Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической
работе
_____ С.Н. Титов
«24» июня 2022 г.

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Программа учебной дисциплины
Модуля специальных разделов предметной области

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.01 Педагогическое образование,

направленность (профиль) образовательной программы
Математика

(заочная форма обучения)

Составитель: Макеева О.В., к.ф.-м.н.,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от «25» марта 2022 г. №5

Ульяновск, 2022

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория функций действительного переменного» относится к Модулю специальных разделов предметной области Части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1. Дисциплины (модули) учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы «Математика», заочной формы обучения.

Процесс освоения дисциплины использует результаты изучения учебной дисциплины «Математический анализ».

Результаты освоения дисциплины необходимы для Подготовки к сдаче и сдачи государственного экзамена и Выполнения и защиты выпускной квалификационной работы Блока 3. Государственная итоговая аттестация.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью изучения дисциплины является подготовка бакалавра к профессиональной деятельности педагога образовательной организации. Дисциплина предназначена дать будущим учителям профессиональную (теоретическую и практическую) подготовку в области теории и методики обучения математике на различных ступенях образования.

Задачами изучения дисциплины являются освоение системы базовых понятий, структур и методов математического анализа в широком смысле, развитие умения работать с математическими объектами высокого уровня абстракции, формирование системных знаний по базовым разделам современной математики, а также представлений о структуре математического знания в целом.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. УК 1.2 – Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и	ОР-1. Знает о взаимосвязи инструментария и модельных задач различных разделов математического анализа в широком смысле	ОР-2. Умеет отбирать и применять адекватные инструменты для решения модельных задач различных разделов математического анализа в широком смысле	ОР-3. Владеет способностью систематизировать результаты решения модельных задач различных разделов математического анализа в широком смысле

чужой мыслительной деятельности.			
ПК-1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач. ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	ОР-4. Знает инструментальные возможности функционального анализа для решения задач математического анализа и элементарной математики	ОР-5. Умеет применять инструменты функционального анализа для решения задач математического анализа и элементарной математики	
ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов. ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной	ОР-6. Знает о прикладном характере математических моделей, построенных на основе теории функций вещественной переменной и возможностях их использования для формирования просветительских запросов обучающихся.	ОР-7. Умеет осмысливать прикладной характер математических моделей, построенных на основе теории функций вещественной переменной и использовать их возможности для формирования просветительских запросов обучающихся.	ОР-8. Владеет способностью организовывать интеграцию результатов решения модельных задач различных разделов математического анализа в широком смысле в единую систему знаний

деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).			

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Всего		Учебные занятия					Форма промежуточной аттестации
	Трудоемк.		Лекции, час	Практические занятия, час	В том числе практическая подготовка, час	Лабораторные занятия, час	Самостоятельная работа, час	
	Зач. ед.	Часы						
5	2	72	2	6	-	-	58	6 зачет
Итого:	2	72	2	6	-	-	58	6 зачет

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1.Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ п/п	Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
		Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
5 семестр					
1.	Элементы теории множеств	1	3		28

2.	Начала функционального анализа	1	3		30
	Итого	**2**	**6**		**58**

3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Раздел 1. Элементы теории множеств.

Множество как неопределяемое понятие в теории Кантора. Равномощные множества. Мощность множества. Конечные множества. Счетные множества. Счетность множества целых чисел, множества рациональных чисел, множества алгебраических чисел. Несчетность отрезка [0;1]. Множества мощности континуум.

Несчетность множества иррациональных чисел, множества трансцендентных чисел, множества действительных чисел, множества комплексных чисел. Сравнение мощностей. Теорема Кантора-Бернштейна. Булеан множества. Теорема Кантора о сравнении мощности множества и мощности его булеана. Примеры множеств мощности гиперконтинуум. Бесконечность шкалы мощностей.

Раздел 2. Начала функционального анализа.

Метрика как функция двух переменных. Метрическое пространство, примеры метрических пространств. Предел последовательности точек метрического пространства. Открытые, замкнутые, совершенные множества. Множество Кантора и его свойства. Полные метрические пространства. Непрерывные отображения метрических пространств. Сжимающие отображения метрических пространств. Теорема Банаха (принцип сжимающих отображений). Примеры.

Нормированные пространства, примеры. Банаховы пространства. Связь метрики и нормы.

