцию на монотонность и экстремумы:

$$1)\ f(x) = 3x^4 - 16x^3 + 24x^2 - 11 \qquad 2)\ f(x) = \frac{x}{1+x^2}$$

9. Исследовать функцию и построить график функции:

$$1)\ f(x) = 4x^2 - x^4 \qquad 2)\ y = \frac{x^2+1}{x^2-1} \qquad 3)\ f(x) = \frac{x^2}{x+1}.$$

Практическое занятие №7. **Самостоятельная работа**

1. Изобразить график одной из основных элементарных функций (степенные, показательная, логарифмическая, тригонометрические, обратные тригонометрические).
2. Перечислить свойства одной из элементарных функций (область определения, область значения, ограниченность, монотонность, четность-нечетность, периодичность).
3. Дать определение четной (возрастающей, убывающей, ограниченной, неограниченной, нечетной, периодической) функции.
4. Дать определение обратной функции, композиции функций, привести пример.
5. Найти область определения функции:

3) $y = \sqrt{\cos x^2}$

4) $y = \arccos(2\sin x)$

6. Найти функцию, обратную данной и построить графики обеих функций в одной системе координат.

$$y = \begin{cases} x, x \in (-\infty, 1) \\ x^2, x \in [1,4) \\ 2^x, x \in (4, +\infty) \end{cases}$$

7. Найти основной период функции $y = \sin^2 3x$
8. Построить графики функций:

3) $y = -\arcsin|2x+1| + 1$

4) $y = \dfrac{5x+1}{2x+4}$

9. Установить, является ли следующая функция четной или нечетной $f(x) = \lg(x + \sqrt{1+x^2})$

Практическое занятие №8,9,10. **Первообразная и интеграл.**

1. Для функции $y = f(x)$ найти первообразную:

1) $f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ 2) $f(x) = 5x^7$ 3) $f(x) = x + x^{14}$ 4) $f(x) = -\dfrac{1}{x^2} + x^3$ 5) $f(x) = -4\cos x + \dfrac{2}{\sin^2 x}$ 6) $f(x) = \sin\left(3x + \dfrac{\pi}{6}\right)$ 7) $f(x) = -\dfrac{1}{(6x+1)^2}$.

2. Найти неопределённый интеграл:

1) $\int 4\sin x dx$ 2) $\int -\dfrac{9}{\cos^2 x} dx$ 3) $\int \dfrac{20}{x^2} dx$ 4) $\int (x^2 + \cos x) dx$

5) $\int\left(-\frac{1}{x^2}+x^5\right)dx$ 6) $\int(2-9x)^6dx$ 7) $\int\frac{3}{2\sqrt{x}}dx$

3. Вычислить определенный интеграл:

1) $\int\limits_{-\frac{2}{3}}^{1}x^3dx$ 2) $\int\limits_{1}^{3}\frac{dx}{x^2}$ 3) $\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}2\sin\frac{x}{3}dx$ 4) $\int\limits_{1}^{5}\frac{dx}{\sqrt{2x-1}}$ 5) $\int\limits_{-2}^{-1}\frac{5x^7-4x^6+2x}{x^3}dx$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

1) $y=x^2,\ y=0,\ x=4$ 2) $y=\sin x,\ y=0,\ x=\frac{\pi}{2}$.

Практическое занятие №11. **Контрольная работа**

Практическое занятие №12,13. **Пределы функции**

1. Известно, что $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\frac{\pi}{2}$. Найти $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{2\sin f(x)+\cos f(x)}{2f(x)+1}$.

1) $\frac{2}{\pi+1}$; 2) 0; 3) 1; 4) ∞; 5) не существует.

2. Найти $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\left(2x+\sqrt{x}\right)^2\left(1-5x^2\right)^3}{\left(3x^2+2x\right)^4}$.

1) $-\frac{500}{81}$; 2) 0; 3) ∞; 4) $\frac{5}{4}$; 5) 1.

3. Найти $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}$.

1) 0; 2) ∞; 3) 1; 4) $\frac{1}{2}$; 5) не существует.

4. Найти $\lim\limits_{x\to\infty}x^{\frac{4}{3}}\left(\sqrt[3]{x^2+2}-\sqrt[3]{x^2-3}\right)$.

1) 0; 2) ∞; 3) $\frac{5}{3}$; 4) не существует; 5) 5.

