

Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической
работе

С.Н. Титов
« 25 » июня 2021 г

ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Программа учебной дисциплины Общематематического модуля

основной профессиональной образовательной программы высшего
образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.01 Педагогическое образование,

направленность (профиль) образовательной программы
Математика

(заочная форма обучения)

Составители: Макеева О.В.,
доцент кафедры высшей математики;
Фолиадова Е.В., к.ф.-м.н, доцент кафедры
высшей математики;
Волкова Н.А., старший преподаватель
кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-
математического и технологического образования, протокол от
21.06.2021 №7

Ульяновск, 2021

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Основные элементарные функции с точки зрения высшей математики» входит в модуль «Дисциплины (модули) по выбору» части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1. Дисциплины (модули) учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы «Математика», заочной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках дисциплин «Математический анализ», «Геометрия», «Основы математической обработки информации».

Результаты изучения дисциплины являются необходимыми для изучения дисциплин «Теория и методика обучения математике», «Дифференциальные уравнения» / «Динамические системы» / «Обыкновенные дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных»; востребованы при прохождении практики обязательной части Блока 2. Практики: «Производственная (педагогическая) Преподавательская по математике» и для успешного прохождения государственной итоговой аттестации: Блок 3. Государственная итоговая аттестация – «Выполнение и защита выпускной квалификационной работы».

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины является подготовка бакалавра к работе учителем в общеобразовательной школе. Дисциплина предназначена дать будущим учителям профессиональную (теоретическую и практическую) подготовку, систематизировать и закрепить на новом уровне знания и умения, полученные в курсе математического анализа, способствовать развитию «функциональной интуиции», формированию представлений о некоторых типичных методах современной математики, углублению интереса к изучению математического анализа.

Задачи освоения дисциплины включают закрепление знаний об основных элементарных функциях (алгебраических и трансцендентных), их свойствах и графиках, полученных в школьном курсе математики; формирование представлений об основных элементарных функциях как моделях конкретных процессов; совершенствование умений по исследованию функций с помощью различных методов и приемов; уточнение представлений о степенных, показательных, тригонометрических функциях и обратных к ним на основе фундаментальных теорем математического анализа; необходимость демонстрации аккуратных обоснований конкретных математических результатов, обучение приемам такого обоснования.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенции \ Этап формирования	теоретический	модельный	практический
	знает	умеет	владеет
ПК-11. Способен использовать теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в предметной	ОР-1 Знает определения функциональной зависимости, обратимой функции, важнейших свойств числовых функций; определение производной функции	ОР-2 Умеет находить область определения элементарных функций; исследовать элементарные функции на обратимость и	ОР-3 Владеет функциональной терминологией и символикой (образ точки, образ множества, полный прообраз точки, прообраз

<p>области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) и в области образования.</p> <p>ПК-11.1. Знает основные научные понятия и особенности их использования, методы и приёмы изучения и анализа литературы в предметной области; основы организации исследовательской деятельности;</p>	<p>в точке, геометрический и механический смысл понятия производной; свойства числовых функций, непрерывных на отрезке.</p>	<p>задавать обратную функцию как элементарную; строить графики функций с помощью элементарных преобразований; исследовать числовые функции на монотонность и ограниченность элементарными методами, с использованием теории пределов, а также с использованием первой производной.</p>	<p>множества, композиция функций, предел функции в точке и на бесконечности, производная функции в точке, дифференциал функции в точке как линейная форма).</p>
<p>основные информационные технологии поиска, сбора, анализа и обработки данных; интерпретирует явления и процессы в контексте общей динамики и периодизации исторического развития предмета, с учетом возможности их использования в ходе постановки и решения исследовательских задач.</p> <p>ПК-11.2. Умеет самостоятельно и в составе научного коллектива решать конкретные задачи профессиональной деятельности; самостоятельно и под научным руководством осуществлять сбор и обработку информации; способен применять полученные знания для объяснения актуальных проблем и тенденций</p>	<p>ОР-4 Знает классы основных элементарных функций (степенные, показательные, логарифмические, тригонометрические, обратные тригонометрические функции), определения, свойства и графики основных элементарных функций, производные основных элементарных функций, геометрическую интерпретацию основных соотношений эквивалентности; определение элементарной функции, теорему о непрерывности элементарных функций на области определения, правила дифференцирования.</p>	<p>ОР-5 Умеет находить асимптоты графиков функций; сравнивать скорость роста степенных, показательных, логарифмических функций на бесконечности; записывать уравнение касательной к графику функции в заданной точке, решать задачи, связанные со свойствами касательных, записывать условия касания двух кривых; находить приближенные значения степенных, показательных, логарифмических, тригонометрических и обратных тригонометрических функций с помощью линейной аппроксимации (с помощью дифференциала); определять свойства производной по заданному графику функции и наоборот,</p>	<p>ОР-6. Владеет функциональными методами решения задач.</p>