Пространства со скалярным произведением, примеры. Неравенство Коши-Буняковского. Гильбертовы пространства. Ортогональные системы векторов. Ряды Фурье по ортогональной системе векторов, неравенство Бесселя, равенство Парсеваля. Ортонормированные базисы. Изоморфизм гильбертовых пространств одинаковой размерности.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал

служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения проверочных и лабораторных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме подготовки к устным выступлениям (комментирование решения задач домашних заданий, итоговой контрольной работы, творческого задания; доклады по темам индивидуальных и групповых проектов, рефератов).

ОС-3 Итоговая контрольная работа

Примерное содержание итоговой контрольной работы

1. Докажите, что круг, как множество точек плоскости равномощен кругу с выколотым центром.
2. Найдите мощность множества многочленов, не имеющих действительных корней.
3. Найдите мощность множества бесконечных десятичных дробей, в записи которых не встречается цифра 1.
4. Найдите мощность множества чётных числовых функций.
5. Найдите расстояние между функциями $x(t)=t^3$, $y(t)=3t+4$ в метрическом пространстве $C[0;2]$, $C_1[0;2]$, $C_2[0;2]$.
6. Найдите предел последовательности $x_n(t)=\dfrac{\sin(nt)}{n}$ или докажите, что она расходится в пространстве непрерывных функций $C[-\pi;\pi]$.
7. Найдите внутренность, замыкание, производное множество, множество изолированных точек, границу множества A в метрическом пространстве (M, ρ). Является ли множество A открытым, замкнутым, совершенным, всюду плотным в пространстве (M, ρ)? $(M,\rho)=m$, A – множество финитных последовательностей.
8. Проверьте, является ли отображение $F:C[a,b]\to R$, где $F(y)=\max\limits_{a\le x\le b} y(x)$ – непрерывным?
9. Докажите, что последовательность $x_n=\dfrac{x_{n-1}}{2+x_{n-1}}, x_0=1$ имеет предел и найдите его.
10. Что представляет собой шар $\|x\|\le 1$ на плоскости с нормой R_1^2.

11. Что представляет собой шар $\|x\| \le 1$ на плоскости с нормой, порождённой скалярным произведением: $(a,b) = a_1 \cdot b_1$, где $a = (a_1, a_2)$, $b = (b_1, b_2)$.

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: материалы контрольных работ, индивидуальных и групповых заданий, итоговой контрольной работы. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
1.	**Оценочные средства для текущей аттестации** ОС-1 Контрольная работа ОС-2 Индивидуальное / групповое задание ОС-3 Итоговая контрольная работа	ОР-1. Знает о взаимосвязи инструментария и модельных задач различных разделов математического анализа в широком смысле ОР-2. Умеет отбирать и применять адекватные инструменты для решения модельных задач различных разделов математического анализа в широком смысле ОР-3. Владеет способностью систематизировать результаты решения модельных задач различных разделов математического анализа в широком смысле ОР-4. Знает инструментальные возможности функционального анализа для решения задач математического анализа и элементарной математики ОР-5. Умеет применять инструменты функционального анализа для решения задач математического анализа и элементарной математики ОР-6. Знает о прикладном характере математических моделей, построенных на основе теории функций вещественной переменной и возможностях их использования для формирования просветительских запросов обучающихся
2.	**Оценочные средства для промежуточной аттестации** ОС-4 Зачет в форме устного собеседования	

		ОР-7. Умеет осмысливать прикладной характер математических моделей, построенных на основе теории функций вещественной переменной и использовать их возможности для формирования просветительских запросов обучающихся. ОР-8. Владеет способностью организовывать интеграцию результатов решения модельных задач различных разделов математического анализа в широком смысле в единую систему знаний

