Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
25 июня 2021 г.

ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ И ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ

Программа учебной дисциплины модуля
«Специальные разделы предметной области»

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Иностранный язык

(очная форма обучения)

Составитель: Гришина С.А., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от 21.06.2021 №7

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория чисел и диофантовы уравнения» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1. Дисциплины (модули) модуля Специальные разделы предметной области учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Иностранный язык», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса «Алгебра» или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования, а также курса «Основы высшей алгебры».

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик: «Основания арифметики», «Избранные вопросы алгебры и геометрии», «Учебная (научно-исследовательская работа, получение первичных навыков научно-исследовательской работы) Курсовая работа №1» и итоговой аттестации.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины «Теория чисел и диофантовы уравнения» является сообщить основные сведения из элементарной теории чисел и содействовать формированию у будущего учителя глубоких арифметических представлений, без наличия которых невозможно правильное понимание развития многих других разделов математики и построение математики в целом.

Задачей освоения дисциплины является: познакомить с важнейшими арифметическими функциями, являющимися аппаратом теоретико-числовых исследований и вопросами распределения простых чисел; выработать навыки решения задач теории сравнений и ее многочисленных арифметических приложений; сформировать понятие о специальном аппарате представления действительных чисел и ввести в круг вопросов, связанных с приближением действительных чисел рациональными; познакомить с вопросами арифметической природы чисел.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Теория чисел и диофантовы уравнения» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
ПК-12 - Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения), анализировать их в единстве содержания, формы			

и выполняемых функций. ПК-12.1. Знает формулировки определений, содержательное значение терминов и понятий предметной области, правила и алгоритмы оперирования с объектами предметной области, понимает взаимосвязь между структурными элементами; имеет представление о функциях и практическом применении изучаемых объектов. ПК-12.2. Умеет выделять и анализировать структурные элементы, входящие в систему познания предметной области; определять логическую взаимосвязь между компонентами предметной области; строить логически верные и обоснованные рассуждения; решать задачи предметной области.	ОР-1. возможности применения полученных сведений к решению задач школьного курса математики, а также в смежных научных областях	ОР-2. решать задачи школьного курса математики повышенной сложности, решать и составлять прикладные задачи по дисциплине	

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия					Форма итоговой аттестации
	Всего	Лекции, час	Лабораторные заня	Практические	Самостоятельная	
	Трудоемкость					

	Зачет. ед.	Часы		тия, час	заняти я, час	работ а, час	
3	3	108	18	-	30	33	Экзамен
Итого:	3	108	18	-	30	33	Экзамен (27)

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ п/п	Наименование разделов и тем (с разбивкой на модули)	Количество часов по формам организации обучения			
		Лекционные занятия	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа
1	Делимость в кольце целых чисел и простые числа.	4	-	8	6
2	Цепные дроби.	2	-	4	6
3	Арифметические функции.	2	-	2	6
4	Теория сравнений. Арифметические приложения теории сравнений. Диофантовы уравнения	8	-	12	6
5	Алгебраические и трансцендентные числа.	2	-	4	9
Итого		**18**	**-**	**30**	**33**

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса

№	Наименование разделов и тем	Содержание разделов и тем
1	Делимость в кольце целых чисел и простые числа.	предмет теории чисел, краткая история развития теории чисел. Теорема о делении с остатком. Отношение делимости в кольце целых чисел. НОД и НОК целых чисел, их свойства. Алгоритм Евклида и его приложения. Свойства взаимно простых чисел. Простые и составные числа. Бесконечность множества простых чисел в натуральном ряду. Теорема о разложении натурального числа на простые множители. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение натурального числа. Основное свойство простого числа. Функция Чебышева и ее свойства.