развития предмета; проводить исследовательскую работу в соответствии с индивидуальным планом.		строить эскиз графика производной по заданному графику функции и наоборот; анализировать характер выпуклости графиков функций с опорой на возрастание/убывание производной.	
---	--	---	--

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации						
	Всего		Лекции, час	Практические занятия, час	Лабораторные занятия, час	Самостоят. работа, час							
	Трудоемк.												
	Зач. ед.	Часы											
7	3	108	4	10	-	85	экзамен (9)						
Итого:	3	108	4	10	-	85							

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ п/п	Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
		Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
7 семестр					
1.	Основные элементарные функции: определения, свойства, графики	1	2		20
2.	Некоторые классы элементарных функций: определения, свойства, графики	1	3		20
3.	Исследование элементарных функций и построение их графиков. Функциональные методы решения алгебраических задач	1	3		25

4.	Примеры функций, не являющихся элементарными	1	2		20
	Итого	4	10		85

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Раздел 1. Основные элементарные функции: определения, свойства, графики.

Степенные функции с целыми и дробными показателями степени: область определения, монотонность, непрерывность, пределы в точке 0 и на бесконечности, множество значений, дифференцируемость, выпуклость. Определение степени с иррациональным показателем. Степенная функция с иррациональным показателем степени. Функциональное уравнение $f(u \cdot v) = f(u) \cdot f(v)$ как основное свойство степенной функции и его следствия. Показательная функция: область определения, монотонность, непрерывность, пределы на бесконечности, множество значений, дифференцируемость, выпуклость. Сравнение роста показательной и степенной функций на бесконечности. Функциональное уравнение $f(u + v) = f(u) \cdot f(v)$ как основное свойство показательной функции и его следствия. Логарифмическая функция как функция, обратная к показательной: область определения и множество значений, непрерывность, монотонность, выпуклость, дифференцируемость. Сравнение роста логарифмической и степенной функций на бесконечности. Функциональное уравнение $f(u \cdot v) = f(u) + f(v)$ как основное свойство логарифмической функции и его следствия. Решение простейших иррациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств с использованием монотонности соответствующих функций.

Синус и косинус числового аргумента как декартовы координаты переменной точки единичной окружности. Тангенс и котангенс числового аргумента, их геометрическая интерпретация. Области определения и множества значений основных тригонометрических функций. Свойства симметрии для основных тригонометрических функций, основные периоды синуса и косинуса, тангенса и котангенса. Теоремы сложения как основные свойства синуса и косинуса, их следствия. Непрерывность синуса и косинуса. Производные основных тригонометрических функций. Необратимость тригонометрических функций. Аркфункции как функции, обратные к сужениям основных тригонометрических функций на соответствующие промежутки: область определения и множество значений, непрерывность, монотонность, выпуклость, дифференцируемость. Решение простейших тригонометрических уравнений (с опорой на свойства симметрии). Решение простейших тригонометрических неравенств (метод дуг единичной окружности как аналог метода интервалов). Решение простейших уравнений и неравенств с обратными тригонометрическими функциями (с использованием монотонности функций).