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-1 Контрольная работа

1. Докажите счетность множества рациональных чисел любого отрезка [a;b].
2. Какую мощность имеет множество всех точек непрерывной кривой $y = f(x)$, где $x \in [a;b]$.
3. Пусть $X = R$ – множество действительных чисел. Является ли следующая функция $\rho(x,y) = |x^2 - y^2|$ метрикой на данном множестве?
4. Выясните, к какой точке сходится последовательность точек $M_n\left(\frac{n-1}{n}, \frac{2n}{n+1}\right)$ покоординатно. Сходится ли эта последовательность к указанной точке в пространстве R_2^2, R_1^2, R_∞^2?
5. Проверьте, задает ли следующая функция $f(\bar{a}) = |x| + |y|$ норму на множестве векторов плоскости $\bar{a}(x,y)$.
6. Пусть X - множество векторов на плоскости: $\bar{a}(a_1,a_2)$, $\bar{b}(b_1,b_2)$. Задаёт ли следующая формула $(\bar{a},\bar{b}) = a_1b_1 + 2a_2b_2$ скалярное произведение на данном множестве?
7. Найдите неподвижные точки отображения $z = f(y) = y^2(x) - y(x) - x^2$, $y \in C[a,b] \xrightarrow{f} z \in C[a,b]$.
8. Является ли отображение $f:(x,y) \to (u,v)$, где $\begin{cases} u = 0{,}2x + 0{,}4y + 7 \\ v = -0{,}3x - 0{,}6y - 15 \end{cases}$ множества R^2 в себя, сжимающим, если R^2 рассматривается как метрическое пространство R_1^2, R_2^2, R_∞^2?
9. Докажите, что рекуррентная последовательность $x_n = \frac{1}{2}\left(x_{n-1} + \frac{a}{x_{n-1}}\right)$ имеет предел и найдите его. Как эту последовательность можно использовать для приближенного вычисления числа $\sqrt{a}$? Какие методы доказательства данного утверждения вам известны?
10. Решите олимпиадную задачу школьной математики с помощью принципа сжимающих отображений. Можете ли вы решить задачу другим способом?

Вычислите $2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\ldots}}}$.

ОС-2 Индивидуальное / групповое задание

1. Найдите норму элемента $x=(3;-5;-2)$ в пространствах $R_2^3;\ R_1^3;\ R_\infty^3$.
2. Найдите расстояние между элементами $x=(-2;4)$ и $y=(-4;-2)$ в пространстве $R_2^2;\ R_1^2;R_\infty^2$.
3. Изобразите множество точек плоскости (пространства R^2), расстояние от каждой из которых до точки $A(0;0)$ в два раза больше, чем расстояние до точки $B(3;0)$. Решите задачу в пространствах $R_2^2;\ R_1^2;R_\infty^2$.
4. Найдите норму функции $y=\frac{1}{5}(4x^3-x^4)$ в пространствах $C[-1;5];\ C_1[-1;5];\ C_2[-1;5];\ D^1[-1;5];\ D^2[-1;5]$.
5. Найдите расстояние между элементами $x(t)=t^3$ и $y(t)=3t+4$ в пространствах $C[0;2];\ C_1[0;2];\ C_2[0;2];\ D^1[0;2];\ D^2[0;2]$.
6. Проверьте, принадлежит ли открытому шару радиуса R=1 с центром в точке O(0,0,0,…) точка $x=\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{4};-\frac{1}{8};\frac{1}{16};\ldots,\frac{(-1)^n}{2^n};\ldots\right)$ в пространстве $R_2^\infty;\ R_1^\infty;R_\infty^\infty$.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-4 Зачет в форме устного собеседования

Программа зачета

Раздел 1. Элементы теории множеств

1. Множества в теории Г. Кантора. Эквивалентные (равномощные) множества. Понятие мощности множества.
2. Конечные множества. Мощность объединения конечных множеств. Мощность декартова произведения конечных множеств. Мощность булеана конечного множества.
3. Счетные множества. Мощность счетного множества как наименьшая из бесконечных мощностей. Мощность объединения конечного набора счетных множеств, счетного набора конечных множеств, счетного набора счетных множеств. Мощность декартова произведения конечного набора счетных множеств. Мощность множества рациональных чисел. Мощность множества алгебраических чисел.
4. Несчетность множества чисел отрезка [0;1]. Множества мощности континуум. Множества мощности гиперконтинуум.
5. Мощность объединения конечного набора множеств мощности континуум, счетного набора множеств мощности континуум. Мощность объединения, разности множества мощности континуум и счетного множества. Мощность декартова произведения конечного набора множеств мощности континуум. Мощность объединения континуума множеств мощности континуум.

6. Сравнение мощностей. Теорема Кантора-Бернштейна. Теорема Кантора (сравнение мощности множества и его булеана). Бесконечность шкалы мощностей (кардинальных чисел).