2	Цепные дроби.	Цепная дробь, порядок цепной дроби, неполные частные цепной дроби, подходящие дроби, числители и знаменатели подходящих дробей, значение цепной дроби, полные частные цепной дроби. Свойства числителей и знаменателей подходящих дробей. Свойства подходящих дробей. Существование и единственность значения цепной дроби. Представление действительных чисел цепными дробями. Возможность и единственность такого представления. Интерактивные формы занятий: работа в микрогруппах
3	Арифметические функции.	Сумма делителей ((n) и число делителей ((n). Функция Эйлера ((n). Мультипликативность и явные формулы. Тождество Гаусса для функции Эйлера.
4	Теория сравнений. Арифметические приложения теории сравнений. Диофантовы уравнения	Отношение сравнимости в кольце целых чисел и его свойства. Классы целых чисел по данному модулю и их свойства. Кольцо классов вычетов. Теорема о делителях нуля в кольце классов вычетов. Поле вычетов по простому модулю. Мультипликативная группа классов вычетов, взаимно простых с модулем. Полная и приведенная системы вычетов по данному модулю и их свойства. Теоремы о вычетах линейных форм. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнение и система сравнений с неизвестной величиной. Решение системы сравнений с неизвестной величиной. Сравнения 1-ой степени. Теорема о числе решений сравнения 1-ой степени. Различные способы решения. Равносильные системы. Теорема о равносильности сравнения и системы сравнений. Показатели чисел и классов по данному модулю. Свойства показателей: критерий существования, периодичность, основное свойство, связь с ((m), необходимое и достаточное условие сравнимости степеней одного основания. Вычисление показателя – редукция к степени простого и простому модулю. Показатель степени. Число классов с заданным показателем. Первообразные корни. Основное свойство первообразного корня. Теорема о существовании первообразного корня по простому модулю. Теорема о существовании первообразного корня по модулю 2p(. Модули, по которым существуют первообразные корни. Индексы чисел и классов по данному модулю. Свойства индексов. Применение индексов к решению сравнений 1-ой степени. Проверка правильности выполнения арифметических операций. Доказательство бесконечности множества простых чисел. Нахождение остатков от деления степеней числа.

		Решение неопределенных диофантовых уравнений 1-ой степени. Вывод признаков делимости. Интерактивные формы занятий: работа в микрогруппах
5	Алгебраические и трансцендентные числа.	Определение алгебраического числа, минимального многочлена алгебраического числа, степени алгебраического числа, целого алгебраического числа, трансцендентного числа. Теорема Лиувилля. Применение теоремы Лиувилля к построению трансцендентных чисел с помощью систематических дробей.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения самостоятельных и контрольных работ по дисциплине.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовки к устным выступлениям по материалам лекций, самостоятельных докладов, презентаций;
- подготовка тестов по вопросам программы;
- домашних заданий для самостоятельного решения.

ОС-1. Самостоятельная работа.

1. Найти НОД и НОК чисел и двумя способами. Найти линейное разложение НОД().
2. Найти числа и , если НОД (,) = , НОК (,) = .
3. Решить уравнение в целых числах.
4. Найти все простые числа , для которых - простое.

5. Доказать

ОС-2. Контрольная работа.

1. Используя теорему Эйлера, найти две последние цифры числа .
2. Решить сравнение методом цепных дробей: .
3. Решить систему сравнений:
4. Составить таблицу индексов и антииндексов по модулю 11 . Найти все первообразные корни по данному модулю.
5. Исследовать и решить с помощью индексов двучленное сравнение. Решить сравнения (с помощью индексов)
   1) 2) , 3)
6. Найти число цифр между запятой и первым периодом и длину периода десятичной дроби, в которую обращается обыкновенная несократимая дробь со знаменателем 2200.

ОС-3. Вопросы для самостоятельного изучения обучающимися (темы мини-выступлений и рефератов)

1. Арифметические прогрессии, содержащие бесконечно много простых чисел.
2. Числа рациональные и иррациональные.
3. Иррациональные числа.
4. Число решений уравнения .
5. Суммы по простым числам.
6. Мультипликативные теоретико-числовые функции.
7. Характеры Дирихле.
8. Оценки сумм с характерами.
9. Распределение значений характеров.
10. Характеры мультипликативной полугруппы натуральных чисел.
11. Теоретико-числовые работы П.Л. Чебышева.
12. Квадратичный закон взаимности.
13. Основная теорема арифметики в различных кольцах.
14. Теорема Ван-дер Вардена об арифметических прогрессиях.
15. Магические квадраты.
16. Специальные простые числа.
17. Кольцо чисел Гаусса.
18. Арифметика квадратичных колец.
19. Дружественные и совершенные числа.
20. Число делителей и их сумма.
21. Некоторые специальные теоретико-числовые функции.
22. Различные способы суммирования функций.
23. Представление натуральных чисел суммами квадратов.
24. Средние значения теоретико-числовых функций.
25. Распределение квадратичных вычетов и невычетов.
26. Асимптотический закон распределения простых чисел.
27. Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии.