Раздел 2. Некоторые классы элементарных функций: определения, свойства, графики.

Линейная функция и прямая пропорциональность. Обратная пропорциональность. Дробно-линейные функции и их графики: построение с помощью элементарных преобразований графика обратно пропорциональной зависимости; построение эскиза гиперболы по ее асимптотам. Области числовой плоскости, задаваемые неравенствами вида $ax + by + c \geq 0$, $a_1x + b_1y + c_1 \geq 0$.

Многочлены и их графики: возможное количество нулей и точек экстремума, взаимное расположение нулей и точек экстремума, кратные нули как точки экстремума или перегиба. Графики многочленов второй, третьей степени. Дробно-рациональные функции и их графики: возможное количество точек разрыва и их род, пределы на бесконечности и асимптоты, возможное количество нулей, возможное количество точек экстремума.

Алгебраические функции вида $f(x) = \sqrt{-x^2 + px + q}$, $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ и их графики. Эллипс и гипербола, их задание неявными уравнениями (каноническими и со сдвигом системы координат). Параметрическое задание окружности $x^2 + y^2 = 1$, эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Тригонометрические многочлены и их графики. Основной период линейной комбинации периодических функций.

Основные гиперболические функции: определение, основное гиперболическое тождество, теоремы сложения и некоторые их следствия. Производные основных гиперболических функций. Графики основных гиперболических функций. Связь гиперболических синуса и косинуса с гиперболой $x^2 - y^2 = 1$, параметрическое задание гиперболы $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Обратные гиперболические функции.

Раздел 3. Исследование элементарных функций и построение их графиков. Функциональные методы решения алгебраических задач.

Исследование элементарных функций на монотонность, экстремумы, наибольшие и наименьшие значения с использованием теорем о монотонности композиции монотонных функций. Исследование элементарных функций на монотонность, экстремумы, наибольшие и наименьшие значения с использованием производной.

Применение монотонности функций при решении уравнений, систем уравнений; при решении неравенств; при доказательстве неравенств. Применение ограниченности функций при решении уравнений, систем уравнений; при решении неравенств; при доказательстве неравенств. Нахождение множества значений функции и уравнения с параметром. Применение свойств симметрии графика функции при решении задач с параметрами. Функции двух переменных и их исследование при фиксированном значении одной из переменных (параметра). Графические методы решения задач с параметрами: метод сечений, метод xOa -плоскости.

Раздел 4. Примеры функций, не являющихся элементарными.

Построение графиков кусочно заданных функций. Функции «целая часть числа», «дробная часть числа». Функции вида $f(x) = \min(f_1(x), f_2(x))$, $f(x) = \max(f_1(x), f_2(x))$ и их графики. Примеры кривых, заданных параметрически. Примеры кривых, заданных явными уравнениями в полярной системе координат.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляющую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме подготовки к устным выступлениям (комментирование решения задач домашних заданий, итоговой контрольной работы, творческого задания; доклады по темам индивидуальных и групповых проектов, рефератов).

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволяют выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: материалы самостоятельных работ, итоговой контрольной работы / реферата. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических занятиях.

№ п/п	СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ, используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
1.	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 Самостоятельная работа ОС-2 Самостоятельная работа ОС-3 Самостоятельная работа ОС-4 Самостоятельная работа ОС-5 Самостоятельная работа ОС-6 Самостоятельная работа	ОР-1 Знает определения функциональной зависимости, обратимой функции, важнейших свойств числовых функций; определение производной функции в точке, геометрический и механический смысл понятия производной; свойства числовых функций, непрерывных на отрезке.

