Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ И.О. Петрищев
«30» августа 2017 г.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Программа учебной дисциплины вариативной части

для направления подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
(шифр и наименование)
направленность (профиль) образовательной программы
Физика. Математика
(очная форма обучения)

Составитель: Владова Е.В., к.ф.-м.н, доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и утверждено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от «04» июня 2017 г. № 11

Ульяновск, 2017

1. Наименование дисциплины

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» включена в вариативную часть Блока 1 Дисциплины (модули) основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Физика. Математика», очной формы обучения.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Цель освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»:

способствовать развитию профессиональной компетентности будущего педагога через формирование целостного представления о стохастической природе окружающего мира, изучение специфических закономерностей случайных явлений, овладение вероятностно-статистическими методами обработки информации.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»:

профессиональными компетенциями (ПК):

- готовностью реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствие с требованиями образовательных стандартов (ПК-1).

Этап формирования / Компетенции	теоретический	модельный	Практический
	знает	умеет	Владеет
готовностью реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов (ПК-1).	ОР-1 основные цели и задачи изучения дисциплины, основные понятия и факты изучаемой теории ОР-1_2 содержание дисциплины, этапы формирования основных понятий и образовательные результаты	ОР-2 подбирать литературу по данной теме, применять теоретические знания к задачам практики ОР-2_2 самостоятельно составлять развернутые планы разделов дисциплины с указанием источников, критически оценивать образовательные результаты	ОР-3 навыками систематизации материала, составления алгоритма решения задач и статистической обработки данных ОР-3_2 алгоритмом вероятностно-статистической обработки информации и представления ее в виде образовательного продукта

3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» является обязательной дисциплиной вариативной части Блока 1 Дисциплины (модули) основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Физика. Математика», очной формы обучения (Б1.В.ОД.10 Теория вероятностей и математическая статистика).

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках ранее изученных математических дисциплин: математический анализ, изучаемый в первых четырех семестрах, теорию функций действительной переменной, изучаемую в пятом семестре, и теорию функцию комплексной переменной, изучаемую в шестом семестре.

Результаты изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» являются теоретической и методологической основой для изучения физических дисциплин.

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час	Практические занятия, час	Лабораторные занятия, час	Самостоят. работа, час	
	Трудоемк.						
	Зач. ед.	Часы					
4	3	108	18	30	-	60	зачет
Итого:	3	108	18	30	-	60	зачет

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий, оформленных в виде таблицы:

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель-ная работа
4 семестр				
Раздел 1. Случайные события				
Тема 1. Основные понятия теории вероятностей. Клас сическое, геометрическое, статистическое и аксиоматическое определение вероятности.	2	4		6
Тема 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.	2	4		4
Тема 3. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли. Наиболее вероятное число «успехов».	2	4		4
Раздел.2. Случайные величины				
Тема 4. Дискретные и непрерывные случайные величины. Функции случайных величин.	2	4		4
Тема 5. Многомерные случайные величины. Условные законы распределения вероятностей. Независимость	2	4		6

случайных величин.				
Тема 6. Числовые характеристики случайных величин. Закон больших чисел. Понятие о случайных процессах	2	4		6
Раздел 3. Математическая статистика				
Тема 7. Выборочный метод в математической статистике. Статистические оценки параметров.	2	2		4
Тема 8. Основы корреляционного и регрессионного анализа	2	2		16
Тема 9. Проверка статистических гипотез	2	2		10
ИТОГО:	18	30		60

5.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Раздел 1. Случайные события.

Тема 1. Основные понятия теории вероятностей. Классическое, геометрическое, статистическое и аксиоматическое определение вероятности.

Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство. Свойства вероятностной меры. Классическое определение вероятности. Схема Лапласа. Геометрическое определение вероятности. Статистическое определение вероятности.

Тема 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.

Понятие суммы событий, понятие условной вероятности. Теоремы сложения вероятностей (для совместных и несовместных событий), теоремы умножения вероятностей (для зависимых и независимых событий). Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Приложения формулы полной вероятности.

Тема 3. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли. Наиболее вероятное число «успехов».

Схема независимых испытаний с двумя исходами (схема Бернулли). Вывод формулы Бернулли. Наиболее вероятное число «успехов». Предельные теоремы схемы Бернулли: теорема Пуассона, локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа, теорема Бернулли. Последовательность зависимых испытаний.

Интерактивная форма: работа в микрогруппах.

Раздел 2. Случайные величины.

Тема 4. Дискретные и непрерывные случайные величины. Функции случайных величин.

Определение случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины и функция распределения вероятностей. Примеры дискретных законов распределения: биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое распределение, распределение Пуассона. Абсолютно непрерывные случайные величины: функция распределения и плотность распределения вероятностей. Вероятность попадания случайной точки в промежуток. Примеры распределений абсолютно непрерывной случайной величины: равномерное, нормальное, показательное распределение, распределение Коши, Лапласа, Стьюдента. Функция распределения, и плотность распределения абсолютно непрерывных случайных величин.

Тема 5. Многомерные случайные величины. Условные законы распределения вероятностей. Независимость случайных величин.

Понятие многомерные случайные величины. Многомерная функция распределения и плотность вероятности, их вероятностный смысл. Вероятность попадания в полуполосу, прямоугольник, произвольную область. Примеры многомерных распределений. Независимость случайных величин. Функции случайных величин. Плотность суммы, произведения и частного независимых случайных величин.

Тема 6. Числовые характеристики случайных величин.

Числовые характеристики дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, начальные и центральные моменты k–го порядка; мода, медиана, асимметрия, эксцесс; ковариация, коэффициент корреляции). Условные распределения, условное математическое ожидание, условная дисперсия. Производящая функция случайной величины. Характеристическая функция случайной величины, ее свойства. Понятие закона больших чисел в узком и широком смысле. Значение закона больших чисел. Лемма, неравенство и теорема Чебышева, теорема Хинчина. Центральные предельные теоремы для одинаково распределенных и произвольных случайных величин. Понятие о случайных процессах.

Интерактивная форма: Задания-карусель «Законы распределения и числовые характеристики случайных величин».

Раздел 3. Математическая статистика.

Тема 7. Выборочный метод в математической статистике.

Основные задачи математической статистики. Способы сбора статистических данных. Вариационные ряды и их графическое изображение. Общие сведения о выборочном методе в математической статистике.

Выборочные числовые характеристики. Понятие статистической оценки. Требования, предъявляемые к оценкам. Методы получения точечных оценок неизвестных параметров распределения. Интервальное оценивание. Доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии нормального распределения.

Интерактивная форма: работа в микрогруппах «Методы сбора и обработки информации».

Тема 8. Статистические методы изучения зависимостей.

Понятие о корреляционном анализе. Линейная парная регрессия. Коэффициент корреляции. Проверка значимости коэффициента корреляции и интервальная оценка параметров связи.

Тема 9. Проверка статистических гипотез.

Статистическая гипотеза, статистические критерии. Ошибки первого и второго рода, мощность критерия. Общая схема её проверки. Статистические критерии для проверки статистических гипотез.

Интерактивная форма: проекты « Проверка статистических гипотез».

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий по дисциплине. Аудиторная контрольная работа обеспечена набором задач, собранных по вариантам, в каждом из которых 9 заданий.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовка к устным докладам (мини-выступлениям);
- подготовка к тестированию, контрольной работе;
- подготовка к работе в микрогруппах;
- подготовка к индивидуальным заданиям;
- подготовка проектов;
- подготовка заданий-карусель.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Вопросы для самостоятельного изучения (темы мини-выступлений) (ОС-1)

1. История развития теории вероятности как науки.
2. Задачи вероятностного характера в различных азартных играх.
3. Изучение теории вероятностей в работах Паскаля, Ферма, Гюйгенса. Теория ошибок измерения и парадоксы Бертрана.