5. Найти $\lim\limits_{x\to0}\frac{7^{3x}-5^{-2x}}{\arcsin 4x}$.

1) ∞; 2) 0; 3) 2; 4) $\frac{1}{4}\ln 8575$; 5) не существует.

6. Найти $\lim\limits_{x\to1}\frac{\cos\frac{\pi x}{2}}{\ln(3-2x)}$.

1) 0; 2) $\frac{\pi}{4}$; 3) ∞; 4) не существует; 5) 1.

7. Найти $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{3x+1}{13x-1}\right)^{2x+3}$.

1) $\frac{3}{13}$; 2) $-\infty$; 3) 1; 4) 0; 5) $+\infty$.

8. Найти $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{5x^2+1}{5x^2-1}\right)^{-3x^2}$.

1) $e^{-\frac{6}{5}}$; 2) 1; 3) 0; 4) ∞; 5) 5^{-3};

10. Определить порядок роста функции $f(x)=\frac{3x^2\cdot\sqrt{x}+2x+1}{2\sqrt[3]{x}+2}$ относительно $g(x)=x$ при $x\to+\infty$.

1) $\frac{3}{2}$; 2) ∞; 3) $\frac{13}{6}$; 4) 0; 5) 1.

4. Найти $2a+b$, если $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-2x}{x-1}-ax+b\right)=3$.

1) 0; 2) 4; 3) 2; 4) 6; 5) -4.

5. Найдите $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, если $f(x)=(\frac{1}{5})^x$.

1) $+\infty;\ +\infty$; 2) $0;\ +\infty$; 3) $0;\ 0$; 4) $+\infty;\ 0$; 5) $-\infty;\ +\infty$.

Практическое занятие №14,15. **Приложения определенного интеграла**

Вычислить площади фигур, ограниченных следующими линиями:

1. $x+2y-8=0; y=1; y=3; x=0$
2. $y=x^2+4x;\ x-y+4=0$
3. Найти длину дуги кривой: $y=e^{\frac{x}{2}}+e^{-\frac{x}{2}}$ между прямыми $y=0$ и $x=0$.
4. Найти площадь поверхности вращения вокруг оси Ох дуги кубической параболы $y=x^3;\ 0\le x\le\frac{1}{2}$.
5. Скорость точки равна $v=(3t^2-2t)$ м/с. Найти путь s, который преодолела точка за время t=4 с., прошедшее с начала движения.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Арнольд В.И. Варченко А.Н., Гусейн-Заде С.М. Особенности дифференцируемых отображений. М.: МЦНМО, 2009.- 672 с. Электронный ресурс: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=62956
2. Бохан К. А. и др. Курс математического анализа: [в 2 т.] : учеб. пособие для студентов-заочников физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Т. 1. М.: Интеграл, 2004. – 434 с.
3. Некоторые главы анализа и приложение к финансовой математике / А.Ю. Веретенников, Е.В. Веретенникова. - Москва : Прометей, 2016. - 60 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9907452-5-4.
URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=437335
4. Калошина И. П. Большая теорема Ферма и психология творчества: монография - М.: Юнити-Дана, 2015.157 с. Электронный ресурс: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=62989
5. Капцов О. В. Методы интегрирования уравнений с частными производными - М.: Физматлит, 2009. 219 с. Электронный ресурс :http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=62989

6. Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа : Т. 1 - 7-е изд. - М. : Физматлит, 2002. - 415 с.
7. Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа : Т. 2. - 7-е изд. - М. : Физматлит, 2002. - 439 с.

Дополнительная литература

1. Архипов Г. И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу: [учеб. для ун-тов и пед. вузов]. - 2-е изд., перераб. - М. : Высшая школа, 2000. - 694 с.
2. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учеб. пособие - СПб. : Профессия, 2005. - 432 с.
3. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учеб. пособие для вузов. - М. : АСТ : Астрель, 2003. - 558 с. М. : АСТ : Астрель, 2004. - 558 с.
4. Марон И. А. Дифференциальное и интегральное исчисление в примерах и задачах. Функции одной переменной : учеб. пособие для вузов / - 3-е изд., стер. - СПб. и др. : Лань, 2008. – 398 с.
5. Хинчин А.Я. Восемь лекций по математическому анализу.-М.: URSS, 2010.-280 с. http://window.edu.ru/resource/675/43675

Интернет-ресурсы

- http://www.mathnet.ru Общероссийский математический портал
- http://znanium.com Электронная библиотечная система