	ОС-7 Самостоятельная работа ОС-8 Самостоятельная работа ОС-9 Самостоятельная работа ОС-10 Итоговая контрольная работа / Реферат	OP-2 Умеет находить область определения элементарных функций; исследовать элементарные функции на обратимость и задавать обратную функцию как элементарную; строить графики функций с помощью элементарных преобразований; исследовать числовые функции на монотонность и ограниченность элементарными методами, с использованием теории пределов, а также с использованием первой производной. OP-3 Владеет функциональной терминологией и символикой (образ точки, образ множества, полный прообраз точки, прообраз множества, композиция функций, предел функции в точке и на бесконечности, производная функции в точке, дифференциал функции в точке как линейная форма). OP-4 Знает классы основных элементарных функций (степенные, показательные, логарифмические, тригонометрические, обратные тригонометрические функции), определения, свойства и графики основных элементарных функций, производные основных элементарных функций, геометрическую интерпретацию основных соотношений эквивалентности; определение элементарной функции, теорему о непрерывности элементарных функций на области определения, правила дифференцирования. OP-5 Умеет находить асимптоты графиков функций; сравнивать скорость роста степенных, показательных, логарифмических функций на бесконечности; записывать уравнение касательной к графику функции в заданной точке, решать задачи, связанные со свойствами касательных, записывать условия касания двух кривых; находить приближенные значения степенных, показательных, логарифмических, тригонометрических и обратных тригонометрических функций с помощью линейной аппроксимации (с помощью дифференциала); определять свойства производной по заданному графику функции и наоборот, строить эскиз графика производной по заданному графику функции и наоборот;
2.	Оценочные средства для промежуточной аттестации ОС-11 Экзамен в форме устного собеседования	

		анализировать характер выпуклости графиков функций с опорой на возрастание/убывание производной. ОР-6. Владеет функциональными методами решения задач.
--	--	--

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-1 Самостоятельная работа

1. Тождественны ли функции а) $f(x) = \log_a x^2$ и $g(x) = 2 \log_a x$; б) $f(x) = \frac{2x^2}{x^2}$ и $g(x) = 2$.
2. Суперпозицией каких элементарных функций может быть получена функция:
а) $y = x^n (\lg x + 1)^{\cos x}$; б) $y = \arctg^2 \left(\sin \frac{x^3}{3} \right)$? Введите обозначения и запишите суперпозицию.
3. Найдите функцию обратную данной а) $y = 2x - x^2$, $x \leq 1$; б) $y = \sqrt{x-2}$ и постройте графики обеих функций в одной системе координат. Проверьте справедливость свойств взаимно обратных функций.
4. Продолжите четным и нечетным способом функции а) $f(x) = \begin{cases} x, & \text{если } 0 < x \leq 1, \\ 1, & \text{если } 1 < x \leq 2 \end{cases}$;
б) $f(x) = 2 - x$, если $x > 0$. Постройте эскизы графиков всех полученных функций.

ОС-2 Самостоятельная работа

1. Используя преобразования графиков, постройте график функции.
 - 1.1. $y = -\sqrt{|x-2|} + 1$;
 - 1.2. $y = -2^{|x+1|} + 4$;
 - 1.3. $y = -2|\log_2|x+4|| - 1$;
2. Постройте график уравнения.
 - 2.1. $x^2 - 2xy + 2y^2 - 4y + 4 = 0$;
 - 2.2. $xy + x - y - 1 = 0$;
 - 2.3. $y + |y| = x$;

ОС-3 Самостоятельная работа

1. Найдите $f(x)$, если $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$.
2. Докажите, что $f(x+3) - 3f(x+2) + 3f(x+1) - f(x) = 0$, если $f(x) = ax^2 + bx + c$.
3. Найдите функцию, удовлетворяющую уравнению $(x-1)f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x-1}$.