4. Российская школа теории вероятностей.
5. Теоремы о случайных блужданиях на решетке (случайное блуждание по целым точкам на прямой.
6. Цепи Маркова с произвольным множеством состояний.
7. Моделирование случайных величин.
8. Понятие случайных процессов.
9. Преобразование стационарной случайной функции стационарной линейной динамической системой.
10. Применения центральной предельной теоремы.
11. Понятие о дисперсионном анализе.
12. Понятие о регрессионном анализе. Парная регрессионная модель.
13. Нелинейная регрессия.
14. Анализ временных рядов.
15. Линейные регрессионные модели финансового рынка.
16. Счетные цепи Маркова: определения, примеры, классификация состояний, необходимые и достаточные условия возвратности состояний.
17. Эргодические теоремы.
18. Закон больших чисел и центральная предельная теорема для числа попаданий в заданное состояние.
19. Поведение переходных вероятностей для разложимых цепей.
20. Определения, свойства информации и энтропии.
21. Энтропия конечной цепи Маркова.
22. Понятие мартингала. Простейшие свойства, примеры.
23. Ветвящиеся процессы.
24. Процессы гибели и размножения.
25. Проверка значимости и оценка параметров.

Примерный вариант тестов (ОС-2)

I группа заданий:

1. Сколько букв алфавита можно составить из пяти сигналов, если три сигнала – паузы, а два – тока?

   а) 10; б) 5; в) 15; г) 50.

2. Пять незнакомых людей случайным образом садятся на один ряд из пяти мест. Вероятность того, что два определенных человека окажутся рядом, равна:

   а) 1/60; б) 2/5; в) 1/5; г) 1/30.

3. В ящике находятся 10 белых и 5 красных одинаковых наощупь шаров. Наудачу вынимаются 4 шара. Вероятность того, что среди них 2 белых равна:

   а) 0,5; б)2/3; в) 30/91; 4) 3/91.

II группа заданий:

4. Над изготовлением изделия работает к рабочих. Качество изделия при передаче следующему рабочему не проверяется. 1-й рабочий допускает брак с вероятностью , 2-й – с вероятностью …, к-й – с вероятностью р . Вероятность того, что при изготовлении изделия будет допущен брак, равна…
5. Из колоды карт (52 шт.) последовательно извлекают три карты. Вероятность того, что появятся карты «тройка», «семерка», «туз», равна:

   а) 3/52; б) 3/49 ·25 ·13; в) 1/52 ·51 ·50; г) 64/52· 51 ·50.

6. Два стрелка произвели залп. Вероятность попадания в цель первого стрелка равна 0,4, второго – 0,3. Вероятность того, что хотя бы один стрелок поразит мишень, равна:

   а) 0,7; б) 0,12; в) 0,58; 4) 0,42.

III группа заданий:

7. Вероятность попадания при одном выстреле 0,6. Производится 3 выстрела. Вероятность того, что окажется хотя бы одно попадание, равна:

   а) 0,064; б) 0,288; в) 0,72; г) 0,936.

8. Для сигнализации об аварии установлены три независимо работающих сигнализатора. Вероятность отказов соответственно равны 0,05; 0,1; 0,2. Вероятность того. Что при аварии сработает только один сигнализатор, равна…
9. Бросаются 4 игральные кости. Вероятность того, что на всех выпадет одинаковое число очков, равна…

IV группа заданий:

10. В пирамиде 10 винтовок, 4 из которых – с оптическим прицелом. Вероятность поражения цели из винтовки с оптическим прицелом равна 0,9, без оптического прицела – 0,7. Стрелок поразил цель из наудачу взятой винтовки. Вероятность того, что он стрелял из винтовки с оптическим прицелом, равна:

   а) 6/13; б) 7/13; в) 9/13; г) 39/50.
11. В классе обучается 10 мальчиков и 20 девочек. К уроку не выполнили домашнее задание 4 девочки 3 мальчика. Наудачу вызванный ученик оказался неподготовленным у уроку. Какова вероятность того, что отвечать был вызван мальчик?

   а) 1/2; б) 1/6; в) 1/5; г) 3/7.
12. Имеются три одинаковые урны. В первой находится 4 белых и 6 черных шаров, во второй – только белые, в третьей – только черные. Наудачу выбирается урна и из нее наугад вынимается шар. Какова вероятность того, что этот шар черный?

   а) 8/15; б) 3/8; в) 1/5; г) 1/2.

Примерный вариант (2) тестов (ОС-2)

1. Случайные величины X и Y независимы и имеют дисперсии D(X) =2, D(Y) =3. Дисперсия случайной величины Z = 3X - 2Y + 6 равна:

   а) 6; б) 12; в) 30; г) 36.
2. Случайная величина X имеет равномерное распределение на отрезке [2;4]. Математическое ожидание X равно:

   а) 0; б) 1; в) 2; г) 3.
3. Плотность случайной величины имеет вид: ( ) = $\frac{}{\sqrt{}}$. Дисперсия равна:

   а) 0; б) 1; в) 2; г) 3.
4. Плотность распределения случайной величины имеет вид: p(x) = 0 вне отрезка [-1;1] и p(x) = 0,5 на отрезке [-1;1]. Среднее квадратическое отклонение в задании 5 равно:

   а) -3; б) 3; в) 1/3; г) 1/9.
5. Пять незнакомых людей случайным образом садятся на один ряд из пяти мест. Вероятность того, что два определенных человека окажутся рядом, равна:

   а) 1/60; б) 2/5; в) 1/5; г) 1/30.
6. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона, поэтому набирает ее наудачу. Вероятность того, что ему придется набирать номер не более двух раз, равна:

   а) 0,1; б) 0,12; в) 0,2; г) 0,3.
7. Стрелок сделал 10 независимых выстрелов. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,8. Наивероятнейшее число попаданий равно:

   а) 5; б) 8; в) 9; г) 10.
8. Устройство состоит из трех блоков. Вероятность нормальной работы каждого блока равна p. Вероятность того, что неполадки обнаружены в одном блоке, равна:

   а) p; б) p^3; в) $p(1-p)^2$; г) $p^2(1-p)$.
9. Вероятность попадания при одном выстреле 0,6. Производится 3 выстрела. Вероятность того, что окажется хотя бы одно попадание, равна:

а) 0,064; б) 0,288; в) 0,72; г) 0,936.

10. Число возможных значений случайной величины, означающей число бракованных деталей в партии, состоящей из 30 деталей, равно:

а) 0; б) 15; в) 30; г) 31.

11. Вероятность работы двигателя при включении зажигания равна 0,9. Вероятность того, что для запуска двигателя придется включать зажигание не более трех раз, равна:

а) 0,009; б) 0,27; в) 0,729; г) 0,999.

12. Имеется статистическое распределение выборки:

X	1	2	3	4
n	2	4	1	3

Выборочная средняя равна:

а) 1; б) 1,5; в) 2,5; г) 5.

Задания для работы в микрогруппах (ОС-3)

1. Найдите вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
2. Применить закон больших чисел и оценить вероятности указанных событий в следующих задачах.
3. Примените известные вам способы сбора и обработки статистических данных следующих признаков:
   а) размер одежды учащихся девятого класса; б) успеваемость студентов группы по результатам последней сессии.
4. Произведите расчет доверительных интервалов для математического ожидания и среднего квадратического отклонения данного эмпирического распределения (измерение длины или ширины спички).

Примерные индивидуальные задания (ОС-4)

Индивидуальные задания выполняются на занятиях, каждый студент имеет свой вариант, за каждую задачу студент получает по два балла.

1. Найти плотность вероятности случайной величины = 1 − , где случайная величина распределена по закону Коши с плотностью вероятности ( ) = ——.
2. Пусть случайные величины и независимы, имеет равномерное распределение на [0;1], а распределена по показательному закону с параметром = 1. Найти плотность распределения их суммы.
3. Случайная величина распределена нормально с параметрами 0 и 1. Найти плотность распределения случайной величины .
4. Найти дисперсию дискретной случайной величины – числа появлений события А в двух независимых испытаниях, если вероятности появления события в этих испытаниях одинаковы и известно, что = 1,2.
5. Случайные величины и независимы, причем = 5; = 6, = 2. Найти Mς , если а) ς = 3 − 2 , б) ς = · , в) ς = .
6. Найти математическое ожидание, дисперсию и коэффициент корреляции компонент и , если известна плотность распределения системы (,):

$$(,) = \begin{cases} 4 , & \text{если} > 0, > 0, \\ 0, & \text{если} < 0 \text{ или} < 0. \end{cases}$$

Примерные задания-карусель (ОС-5)

Задания готовятся студентами заранее и передаются по кругу для их выполнения. За правильные ответы студенты получают определенное число баллов.