28. Числа и многочлены Бернулли.
29. Ряды и функции Дирихле.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Гришина С.А., Кувшинова А.Н. Теория чисел: Учебно-методические рекомендации для студентов педагогических университетов. – Ульяновск, УлГПУ им. И.Н. Ульянова, 2017.
2. Ильязова Д.З. Алгебра и теория чисел. Часть 3. – Ульяновск, УлГПУ, 2005. – 24 с.

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 Самостоятельная работа ОС-2 Контрольная работа ОС-3 Защита реферата	ОР-1. Знает возможности применения полученных сведений к решению задач школьного курса математики, а также в смежных научных областях ОР-2. Умеет решать задачи школьного курса математики
	Оценочные средства для промежуточной аттестации	

	зачет (экзамен) ОС-4 Экзамен в форме устного собеседования	повышенной сложности, решать и составлять прикладные задачи по дисциплине

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине «Теория чисел и диофантовы ураавнения».

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-4. Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Отношение делимости в кольце целых чисел (и его свойства.
2. Деление целых чисел с остатком. Теорема о делении целых чисел с остатком.
3. (D и HOD целых чисел. Алгоритм Евклида и HOD двух целых чисел. Свойства HOD.
4. Взаимно простые числа и их свойства.
5. ОК и НОК целых чисел. Свойства НОК.
6. НОД и НОК. Теорема о связи НОД и НОК двух целых чисел.
7. Простые и составные числа и их свойства. Неравенства Чебышева.
8. Основная теорема арифметики и следствия из нее.
9. Числовые функции σ и τ. Теоремы о вычислении значений функций σ и τ.
10. Конечная цепная дробь. Представление рационального числа в виде конечной дроби.
11. Подходящие дроби и их свойства.
12. Сравнение целых чисел и его свойства.
13. Кольцо классов вычетов.
14. Полная система вычетов.
15. Приведенная система вычетов.
16. Теоремы: о группе классов вычетов взаимно простых с модулем; о поле классов вычетов по простому модулю.
17. Функция Эйлера φ и ее мультипликативность.
18. Теоремы о вычислении φ (n); n ((.
19. Теоремы Эйлера и Ферма. Следствие из теоремы Ферма.
20. Сравнения n-ой степени с одним неизвестным.
21. Линейные сравнения с одним неизвестным. Исследование решения.
22. Способы решения линейных сравнений с одним неизвестным.
23. Порядок числа, класса вычетов. Свойства порядка.
24. Первообразный корень. Теорема о числе первообразных корней по простому модулю.
25. Индекс числа по простому модулю. Свойства.
26. Таблица индексов, применение индексов для решения сравнений.

27. Признак делимости Паскаля и следствия из него.
28. Определение длины периода при обращении обыкновенной дроби в десятичную дробь.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
3 семестр	Разбалловка по видам работ	9 х 1=9 баллов	15 х 1=15 баллов	212 баллов	64 балла
	Суммарный макс. балл	9 баллов max	24 балла max	236 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося

Оценка	**Баллы (3 ЗЕ)**
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 и менее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений,

возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

Практическое занятие №1, 2,3. **Отношение делимости в кольце Z. НОД и НОК. Простые и составные числа. Основная теорема арифметики.**

Вопросы к занятию:
1. Отношение делимости в кольце Z. Свойства.
2. Деление с остатком. Теорема о делении с остатком.
3. ОД и НОД двух целых чисел.
4. Алгоритм Евклида. Теорема о нахождении НОД двух целых чисел.
5. Свойства НОД.
6. Взаимно простые числа. Свойства.
7. ОК и НОК двух целых чисел.
8. Теорема о связи НОД и НОК двух целых чисел.
9. Простое число, составное число.
10. Свойства простых и составных чисел.
11. Основная теорема арифметики.
12. Каноническое представление натурального числа.
13. Нахождение НОД и НОК целых чисел с помощью основной теоремы арифметики.

Задачи: № 36;40;41;42;43;45;47;48;56;23; 36;40;41;42;43;45;47;48;56;23. [5]

Практическое занятие №4,5. **Числовые функции τ, σ, π, φ.**

Вопросы к занятию:
1.Числовая функция.
2.Функция π(x). Неравенство Чебышева.
3.Функция τ(x). Вычисление значений функции τ(x).
4.Функция σ(x). Вычисление значений функции σ(x).
5.Функция Эйлера. Мультипликативность функции Эйлера.
6.Формулы для вычисления значений функции Эйлера.