ОС-4 Самостоятельная работа

1. Изобразите множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих условию.

$$1.1. \begin{cases} x - y - 2 \leq 0, \\ x + y - 2 \geq 0, \\ x - 3y + 2 \geq 0 \end{cases}$$

$$1.2. |x - y| \leq 2;$$

$$1.3. |y - 1| + |y - x| \leq 4.$$

2. Постройте эскиз графика функции, используя информацию о нулях и точках разрыва функции, о поведении функции на границах области определения.
- 2.1. $y = -x^3 + x^2 + 4x - 4;$
 - 2.2. $y = \frac{4x - 5}{2x + 3};$
 - 2.3. $y = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 2x - 8}.$

ОС-5 Самостоятельная работа

1. Постройте график функции (уравнения).
 - 1.1. $y = \sqrt{1 - x^2};$
 - 1.2. $y = 2 - \sqrt{-2x - x^2};$
 - 1.3. $y = 2\sqrt{x^2 + 4x}.$
2. Постройте кривую, заданную параметрически.
 - 2.1. $\begin{cases} x = -1 + \cos t \\ y = 2 + \sin t \end{cases}; t \in [\pi; 2\pi].$
 - 2.2. $\begin{cases} x = -2 + 4 \cos t \\ y = 2 + 2 \sin t \end{cases}; t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right].$

ОС-6 Самостоятельная работа

1. Постройте график функции.
 - 1.1. $y = \sin\left(\arcsin\frac{1}{x}\right);$
 - 1.2. $y = \arcsin(\sin x);$
 - 1.3. $y = \sin(\arccos x).$
2. Найдите все пары чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению $12\sin x - 5\cos x = 2y^2 - 4y + 15.$
3. Решите уравнение $\operatorname{arctg}(1-x) + \operatorname{arcctg}(1+x) = \frac{\pi}{4}.$

ОС-7 Самостоятельная работа

1. Сформулируйте определение гиперболической функции (по выбору студента).
2. Перечислите (с обоснованием) свойства функции:
 - 1) Область определения.
 - 2) Четность/нечетность.
 - 3) Точки пересечения графика функции с осями координат.
 - 4) Периодичность.
 - 5) Монотонность.
 - 6) Множество значений.
 - 7) Ограниченност.

3. Сформулируйте определение функции, обратной данной.
4. Перечислите свойства обратной функции.
 - 1) Область определения.
 - 2) Четность/нечетность.
 - 3) Точки пересечения графика функции с осями координат.
 - 4) Периодичность.
 - 5) Монотонность.
 - 6) Множество значений.
 - 7) Ограниченнность.
5. Постройте в одной системе координат графики данной функции и обратной к ней. Покажите линию симметрии кривых.

ОС-8 Самостоятельная работа

1. Решите уравнение $\sqrt{|\sin x|} = \sqrt[4]{-|\sin x|} + \operatorname{tg} x$
2. Решите уравнение $\sin^5 x + \frac{1}{\cos^7 x} = \cos^5 x + \frac{1}{\sin^7 x}$
3. Решите уравнение $\sqrt[4]{18-x} - \sqrt[4]{x-2} = 2$
4. Решите неравенство $\sqrt{1-x^2} < \sqrt[8]{5-x}$
5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\cos \sqrt{a^2 - x^2} = 1$ имеет ровно восемь различных решений.
6. Найдите все значения параметра a , такие, что для любого значения x выполняется неравенство $|x+1| + 2|x+a| > 3 - 2x$.

ОС-9 Самостоятельная работа

1. Являются ли функции: абсолютная величина (модуль) числа $|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x < 0 \end{cases}$, функция Дирихле $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in Q, \\ 0, & \text{если } x \in I \end{cases}$ и функции вида $f(x) = \max\{f_1(x); f_2(x)\}$, $f(x) = \min\{f_1(x); f_2(x)\}$ элементарными функциями?
2. Для функции а) $\operatorname{sgn} x = \begin{cases} -1, & \text{если } x < 0, \\ 0, & \text{если } x = 0, \\ 1, & \text{если } x > 0. \end{cases}$ б) $y = [x]$; в) $y = \{x\}$ найдите $y(-4,3)$, $y\left(-\frac{1}{2}\right)$, $y\left(\frac{3}{4}\right)$, $y(\sqrt{2})$. Постройте график функции.
3. Для функции $y = \max\left\{\frac{1}{x}; 5x - 4\right\}$ а) постройте график, б) решите уравнение $y = 2$, в) решите неравенство $y \geq x^2$.