1. Какой вид имеет случайная величина, означающая число образцов изделий, не выдержавших испытание?
2. Плотность распределения, содержит неизвестный параметр. Найти значение параметра.
3. Может ли данная функция служить функцией распределения случайной величины?
4. Дискретна или непрерывна случайная величина, если известна ее функция распределения?
5. Какова вероятность попадания случайной величины в указанный промежуток?
6. Сколько раз надо бросить игральную кость до выпадения шестерки?
7. Применима ли к последовательности случайных величин теорема Чебышева.
8. Для какого распределения математическое ожидание равно дисперсии?

Примерный перечень заданий для контрольной работы 1 (ОС-6)

1. Сколько можно составить шестизначных телефонных номеров, у которых на первых двух местах стоит цифра 6, а на остальных – любая из цифр 0,1,…,9?
2. В партии, состоящей из 20 изделий, имеется 6 бракованных. Из партии выбирается 5 изделий. Найти вероятность того, что ровно 2 изделий будут бракованными.
3. 9 пассажиров наудачу рассаживаются в трёх вагонах. Найти вероятность того, что: а) в каждый вагон сядет по 3 пассажира; б) в один вагон сядут 4, в другой – 3, в третий – 2 человека.
4. Из цифр 1,2,3,4,5 составляют всевозможные числа, каждое из которых состоит не более чем из трёх цифр. Сколько таких чисел можно составить, если: а) повторение в числах цифр не разрешается; б) разрешается повторение?
5. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и поэтому набирает её наудачу. Определите вероятность того, что ему придётся звонить не более чем в три места.
6. В пирамиде 10 винтовок, из которых 4 снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит цель из винтовки с оптическим прицелом равна 0,9; для винтовки без оптического прицела – 0,7. Стрелок произвел выстрел из наудачу взятой винтовки. Найти вероятность того, что цель будет поражена.
7. В урне 10 шаров. Вероятность того, что два извлеченных шара окажутся белыми, равна $\frac{2}{15}$. Сколько белых шаров в урне?
8. Вероятность попадания стрелком в мишень равна 0,6. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена: а) ровно 55 раз; б) не менее 55 и не более 80 раз.
9. Завод выпускает детали. Вероятность того, что деталь бракованная , равна 0,03. Найти вероятность, что среде наугад взятых 100 деталей бракованных окажется: а) ровно 25; б) не менее 2 деталей.

Примерный перечень заданий для контрольной работы 2 (ОС-6)

1. Вероятность того, что при одном из трех независимых измерений будет допущена ошибка, превышающая заданную точность, равна 0,4. Какова вероятность того, что ошибка превысит заданную точность: а) только в одном; б) хотя бы в одном измерении?
2. 70% деталей, поступающих на сборку, изготовлены станком, дающим 2% брака, а 30% - автоматом, дающим 5% брака; наудачу взятая деталь оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она изготовлена первым автоматом?
3. Найти вероятность того, что событие А наступит 1400 раз в 2400 испытаниях, если вероятность появления этого события в каждом испытании равна 0,6.
4. Завод отправил на базу 500 изделий. Вероятность повреждения изделия в пути равна 0,002. Найти вероятность, что в пути повреждено: а) ровно 3; б) менее трёх изделий.
5. Абсолютно непрерывная случайная величина задана функцией распределения:

$$(\ ) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad \leq -1; \\ -0{,}25(\quad -2 \quad + \quad) & \text{при} \quad -1 < \quad \leq 1; \\ 1 & \text{при} \quad > 1. \end{cases}$$ Найти:1) с; 2) ( ).

6. Составьте закон распределения случайного числа отказавших элементов устройства, состоящего из трёх независимо работающих элементов, вероятность отказа каждого из которых в одном опыте равна 0,1. Найдите функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины.
7. Случайная величина ξ имеет равномерное распределение на [0, 2], независимая от неё случайная величина η распределена по нормальному закону с плотностью вероятности: $(\ ) = \frac{(\quad)}{\sqrt{\quad}}$. Найти а) M ($\xi+\eta$), б) D ($\xi$-2$\eta$), в) M ($\xi\cdot\eta$), г) M ξ .
8. Оценить вероятность того, что в результате подбрасывания игральной кости 320 раз относительная частота появления на верхней грани пятерки отклонится от вероятности этого события по абсолютной величине не более чем на 0,03.
9. Результаты наблюдений двух величин X,Y приведены в таблице

X	6	4	4	3	2	2	2	1
Y	2	3	3	4	7	8	9	10

Вычислите коэффициенты корреляции Пирсона и Спирмена, сравните их значения, сделайте выводы. Проверьте гипотезу о равенстве нулю вычисленных коэффициентов с уровнем доверия 99%.

Примерные темы для проектов (ОС-7)

1. Применения формулы полной вероятности.
2. Применения интегральной формулы Лапласа.
3. Применения центральной предельной теоремы.
4. Понятие о дисперсионном анализе.
5. Понятие о регрессионном анализе. Парная регрессионная модель.
6. Нелинейная регрессия.
7. Цепи Маркова и их применения.
8. Теоремы о случайных блужданиях на решетке.
9. Закон больших чисел и центральная предельная теорема для числа попаданий в заданное состояние.
10. Поведение переходных вероятностей для разложимых цепей.
11. Цепи Маркова с произвольным множеством состояний.
12. Определения, свойства информации и энтропии.
13. Условная энтропия.
14. Энтропия конечной цепи Маркова.
15. Энтропия последовательности испытаний, связанных в стационарную цепь Маркова.
16. Закон больших чисел для количества информации, содержащейся в сообщении.
17. Понятие мартингала. Простейшие свойства, примеры.
18. Ветвящиеся процессы.
19. Предельные теоремы для безгранично-делимых законов.
20. Процессы гибели и размножения.
21. Проверка значимости и оценка параметров.
22. Линейные регрессионные модели финансового рынка.
23. Производящие и характеристические функции и их применение.
24. Сходимость распределений и преобразование Лапласа.
25. Условные вероятности и средние относительно разбиений.
26. Законы больших чисел в анализе.
27. Вероятностные модели в страховании
28. Определение распределения моментами.

Содержание и защита проектной работы

Каждый студент выбирает тему проекта, изучает материал по данной теме, решает задачи и представляет изученный материал в виде образовательного продукта: фрагмента учебного занятия, презентации или обучающего вебинара.

Требования к оформлению результата проекта:
- титульный лист;
- оглавление;
- содержание (изложение учебного материала) в виде текстовой, графической информации, аудио и видеоматериалов;
- словарь терминов;
- использованные источники с краткой аннотацией.

Перечень учебно-методических изданий кафедры по вопросам организации самостоятельной работы обучающихся

1. Владова Е.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: / Е.В. Владова // Учебно-методическое пособие. – Ульяновск: УлГПУ, 2010. – 137с. (Библиотека УЛГПУ).
2. Владова Е.В. Теория вероятностей и математическая статистика // Учебно-методическое пособие для бакалавров. – Ульяновск: УлГПУ им. И.Н. Ульянова, 2017. – 56 с.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Организация и проведение аттестации бакалавра

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

7.1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы:

Компетенции	Этапы формирования компетенций	Показатели формирования компетенции - образовательные результаты (ОР)		
		Знать	Уметь	Владеть
готовностью реализовывать образовательные программы по	Теоретический (знать) основные цели и задачи изучения дисциплины,	Знать ОР-1 Знает цели, задачи и содержание дисциплины. Подтверждает правильными ответами в тестах,		

учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов (ПК-1).	основные понятия и факты изучаемой теории содержание дисциплины, этапы формирования основных понятий и образовательные результаты	индивидуальных заданиях и контрольной работе. ОР-1_2 Знает о способах реализации образовательной программы, демонстрируя это на мини-выступлениях, работе в микрогруппах и проектной деятельности
	Модельный (уметь) подбирать литературу по данной теме, применять теоретические знания к задачам практики ОР-5_2 самостоятельно составлять развернутые планы разделов дисциплины с указанием источников, критически оценивать образовательные результаты	Уметь ОР-2 Умеет самостоятельно подбирать литературу, составлять планы изложения тем, планы практических занятий ОР-2_2 уметь составлять учебные программы в соответствии с указанными темами и в соответствии с образовательными стандартами, что демонстрируется при представлении образовательного продукта при защите проектов
	Практический (владеет) навыками систематизации материала, составления алгоритма решения задач и алгоритма вероятностно-статистической обработки информации и представления ее в виде презентации	Владеть ОР-3 При самостоятельном изучении материала (мини-выступления, задания-карусель, проекты) демонстрируется владение алгоритмическими навыками и навыками систематизации ОР-3_2 При защите проектов наблюдается владение навыком систематизации информации и представления ее мультимедийными средствами