Задачи: № 57;58;83;84;85;97;98;99;100;108;109;110;113. . [5]

Практическое занятие № 6,7. **Системы вычетов. Сравнения целых чисел и их свойства. Теоремы Эйлера и Ферма.**

Вопросы к занятию:
1.Сравнения целых чисел по данному модулю. Свойства.
2.Вычет. Класс вычетов.

3.Сложение и умножение классов вычетов.
4.Кольцо классов вычетов.
5.Полная система вычетов (ПСВ) по данному модулю. Основные виды ПСВ.
6.Признак ПСВ. Теорема о ПСВ.
7.НОД класса вычетов и модуля.
8.Приведённая система вычетов (ПрСВ) по данному модулю. Основные виды ПрСВ.
9.Признак ПрСВ. Теорема о ПрСВ.
10.Мультипликативная группа классов вычетов, взаимно простых с модулем.
11.Поле классов вычетов по простому модулю.
12.Теорема Эйлера.
13.Теорема Ферма. Следствие.

Задачи: № 153;154;155;156;157;158;161;166;169;170;171;173;
139;140;144;147;149;151;124;126;127;130;131;135;136. . [10]

Практическое занятие №8, 9. **Сравнение с одним неизвестным. Линейные сравнения с одним неизвестным. Системы линейных сравнений с одним неизвестным.**

Вопросы к занятию:
1.Сравнения n-ой степени с одним неизвестным. Решение сравнения.
2.Решение сравнений путём испытания полной системы вычетов.
3.Равносильные сравнения. Предложение о равносильных сравнениях.
4.Линейные сравнения с одним неизвестным.
5.Теоремы: о единственности решения линейного сравнения, об отсутствии решений линейного сравнения; о сравнениях, имеющих более одного решения.
6.Способы решения линейных сравнений.
7.Решение линейных уравнений с двумя неизвестными в целых числах.
8.Система линейных сравнений с одним неизвестным. Её решение.

Задачи: № 175;179;180;181;182;184;194;195. . [10]

Практическое занятие №10.**Контрольная работа**

Практическое занятие № 11, 12. **Порядок числа, класса вычетов. Первообразные корни.**

Вопросы к занятию:
1.Порядок числа a, взаимно простого с m, по модулю m.
2.Порядок сравнимых между собой чисел.
3.Порядок класса вычетов.
4.Свойства порядка.
5.Первообразный корень.
6.Число вычетов в приведённой системе вычетов по данному модулю с заданным порядком.
7.Число первообразных корней по простому модулю. Нахождение всех первообразных корней.

Задачи: № 229;230;231;232. . [5]

Практическое занятие № 13, 14 **Индексы. Двучленные сравнения по простому модулю.**

Вопросы к занятию:
1.Индексы числа по простому модулю. Свойства.
2.Таблицы индексов и антииндексов.
3.Применение индексов при решении сравнений.
4.Приведение сравнения второй степени к двучленному сравнению.
5.Квадратичные вычеты и невычеты.
6.Необходимое и достаточное условие того, чтобы данное число было квадратичным вычетом по данному простому модулю. Критерий Эйлера.
7.Количество квадратичных вычетов и невычетов по нечётному простому модулю.
8.Символ Лежандра. Свойства.

Задачи: № 234;237;238;239;240;241;212;215;216;217;243. . [5]

Практическое занятие №15. **Арифметические приложения.**

Вопросы к занятию:
1.Общий признак делимости Паскаля. Основные признаки делимости.
2.Определение длины периода при обращении обыкновенной дроби в десятичную.
3.Проверка результатов арифметических действий.

Задачи: № 244;245;246;248. [5]

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Смолин Ю.Н. Числовые системы. – М.: Флинта, 2009. – 112 с («университетская библиотека онлайн» http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=54576).
2. Данилова, Т. В. Теория чисел : Задачи с примерами решений; учебное пособие / Т.В. Данилова. - Архангельск : САФУ, 2015. - 104 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436368
3. Смолин, Ю. Н. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. Н. Смолин. — 4-е изд., стер. — М. : ФЛИНТА : Наука, 2017. — 464 с.. (Электронный ресурс. – Режим доступа: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=1034573).

Дополнительная литература

1. Михелович, Ш. Х. Теория чисел / Ш.Х. Михелович. - Москва : Высшая школа, 1962. - 260 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=437366.
2. Бухштаб, А.А. Теория чисел / А.А. Бухштаб. – Москва : Просвещение, 1966. – 383 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454831

1.