Раздел 2. Начала функционального анализа

7. Понятие метрического пространства. Важнейшие примеры метрических пространств.
8. Сходимость последовательности точек в метрическом пространстве. Единственность предела. Сходимость и ограниченность. Сходимость в важнейших метрических пространствах.
9. Внутренние точки, точки прикосновения, предельные точки, изолированные точки, граничные точки множества в метрическом пространстве. Внутренность, замыкание, производное множество, граница множества в метрическом пространстве. Открытые, замкнутые, совершенные множества.
10. Строение открытых, замкнутых, совершенных множеств в пространстве действительных чисел. Канторово совершенное множество.
11. Фундаментальные последовательности точек метрического пространства. Сходимость и фундаментальность. Полные метрические пространства. Пополнение метрического пространства. Примеры.
12. Непрерывные отображения метрических пространств. Сжимающие отображения метрических пространств. Непрерывность сжимающего отображения.Неподвижные точки отображения метрического пространства в себя. Принцип сжимающих отображений (теорема Банаха).
13. Понятие нормированного пространства. Метрика в нормированном пространстве. Банаховы пространства. Примеры.
14. Понятие пространства со скалярным произведением. Неравенство Коши-Буняковского. Норма и метрика в пространстве со скалярным произведением. Гильбертовы пространства. Примеры.
15. Ортогональные векторы в гильбертовом пространстве. Теорема Пифагора. Ряд Фурье по ортогональной системе векторов. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля.
16. Ортогональные и ортонормированные базисы в гильбертовом пространстве. Изоморфизм счетномерных гильбертовых пространств.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования баллов, набранных в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Зачет	Итоговая сумма баллов
$1\times1=1$	$1\times3=3$	164	32	200

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Результат	Баллы (2 ЗЕ)
«зачтено»	101-200 баллов
«не зачтено»	0-100 баллов

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

Занятие 1 (1 час). Равномощные множества

Материал для освоения

1. Эквивалентные (равномощные) множества.
2. Понятие мощности множества.
3. Геометрическое и аналитическое доказательство равномощности двух множеств.

Занятие 2 (1 час). Счетные множества

Материал для освоения

1. Конечные множества и операции над ними; мощность. Связь с комбинаторными задачами.
2. Мощность булеана конечного множества.
3. Счетные множества.
4. Доказательство счетности множества.

Занятие 3 (1 час). Множества мощности континуум

Материал для освоения

1. Множества мощности континуум на числовой прямой, на координатной плоскости.
2. Доказательство континуальности множества.

3. Множество Кантора.

Занятие 4 (1 час). Метрические пространства
Материал для освоения

1. Важнейшие примеры метрических пространств.
2. Сходимость последовательности точек в метрическом пространстве.
3. Строение точечных множеств в метрическом пространстве.
4. Непрерывные отображения метрических пространств.
5. Сжимающие отображения метрических пространств.

Занятие 5 (1 час). Нормированные пространства
Материал для освоения

1. Понятие нормированного пространства.
2. Примеры нормированных пространств.
3. Метрика в нормированном пространстве.
4. Банаховы пространства. Примеры.

Занятие 6 (1 час). Пространства со скалярным произведением
Материал для освоения

1. Понятие пространства со скалярным произведением.
2. Неравенство Коши-Буняковского.
3. Норма и метрика в пространстве со скалярным произведением.
4. Гильбертовы пространства. Примеры.
5. Ортогональные векторы в гильбертовом пространстве.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Быкова, О. Н. Теория функций действительного переменного: Учебное пособие / Быкова О.Н., Колягин С.Ю., Кукушкин Б.Н. - Москва : КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 196 с. ISBN 978-5-905554-21-6. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/520537. – Режим доступа: по подписке.
2. Ульянов, П. Л. Действительный анализ в задачах [Электронный ресурс] / П. Л. Ульянов, А. Н. Бахвалов, М. И. Дьяченко и др. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 416 с. - ISBN 5-9221-0595-7. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/544632. – Режим доступа: по подписке.

Дополнительная литература

1. Натансон, И. П. Основы теории функций вещественной переменной / И. П. Натансон. – Ленинград : Издательство Ленинградского Университета, 1941. – 296 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=102622. – ISBN 978-5-4460-7408-2. – Текст : электронный.
2. Треногин, В. А. Функциональный анализ : учебник / В. А. Треногин. – 3-е изд., испр. – Москва : Физматлит, 2002. – 488 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82613. – ISBN 5-9221-0272-9. – Текст : электронный.