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания:

№ п /п	РАЗДЕЛЫ (ТЕМЫ) ДИСЦИПЛИНЫ	СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ, используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Показатели формирования компетенции (ОР), ПК-1		
			1	2	3
1	Основные понятия теории вероятностей. Классическое, геометрическое, статистическое и аксиоматическое определение вероятности	ОС-1 Мини-выступления	+	+	+
2	Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формулы Байеса	ОС-2 Тесты (вариант 1)	+	+	
3	Схема Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли. Наиболее вероятное число «успехов»	ОС-6 Контрольная работа	+	+	
4	Дискретные и непрерывные случайные величины. Функции случайных величин	ОС-2 Тесты (вариант 2)	+	+	
5	Многомерные случайные величины. Условные законы распределения вероятностей. Независимость случайных величин	ОС-4 Индивидуальное задание	+	+	
6	Числовые характеристики случайных величин	ОС-5 Задания-карусель	+	+	
7	Выборочный метод в математической статистике	ОС-3 Работа в микрогруппах	+	+	+
8	Статистические методы изучения зависимостей	ОС-6 Контрольная работа	+	+	
9	Проверка статистических гипотез	ОС-7 Проекты	+	+	+
	Промежуточная аттестация	ОС-8 Зачет в форме устного собеседования по вопросам			

Оценочными средствами текущего оценивания являются: устные мини-доклады, тесты, задания, выполняемые в микрогруппах, индивидуальные задания, задания-карусель, контрольная работа, проекты. В конце семестра проводится зачет в устной форме.

Критерии и шкалы оценивания

ОС-1 Мини выступление
Критерии и шкала оценивания

Критерий	Этапы формирования компетенций	Максимальное количество баллов
Найден новый учебный материал, подобраны примеры	Теоретический (знать)	4
Решены задачи с помощью нового материала	Модельный (уметь)	4
Найдено применение темы для профессиональной деятельности	Практический (владеть)	4
Всего:		12

ОС-2 Тесты
Критерии и шкала оценивания

Критерий	Этапы формирования компетенций	Максимальное количество баллов
Использует теоретические знания для ответов на вопросы	Теоретический (знать)	6
Умеет применять формулы и теоремы для требуемых расчетов	Модельный (уметь)	6
Всего:		12

ОС-3 Работа в микрогруппах
Критерии и шкала оценивания

Критерий	Этапы формирования компетенций	Максимальное количество баллов
Использует теоретические знания для выполнения задания	Теоретический (знать)	4
Умеет применять формулы и теоремы для требуемых расчетов	Модельный (уметь)	4
Правильно выбирает метод или прием для ответа на вопрос, правильное распределение ролей, координация действий	Практический (владеть)	4
Всего:		12

ОС-4 Индивидуальное задание
Критерии и шкала оценивания

Критерий	Этапы формирования компетенций	Максимальное количество баллов

Использует теоретические знания для ответов на вопросы	Теоретический (знать)	6
Правильное применение формул и теорем для требуемых расчетов	Модельный (уметь)	6
Всего:		12

ОС-5 Задания-карусель

Критерии и шкала оценивания

Критерий	Этапы формирования компетенций	Максимальное количество баллов
Использует теоретические знания для ответов на свои подготовленные вопросы	Теоретический (знать)	4
Умеет применять формулы и теоремы для требуемых расчетов для ответов на чужие вопросы	Модельный (уметь)	4
Поиск и исправление ошибок	Практический (владеть)	4
Всего:		12

ОС- 6 Контрольная работа

Критерии и шкала оценивания

Критерий	Этапы формирования компетенций	Максимальное количество баллов
Знает понятия и характеристики, содержащиеся в заданиях и формулы для их решения (по 1 баллу за каждую задачу из 9)	Теоретический (знать)	9
Правильно рассчитывает необходимую характеристику (по 2 балла за каждую задачу из 9)	Модельный (уметь)	18
Используя данные, анализирует условия, проводит расчеты и делает выводы (по 1 баллу за каждую из последних 5 задач).	Практический (уметь)	5
Всего:		32

ОС-7 Проекты

Критерии и шкала оценивания

Критерий	Этапы формирования компетенций	Максимальное количество баллов
Знание основных понятий по данной теме, использование обширной литературы	Теоретический (знать)	4
Правильно приводит примеры и использует изученную теорию к	Модельный (уметь)	4

решению задач		
Умеет использовать изученный материал для обучения и других профессиональных задач	Практический (уметь)	4
Всего:		12

Критерии и шкала оценивания зачета:

ОС-8 Зачет в форме устного собеседования по вопросам

При проведении зачета учитывается уровень знаний обучающегося при ответах на вопросы (теоретический этап формирования компетенций), умение обучающегося отвечать на дополнительные вопросы по применению теоретических знаний на практике и по выполнению обучающемся заданий текущего контроля (модельный этап формирования компетенций).

Критерии и шкала оценивания зачета:

Критерий	Этапы формирования компетенций	Количество баллов
Обучающийся демонстрирует знание основных понятий и формул, характеристик, но обладает разрозненными знаниями, без системы, затрудняется построить ответ по плану	Теоретический (знать)	0-10
Обучающийся знает понятия, аксиомы, теоремы, формулы, основные методы статистической обработки информации, способы систематизации знания, демонстрирует структурированные знания по дисциплине, представляет их в виде четкого плана	Теоретический (знать)	11-21
Обучающийся умеет доказывать теоремы, вычислять вероятности, находить числовые характеристики, строить графики, оценивать неизвестные параметры, проверять статистические гипотезы, умеет систематизировать сведения, умеет дать ответ в виде развернутого плана	Модельный (уметь)	22-32

7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы:

ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ЗАЧЕТА

1. Пространство элементарных событий. Классификация случайных событий. Аксиомы теории вероятностей. Свойства вероятности.
2. Классическое и статическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности.
3. Сумма событий. Теоремы сложения вероятностей. Полная группа событий.
4. Произведение событий. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей (для зависимых событий).

5. Независимость событий. Теорема умножения независимых событий. Вероятность появления хотя бы одного из независимых событий.
6. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Приложение формулы полной вероятности.
7. Схема независимых повторных испытаний. Формула Бернулли. Полиномиальная формула.
8. Локальная предельная теорема Муавра-Лапласа. Свойства и график функции Гаусса.
9. Наиболее вероятное число успехов. Среднее число успехов.
10. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа. Свойства функции Лапласа.
11. Применения интегральной теоремы Лапласа. Предельная теорема Пуассона.
12. Цепи Маркова как обобщение схемы Бернулли.
13. Определение случайной величины. Закон распределения вероятностей. Примеры распределения случайной величины. Примеры распределений дискретных случайных величин.
14. Функция распределения, её характеристические свойства. Функция распределения дискретной случайной величины. Вероятности некоторых событий:
    $(\ \geq\ ), (\ >\ ), (\ \leq\ )(\ =\ )$.
15. Абсолютно непрерывные случайные величины. Плотность распределения вероятностей и её свойства. Связь интегральной и дифференциальной функций распределения. Примеры распределения абсолютно непрерывных случайных величин.
16. Многомерные случайные величины. Функция распределения и плотность распределения вероятностей, их свойства. Вероятность попадания двумерных случайных величин: а) в полуполосу; б) в прямоугольник; в) в произвольную область.
17. Условные законы распределения составляющих двумерной случайной величины. Независимые случайные величины. Условия независимости дискретных и абсолютно непрерывных величин.
18. Функция случайной величины. Теорема о независимости случайных величин, являющихся функциями независимых случайных величин. Плотность суммы независимых случайных величин.
19. Математическое ожидание случайной величины и ее свойства. Вычисление математического ожидания дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин.
20. Дисперсия случайной величины и её свойства. Вычисление дисперсии дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин.
21. Ковариация, коэффициент корреляции случайных величин. Их свойства. Вычисление. Коррелированность случайных величин. Линейная регрессия. Вывод уравнения прямой регрессии.
22. Среднее квадратическое отклонение, начальные и центральные моменты, асимметрия, эксцесс случайных величин. Условные математические ожидания.
23. Понятие о случайных процессах.
24. Закон больших чисел. Лемма и неравенство Чебышева. Геометрический смысл. Сходимость по вероятности. Закон больших чисел в форме Чебышева. Усиленный закон больших чисел. Центральная предельная теорема (Ляпунова).
25. Основные задачи и понятия математической статистики. Статистическое распределение, вариационный ряд, полигон и гистограмма. Генеральная и выборочная совокупность. Эмпирическая функция распределения.
26. Выборочные числовые характеристики статистического распределения.
27. Понятие статистической оценки. Требования к оценкам. Несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
28. Методы нахождения точечных оценок параметров.
29. Интервальные оценки. Доверительная вероятность и предельная ошибка выборки.

30. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения а) при известной дисперсии; б) при неизвестной дисперсии. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения.
31. Понятие статистической гипотезы. Статистический критерий проверки статистической гипотезы.
32. Проверка гипотез о равенстве средних.
33. Проверка гипотез о равенстве долей признака.
34. Проверка гипотезы о законе распределении генеральной совокупности.
35. Проверка гипотез об однородности выборок.
36. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.6 программы.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенции.

Краткая характеристика процедуры реализации текущего и промежуточного контроля для оценки компетенций обучающихся представлена в таблице.

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика процедуры оценивания компетенций	Представление оценочного средства в фонде
1.	Устное сообщение (мини-выступление)	Выступление – продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой изложение результатов решения определенной учебно-исследовательской или научной темы. Тематика докладов выдается на первых семинарских занятиях, выбор темы осуществляется студентом самостоятельно. Подготовка осуществляется во внеаудиторное время. На подготовку дается одна-две недели. За неделю до выступления студент должен согласовать с преподавателем план выступления. Регламент – 3-5 мин. на выступление. В оценивании результатов наравне с преподавателем принимают участие студенты группы.	Темы докладов
2.	Тесты	Тесты содержат вопросы теоретического и практического характера по данной теме с выбором ответа и с открытой формой ответа	Тесты
3.	Работа в микрогруппах	Малые группы студентов (по 2-3 человека) получают задание по определенной теме в аудиторное и во внеаудиторное время (сбор материала по теме работы). Текущий контроль проводится в течение выполнения задания на занятии. Прием и защита работы осуществляется в конце занятия или на консультации преподавателя.	Темы заданий для выполнения в микрогруппах
4.	Индивидуальное задание	Составлено по определенной теме, состоит из 7 задач. Выполнение заданий строго индивидуально, исключаются переговоры во	Примерный вариант задания

		время работы.	
5.	Задания-карусель	Представляют собой задачи и вопросы по заявленной заранее теме, которые студенты готовят к занятию. Вопросы-задания предлагаются по кругу своим одногруппникам, за каждый верный ответ студенты получают баллы, причем за задание, которое пропущено или неверно выполнено предыдущим участником и перешедшее к этому студенту, оценивается большим числом баллов.	примерный перечень вопросов-заданий
6.	Контрольная работа	Состоит из 9 задач, первые четыре из которых оцениваются в 3 балла, а следующие пять – в 4 балла. Контрольная работа выполняется во время занятия	Примерный вариант контрольной работы
7.	Проекты	Представляют собой работу по изучению выбранной студентами самостоятельно темы, при этом результат освоения данной темы должен быть представлен в виде образовательного продукта: фрагмента занятия, презентации или вебинара.	Примерный вариант тем проектов
8.	Зачет	Проводится в заданный срок, согласно графику учебного процесса. Зачет проводится в устной форме по билетам, содержащим теоретические вопросы и практические задания. Отметка выставляется, согласно набранным баллам в семестре и на зачете. Критерии оценивания представлены.	Перечень вопросов к зачету

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине
4 семестр

№ п/п	Вид деятельности	Максимальное количество баллов за занятие	Максимальное количество баллов по дисциплине
1.	Посещение лекций	1	9
2.	Посещение практических занятий	1	15
3.	Работа на занятии	12	180
4.	Контрольная работа 1	32	32
5.	Контрольная работа 2	32	32
6.	Зачет	32	32
ИТОГО:	3 зачетных единицы		300

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Контроль-ная работа	Зачет
4 семестр	Разбалловка по видам работ	9 х 1=9 баллов	15 х 1=15 баллов	15 х 12=180 баллов	32 х2=64 балла	32 балла
	Суммарный макс. балл	9 баллов max	24 баллов max	204 баллов max	268баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

По итогам изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» трудоёмкость которой составляет 3 ЗЕ и изучается в 4 семестре, обучающийся набирает определённое количество баллов, которое соответствует отметке, согласно следующей таблице:

	Баллы (3 ЗЕ)
«зачтено»	Более 90
«не зачтено»	90 и менее

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература

1. Белько, Иван Васильевич. Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование : Учебное пособие. - 1. - Минск ; Москва : ООО "Новое знание" : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2016. - 299 с. - ISBN 9785160117485.
   URL: http://znanium.com/go.php?id=542521
2. Бирюкова, Любовь Гавриловна.Теория вероятностей и математическая статистика : Учебное пособие. - 2. - Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2017. - 289 с. - URL: http://znanium.com/go.php?id=370899
3. Гмурман, Владимир Ефимович. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : [учеб. для вузов]. - 11-е изд., стер. - Москва : Высшая школа, 2005. - 478,[1] с.
4. Бочаров, Павел Петрович. Теория вероятностей. Математическая статистика. - 2. - Москва : Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИЗМАТЛИТ), 2005. - 296 с. - ISBN 5-9221-0633-3. URL: http://znanium.com/go.php?id=405754
5. Кобзарь, А.И. Прикладная математическая статистика / А.И. Кобзарь. - 2-е изд., испр. - Москва : Физматлит, 2012. - 816 с. - ISBN 978-5-9221-1375-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82617

Дополнительная литература

6. Белько, Иван Васильевич. Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование : Учебное пособие. - 1. - Минск ; Москва : ООО "Новое знание" : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2016. - 299 с. - ISBN 9785160117485.
   URL: http://znanium.com/go.php?id=542521

7. Бирюкова, Любовь Гавриловна.Теория вероятностей и математическая статистика : Учебное пособие. - 2. - Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2017. - 289 с. - URL: http://znanium.com/go.php?id=370899
8. Гмурман, Владимир Ефимович. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : [учеб. для вузов]. - 11-е изд., стер. - Москва : Высшая школа, 2005. - 478,[1] с.
9. Бочаров, Павел Петрович. Теория вероятностей. Математическая статистика. - 2. - Москва : Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИЗМАТЛИТ), 2005. - 296 с. - ISBN 5-9221-0633-3. URL: http://znanium.com/go.php?id=405754
10. Кобзарь, А.И. Прикладная математическая статистика / А.И. Кобзарь. - 2-е изд., испр. - Москва : Физматлит, 2012. - 816 с. - ISBN 978-5-9221-1375-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82617

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Интернет-ресурсы

«ЭБС ZNANIUM.COM»
ЭБС «Айбукс.ру/ibooks/ru»
ЭБС «Университетская библиотека онлайн
http://window.edu.ru/catalog/resources/uchebnik-matematicheskaya-statistika
http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785991270052.html
http://www.knigafund.ru/books/182451
http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922106260.html
http://old.exponenta.ru/educat/systemat/shelomovsky/book.asp
https://www.google.ru/search?q=statsoft&oq=ststs&aqs=chrome.2.69i57j0l5.9752j0j4&sourceid=chrome&ie=UTF-8
http://statistica.ru/

Электронные библиотечные системы (ЭБС), с которыми сотрудничает «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»

№	Название ЭБС	№, дата договора	Срок использования	Количество пользователей
1	«ЭБС ZNANIUM.COM»	Договор № 2304 от 19.05.2017	с 31.05.2017 по 31.05.2018	6 000
2	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Договор № 1010 от 26.07.2016	с 22.08.2016 по 21.11.2017	6 000

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» изучается студентами в 4 семестре, когда предполагается, что студент владеет необходимым математическим аппаратом и имеет достаточный математический кругозор.

I. При преподавании теории вероятностей следует отметить методологические и мировоззренческие аспекты.

1) Изучение природы окружающих нас явлений происходит методологически иначе: изучаются не сами явления, а их модели (точнее, вероятностные модели).

2) Существует два подхода к определению вероятности: первый - аксиоматический, при котором вероятность определяется как неотрицательная, нормированная, счетно-аддитивная функция, определенная на борелевской алгебре событий, и второй подход, основанный на интуиции, который часто используется при решении практических задач. Классическая вероятность позволяет решать многие практические задачи, но имеет и недостатки: это

жесткий комплекс требований, наложенных на условия применимости определения. Статистическая вероятность является эмпирическим аналогом вероятности, опирающимся на свойство устойчивости относительных частот, она тоже имеет недостатки: определена лишь для конечного числа событий, не раскрывает первоначальный комплекс условий и определяется лишь после опыта. Статистическое определение вероятности дополняет другое определение – геометрическое, позволяющее перейти к событиям с бесконечным числом исходов.

Различные подходы к определению вероятности демонстрируют единство теоретического и эмпирического способа познания мира. И аксиоматический, и интуитивный подходы должны рассматриваться вместе и органично дополнять друг друга.

3) Вероятностно-статистические закономерности обнаруживаются именно при массовом наблюдении. Закон больших чисел выражает взаимосвязь случайного и необходимого, единичного и всеобщего.

II. При обучении решению задач целесообразно сформулировать для студентов алгоритмы, которые не только приучают студентов к определенной последовательности действий, но и помогают видеть в условиях задач схемы, позволяющие правильно выбрать необходимые формулы. Приветствуются разнообразные способы решений.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от студентов систематического посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения контрольных работ, ознакомления с основной и дополнительной литературой, самостоятельной работы.

Присутствие на лекции предполагает слушание и запись лекции. Это важная форма работы студентов, требующая умения выделить и зафиксировать основные определения, положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции у вдумчивого студента, как правило, возникают вопросы по изучаемому материалу.

Лекции имеют, в основном, обзорный характер и нацелены на освещение наиболее трудных вопросов, они призваны способствовать формированию у студентов навыков работы с научной литературой. Предполагается также, что студенты перед прослушиванием лекции предварительно ознакомились с соответствующим учебным материалом по источникам, рекомендуемым программой.

Практическое занятие – важнейшая форма работы студентов, позволяющая научиться применять изученный теоретический материал при решении задач. Именно на семинарском занятии каждый студент имеет возможность проверить глубину усвоения учебного материала, применить полученные теоретические знания для решения конкретных практических задач и моделей.

Практические занятия направлены на выработку навыков решения теоретических и прикладных задач, совершенствование навыков интеллектуальной работы.

Одним из основных методов обучения является самостоятельная работа студентов с учебно-методическими материалами, научной литературой, статистическими данными.

Для успешного усвоения дисциплины рекомендуем придерживаться следующих рекомендаций.

- Для глубокого усвоения темы требуется работа, заключающаяся в тщательном изучении теории и систематическом решении очень большого количества разнообразных задач.
- Овладение вероятностно - статистическими знаниями должно происходить при условии достаточной активности студента. Внимательное, критическое восприятие материала на лекции и систематическая самостоятельная работа – залог будущих прочных знаний.
- Основный материал по изучаемой теме требуется записывать на лекции, а при подготовке к практическим занятиям, кроме разбора лекционных записей, необходимо найти и прочесть материал, указанный в основной и дополнительной литературе.

- Определение новых понятий следует выучить наизусть. Формулы легко запоминаются, если понятно их содержание, смысл, тогда они правильно применяются при решении задач.

Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Владова Е.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: / Е.В. Владова // Учебно-методическое пособие. Ульяновск: УлГПУ, 2010. – 137с. (Библиотека УЛГПУ).
2. Владова Е.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: / Е.В. Владова // Учебно-методическое пособие. Ульяновск: УлГПУ, 2017. – 56 с. (Библиотека УЛГПУ).

Планы практических занятий

Тема 1. Основные понятия теории вероятностей. Классическое, геометрическое, статистическое и аксиоматическое определение вероятности (2 занятия).

Цель занятия: познакомить студентов с основными понятиями теории вероятностей: пространством элементарных событий, вероятностью, научить студентов вычислять вероятности случайных событий по классической формуле, используя формулы комбинаторики, а также вычислять вероятность случайного события, используя геометрическое определение вероятности.

При подготовке к занятиям и выполнении домашнего задания удобно использовать учебно-методические пособия:

1. Владова Е.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: / Е.В. Владова // Учебно-методическое пособие. Ульяновск: УлГПУ, 2010. – 137с.
2. Владова Е.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: / Е.В. Владова // Учебно-методическое пособие. Ульяновск: УлГПУ, 2017. – 56 с.

План занятия:

1. Повторение основных правил и формул комбинаторики. Решение набора задач, позволяющих отработать навык применения формул комбинаторики.
2. Вычисление вероятностей случайных событий с применением формул комбинаторики.[1], с.7-8.
3. Вычисление вероятностей с помощью геометрического определения. [1], с.9-11.
4. Для самостоятельного изучения предлагаются темы, связанные с историей возникновения и развития вероятностных знаний и формирования теории вероятностей как науки:
   - История развития теории вероятности как науки.
   - Задачи вероятностного характера в различных азартных играх.
   - Изучение теории вероятностей в работах Паскаля, Ферма, Гюйгенса. Теория ошибок измерения и парадоксы Бертрана.
   - Российская школа теории вероятностей.

Рекомендации к самостоятельной работе

Подготовка к устному докладу.

Доклады делаются по каждой теме с целью проверки теоретических знаний обучающегося, его способности самостоятельно приобретать новые знания, работать с информационными ресурсами и извлекать нужную информацию.

Доклады заслушиваются в начале практического занятия после изучения соответствующей темы. Продолжительность доклада не должна превышать 5 минут. Тему доклада студент выбирает по желанию из предложенного списка.

При подготовке доклада студент должен изучить теоретический материал, используя основную и дополнительную литературу, обязательно составить план доклада (перечень рассматриваемых им вопросов, отражающих структуру и последовательность материала),

подготовить раздаточный материал или презентацию. План доклада необходимо предварительно согласовать с преподавателем.

Выступление должно строиться свободно, убедительно и аргументировано. Преподаватель следит, чтобы выступление не сводилось к простому воспроизведению текста, не допускается простое чтение составленного конспекта доклада. Выступающий также должен быть готовым к вопросам аудитории и дискуссии.

Методические рекомендации к практическим занятиям:

При решении задач по некоторым темам полезно использовать следующие алгоритмы. Анализ и решение задач на классическую формулу вероятности могут быть выполнены по следующей схеме:

1) уяснить, в чём состоит испытание (опыт);
2) установить, являются ли исходы испытания несовместными и равновероятными;
3) найти число всех возможных исходов испытания (n);
4) сформулировать событие (A), вероятность которого требуется найти;
5) подсчитать число исходов испытания, благоприятствующих данному событию (m).
6) по классической формуле вычислить вероятность события: ( ) = —.

При подсчёте числа комбинаций рекомендуется придерживаться данной схемы:

1) определить, каково основное множество, подсчитать число его элементов n;
2) подсчитать m – число элементов, входящих в выборку (длину кортежа).
3) выяснить: а) упорядоченные или неупорядоченные эти выборки; б) могут повторяться или нет элементы в выборке.

Тема 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формулы Байеса (2 занятия).

Цель занятия: сформировать понятия суммы и произведения событий, полной группы событий, научить студентов вычислять вероятности с использованием теорем сложения и умножения вероятностей, а также вычислять вероятности по формуле полной вероятности и формулам Байеса.

План занятия:

1. Повторение определений суммы, произведения событий, совместных и несовместных, зависимых и независимых событий. Повторить формулировки теорем сложения и умножения вероятностей.
2. Решение задач с использованием теорем сложения и умножения. [1], с.15-16.
3. Повторение определения полной группы событий, гипотез, формулы полной вероятности и формул Байеса.
4. Решение задач с использованием формул полной вероятности и формул Байеса. [1], с.17-18.
5. Самостоятельное решение задач.

Методические рекомендации к практическим занятиям:

При использовании теорем сложения и умножения вероятностей полезно следовать указанному алгоритму:

1) выясните, в чём состоит рассматриваемое в задаче испытание;
2) обозначьте буквами события, рассматриваемые в условии задачи;
3) выразите событие, вероятность наступления которого необходимо найти, через введенные (и обозначенные буквами) события;
4) при вычислении вероятности суммы событий выясните, совместны или несовместны рассматриваемые события;
5) для определения вероятность произведения событий выясните, зависимы или независимы данные события;
6) выбрать соответствующую формулу.

При вычислении полной вероятности события удобно использовать следующий алгоритм:

1) выяснить, в чем заключается событие, вероятность которого надо найти, или которое уже наступило.
2) составить множество попарно несовместных гипотез , , … , и проверить, что сумма гипотез совпадает с пространством Ω;
3) вычислить вероятности гипотез и условные вероятности события A при условии, что наступил , если они не даны в условии задачи;
4) вычислить по формуле полной вероятности вероятность события A или по формулам Байеса вероятности гипотез при условии, что A произошло.

Тема 3. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли. Наиболее вероятное число «успехов» (2 занятия).

Цель занятия: сформировать у студентов навык выделения в задачах схемы независимых повторных испытаний с двумя исходами, умение вычислять вероятности по формуле Бернулли, находить наиболее вероятное число успехов, применять предельные теоремы схемы Бернулли.

План занятия:

1. Повторение теоретического материала: условий применимости формулы Бернулли (схема Бернулли), формулы Бернулли, неравенства для наиболее вероятного числа успехов, полиномиальной формулы. 1], с.21-23.
2. Решение задач на схему Бернулли и полиномиальную формулу.
3. Повторение теоретического материала для использования предельных теорем схемы Бернулли: локальной, интегральной теорем Лапласа, теоремы Пуассона. Выяснить свойства функции Гаусса и функции Лапласа.
4. Решение задач с помощью предельных формул схемы Бернулли. [1], с.26-28

Методические рекомендации к практическим занятиям:

Для выяснения соответствия условия задачи «схеме Бернулли», требуется убедиться в том, что

1) в задаче имеют место n повторяющихся независимых испытаний;
2) каждое испытание имеет два исхода: «успех» и «неудача»;
3) вероятность «успеха» (появления события) в каждом испытании постоянна.

При выборе формулы в схеме Бернулли полезно руководствоваться следующим правилом:

1) если n мало, то следует использовать формулу Бернулли:
$$(\quad) = \qquad ;$$
2) если n велико $\neq 0$, $\neq 1$, то нужно использовать локальную формулу Лапласа:
$$(\quad) \approx \frac{1}{\quad} \cdot \quad (\quad), \text{где} \quad = \frac{-}{\quad};$$
3) если n велико, а p мало, $np \leq 10$, то для вычисления ( ) применима формула Пуассона:
$$(\quad) \approx \frac{}{\quad !}, \text{где} \quad = \quad ;$$
4) при большом числе слагаемых ≤ 20 применяется интегральная формула Лапласа:
$$(\quad) \approx \Phi(\quad) - \Phi(\quad), \text{где} \quad = \frac{}{\sqrt{\quad}}, \quad = \frac{}{\sqrt{\quad}}.$$

Если имеется последовательность независимых испытаний с k исключающими друг друга исходами , , … , , при этом в каждом испытании события , , … , наступают соответственно с вероятностям , , … , . Тогда вероятность (, , … ,) того, что в n независимых испытаниях событие наступит раз, − раза, и т. д. − раза, вычисляется по полиномиальной формуле:

$$(\quad , \quad , \dots , \quad) = \frac{(\qquad)!}{\quad ! \quad !\dots \quad !} \qquad \dots \quad .$$

Раздел 2. Случайные величины.

Тема 4. Дискретные и непрерывные случайные величины. Функции случайных величин (2 занятия).

Цель занятия: вести понятие случайной величины, научить студентов определять в задаче случайные величины, составлять законы распределения вероятностей случайных величин; сформировать понятие функции случайных величин и способствовать выработке умений находить законы распределения вероятностей функций случайных величин.

План занятия:

1. Повторение теоретического материала: определение случайной величины, множества возможных значений случайной величины, закона распределения вероятностей, примеры дискретных случайных величин, функции распределения вероятностей; определение абсолютно непрерывной случайной величины, плотности распределения вероятностей, примеры абсолютных распределений.
2. Решение задач по данной теме (на первом занятии - для дискретных случайных величин, на втором – для абсолютно непрерывных). [1], с.35-37, с.41-43.

Методические рекомендации к практическим занятиям:

При нахождении <u>дискретного закона</u> распределения рекомендуется следующий алгоритм.

1) Выяснить, что является случайной величиной в данной задаче;
2) Найти множество возможных значений случайной величины;
3) Вычислить соответствующие вероятности;
4) Составить таблицу распределения вероятностей, убедиться, что $\sum \quad = 1$.

При нахождении <u>функции распределения вероятностей</u> по определению, учесть ступенчатость для дискретной случайной величины ($(\ ) = \sum \quad$) и непрерывность для абсолютно непрерывной случайной величины. Использовать связь функции распределения и плотности распределения вероятностей: $(\ ) = \int \ (\ )$ и $(\ ) = \ (\ )$. Для вычисления вероятности попадания дискретной случайной величины в промежуток использовать формулу: $(\ \leq \ < \ ) = \ (\ ) - \ (\ )$, а для абсолютно непрерывной – также с помощью формулы: $(\ \leq \ < \ ) = \int \ (\ )$.

Тема 5. Многомерные случайные величины. Условные законы распределения вероятностей. Независимость случайных величин.

Цель занятия: сформировать понятие случайного вектора и выработать навыки нахождения законов распределения вероятностей для двумерных дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин, задавать их с помощью таблицы распределения, функции распределения вероятностей и дифференциальной или интегральной функции соответственно; находить вероятности попадания двумерного случайного вектора в различные плоские области; сформировать понятие независимых случайных величин и условных законов распределения, научить использовать их в задачах.

План занятия:

1. Повторение теоретического материала: определение случайного вектора, закона распределения вероятностей, интегральная и дифференциальная функция распределения, вероятности попадания в области; независимых случайных величин.
2. Решение задач по данной теме: а) для дискретных случайных векторов; б) для абсолютно непрерывных случайных векторов; в) определение независимости компонент случайных векторов; г) нахождение условных законов распределения составляющих случайных векторов. [1], с.47-50.

Методические рекомендации к практическим занятиям:

1. Задачи на определение дискретного закона распределения не вызывают обычно затруднений. Для составления закона распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины необходимо найти множества возможных значений компонент и убедиться, что $\sum \sum = 1$. Для вычисления вероятности попадания двумерной дискретной случайной величины в прямоугольник применяется формула: $(\leq < , \leq <) = (,) + (, ,) - (,) - (,)$.
2. Для решения задач, касающихся абсолютно непрерывных случайных величин, необходимо владеть навыками дифференцирования и интегрирования функций нескольких переменных. Для нахождения двумерной плотности распределения и интегральной функции распределения потребуются навыки вычисления частных производных и кратных интегралов. Для абсолютно непрерывных случайных векторов используются формулы: $(,) = \frac{^2 (,)}{}$ и $(,) = \int \int (,)$, для подсчета вероятности попадания двумерной случайной величины в произвольную область применяется формула: $(,) = (,)$.

Тема 6. Числовые характеристики случайных величин. Закон больших чисел. Случайные процессы (2 занятия).

Цель занятия: овладеть навыками вычисления числовых характеристик случайных величин; научить применять теоремы, входящие в закон больших чисел, для оценки вероятностей некоторых событий.

План занятия:

1. Повторение определений числовых характеристик случайных величин, их смысл и их свойства.
2. Вычисление числовых характеристик дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин в задачах.
3. Решение задач, предполагающих использование свойств числовых характеристик. [1], с.56-61.
4. Повторение ряда теорем, входящих в закон больших чисел, и их следствий для оценки вероятностей некоторых событий.
5. Решение задач, в которых необходимо оценить вероятности с использованием закона больших чисел, проверка возможности применений теорем к определенному комплексу условий. [1], с.64-66.
6. Задание для самостоятельной работы: изучить тему «Случайные процессы» и выполнить с докладами.

Методические рекомендации к практическим занятиям:

1. Для решения задач на вычисление числовых характеристик случайных величин, необходимо знать не только формулы для их вычисления, но и смысл этих характеристик. Требуется сформировать умение вычислять числовые характеристики не только непосредственно по формуле, но и с использованием свойств этих характеристик. Для известных законов распределений (биномиального, геометрического, равномерного, нормального, показательного) полезно знать наизусть формулы для математического ожидания и дисперсии с целью применения их к решению более сложных задач.
2. Для решения задач, в которых следует оценить вероятности некоторых событий с помощью закона больших чисел, следует хорошо знать условия применимости неравенств, позволяющих оценить требуемые вероятности. При решении задач нужно обязательно проверять возможности применения закона больших чисел к условиям

конкретной задачи. Возможно, для оценок вероятностей потребуется вычислить предварительно некоторые числовые характеристики.

Рекомендации к самостоятельной работе

Подготовка к устному докладу.

Доклады делаются по каждой теме с целью проверки теоретических знаний обучающегося, его способности самостоятельно приобретать новые знания, работать с информационными ресурсами и извлекать нужную информацию.

Доклады заслушиваются в начале практического занятия после изучения соответствующей темы. Продолжительность доклада не должна превышать 5 минут. Тему доклада студент выбирает по желанию из предложенного списка.

При подготовке доклада студент должен изучить теоретический материал, используя основную и дополнительную литературу, обязательно составить план доклада (перечень рассматриваемых им вопросов, отражающих структуру и последовательность материала), подготовить раздаточный материал или презентацию. План доклада необходимо предварительно согласовать с преподавателем.

Выступление должно строиться свободно, убедительно и аргументировано. Преподаватель следит, чтобы выступление не сводилось к простому воспроизведению текста, не допускается простое чтение составленного конспекта доклада. Выступающий также должен быть готовым к вопросам аудитории и дискуссии.

Раздел 3. Математическая статистика.
Тема 7. Выборочный метод в математической статистике.

Цель занятия: сформировать основные понятия математической статистики, научить студентов использовать выборочный метод для изучения некоторого признака, вычислять выборочные числовые характеристики, находить точечные и интервальные оценки параметров.

План занятия:

1. Выступления студентов с докладами по теме самостоятельно изученного материала.
2. Повторение теоретических сведений об основных понятиях и выборочном методе в математической статистике.
3. Решение задач по теме. [1], с.81-84.

Методические рекомендации к практическим занятиям

При изучении данной темы требуется усвоение следующих вопросов: способы сбора статистических данных, построение вариационных рядов, их графическое изображение, выборочные числовые характеристики, понятие статистической оценки и требования, предъявляемые к оценкам, методы получения точечных оценок неизвестных параметров распределения, интервальное оценивание с помощью построения доверительных интервалов для неизвестных статистических параметров распределения. Можно предложить студентам выполнить лабораторную работу «Методы сбора и обработки статистических данных».

Интерактивная форма: проектные технологии «Методы сбора и обработки информации».

Тема 8. Статистические методы изучения зависимостей (2 занятия).
величин (2 занятия).

Цель занятия: овладение элементами корреляционного и регрессионного анализа.

План занятия:

1. Повторение теоретического материала: корреляционная зависимость, коэффициент корреляции и его свойства, уравнение регрессии, ранговая корреляция.
2. Решение задач по данной теме (на первом занятии – вычисление выборочного коэффициента корреляции, нахождение уравнений регрессии, на втором занятии – коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла). [1], с.87-89.

Методические рекомендации к практическим занятиям:

При изучении данной темы нужно рассмотреть с примерами виды зависимостей между величинами: функциональную, статистическую и корреляционную; изучить линейную парную регрессию и метод наименьших квадратов, с помощью которого определяются неизвестные коэффициенты уравнения линейной регрессии. Далее предполагается изучить понятие коэффициента корреляции, его смысл, свойства, корреляционное отношение, индекс корреляции, коэффициенты ранговой корреляции, коэффициент регрессии, функции регрессии.

Интерактивная форма: работа в микрогруппах «Корреляционные и регрессионные модели».

Тема 9. Проверка статистических гипотез.

Цель занятия: изучить понятие статистических гипотез, статистического критерия, овладеть студентами схемой проверки статистических гипотез - с помощью статистического критерия.

План занятия:

1. Повторение теоретического материала: определение статистической гипотезы, статистического критерия, критической области, ошибки первого рода, второго рода, мощности критерия, указание общей схемы проверки статистических гипотез.
2. Решение задач на проверку статистических гипотез о равенстве средних, гипотезы о равенстве долей признака, гипотезы о законе распределении генеральной совокупности, гипотезы об однородности выборок. [1], с.100-102.

Методические рекомендации к практическим занятиям:

Прежде, чем приступать к проверке различных гипотез, целесообразно сформулировать принцип практической уверенности, лежащий в основе выводов. Повторить основные сведения о статистических гипотезах и их проверке, выяснить смысл теоремы Неймана-Пирсона. Следует подчеркнуть, что принцип проверки статистической гипотезы не дает логического доказательства ее верности или неверности. Принятие гипотезы расценивается как достаточно правдоподобное, не противоречащее опыту утверждение.

Интерактивная форма: проекты.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Лицензионные программы

- Архиватор 7-Zip, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
- Антивирус ESET Endpoint Antivirus for Windows, лицензия EAV-0120085134, контракт №260916-ЛД от 12.12.2016 г., действующая лицензия.
- Операционная система Windows 7, договор 0368100013813000025-0003977-01 от 17.06.2013г., действующая лицензия.
- Офисный пакет программ Office Standard 2013 RUS OLP NL Acdmc, договор 0368100013813000025-0003977-01 от 17.06.2013 г., действующая лицензия.
- Программа для просмотра файлов формата DjVu WinDjView, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
- Программа для просмотра файлов формата PDF Adobe Reader XI, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
- Браузер Google Chrome, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Аудитория № 105, главный корпус. Аудитория для лекционных занятий	Посадочные места - 100 Мультимедийный комплекс для аудитории в составе: Компьютер, проектор, акустическая система, интерактивный проектор. Ин. №BA0000005238. Комплект аудиторной мебели – 1 шт. Стол преподавателя – 1 шт. Витрина – 3 шт. Трибуна – 1 шт. Тумба стеклянная – 1 шт. Сплит-система – 1 шт. Жалюзи – 3 шт. Доска магнитно-маркерная – 1 шт. Доска учебная одностворчатая – 1 шт.	* Архиватор 7-Zip, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Антивирус ESET Endpoint Antivirus for Windows, лицензия EAV-0120085134, контракт №260916-ЛД от 12.12.2016 г., действующая лицензия. * Операционная система Windows 7 Pro, договор 0368100013813000025-0003977-01 от 17.06.2013 г., действующая лицензия. * Офисный пакет программ Office Standard 2013 RUS OLP NL Acdmc, договор 0368100013813000025-0003977-01 от 17.06.2013 г., действующая лицензия. * Программа для просмотра файлов формата DjVu WinDjView, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Программа для просмотра файлов формата PDF Adobe Reader XI, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Браузер Google Chrome, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
Аудитория № 417 Аудитория для лекционных занятий	Посадочные места – 50 Преподавательский стол – 1 шт. Столы ученические двуместные – 14шт. Столы ученические трехместные – 8 шт. Тумба под компьютер – 1шт. Встроенные шкафы – 2 шт. Стулья – 50 шт. Мультимедийный класс в	* Архиватор 7-Zip, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Антивирус ESET Endpoint Antivirus for Windows, лицензия EAV-0120085134, контракт №260916-ЛД от 12.12.2016 г., действующая лицензия. * Операционная система

	составе: интерактивная система SMART Boaro SB 685. Ноутбук HP Pavilion g6-2364. Ин. номе BA0000005863. Доска – 1 шт. Жалюзи – 3 шт. Стул из кожи черный – 1 шт.	Windows 8 Pro, договор №0368100013813000032-0003977-01 от 09.07.2013 г., действующая лицензия. * Офисный пакет программ Office Standard 2013 RUS OLP NL Acdmc, договор №0368100013813000032-0003977-01 от 09.07.2013 г., действующая лицензия * Программа для просмотра файлов формата DjVu WinDjView, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Программа для просмотра файлов формата PDF Adobe Reader XI, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Браузер Google Chrome, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.