ОС-10 Итоговая контрольная работа / реферат / исследовательская работа / индивидуальное задание

Примерное содержание итоговой контрольной работы

1. Найдите функцию обратную данной а) $y = 2x - x^2$, $x \leq 1$; б) $y = \sqrt{x-2}$ и постройте графики обеих функций в одной системе координат. Проверьте справедливость свойств взаимно обратных функций.

2. Являются ли функции: абсолютная величина числа $|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x < 0 \end{cases}$, функция Дирихле $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in Q, \\ 0, & \text{если } x \in I \end{cases}$ и функции вида $f(x) = \max\{f_1(x); f_2(x)\}$, $f(x) = \min\{f_1(x); f_2(x)\}$ элементарными функциями?
3. Постройте график уравнения $\max\left\{y-1; \frac{x^2-4x+4}{|x-2|}\right\} = 2$.
4. Найдите $f(x)$, если $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$.
5. Найдите все пары чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению $\frac{6\tg\frac{x}{2}}{1+\tg^2\frac{x}{2}} = 3y^2 + 12y + 15$.
6. Постройте в одной системе координат графики / график уравнения
 1) $y = f(x-3)$, $y = f(x)+2$, 2) $y = f(2x)$, $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$, 3) $y = f(-x)$, $y = -f(x)$,
 4) $y = 2f(x)$, $y = \frac{1}{2}f(x)$, 5) $y = f(|x|)$, 6) $y = |f(x)|$, 7) $y = |f(|x|)|$, 8) $|y| = f(x)$,
 9) $|y| = |f(x)|$.
7. Постройте эскиз графика функции 1) $y = \frac{x^2-x-6}{x^2-2x-8}$, 2) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x+3}{2x-2}}$ используя информацию о нулях и точках разрыва функции, о поведении функции на границах области определения.
8. Постройте кривую, заданную параметрически $\begin{cases} x = -1 + \cos t \\ y = 2 + \sin t \end{cases}; t \in [\pi; 2\pi]$.
9. Используя функциональные методы, решите уравнение $\sqrt[4]{|\sin x|} = \sqrt{-|\sin x|} + \tg x$ / неравенство $2^x + 3^x + 4^x < 3$.
10. Найдите все значения параметра a , такие, что для любого значения x выполняется неравенство $|x+1| + 2|x+a| > 3 - 2x$.

Примерный перечень тем рефератов

1. Графический метод решения математических задач.
2. Обратные тригонометрические функции.
3. Гиперболические функции.
4. Обратные гиперболические функции.
5. Функциональная линия в школьном курсе математики.
6. Развитие понятия «функция».

Примерный перечень тем исследовательских работ

1. Кривые в полярных координатах.
2. Параметрический способ задания кривых.
3. Тригонометрические функции в математическом анализе.
4. Основные подходы к определению логарифмической функции в школьном курсе математики (сравнительный анализ учебных пособий).
5. Математические пакеты и их графические возможности.
6. Функциональные зависимости в экономике.

Примерный перечень тем индивидуальных заданий

1. Исследование функции вида $y = f(kx + b)$ и построение её графика.
2. Исследование функции вида $y = f\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)$ и построение её графика.
3. Исследование функции вида $y = f(ax^2 + bx + c)$ и построение её графика.
4. Построение графика сложной функции (содержащей переменную под знаком модуля).
5. Построение графика уравнения.
6. Решение графическим методом задачи с параметрами.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-11 Экзамен в форме устного собеседования

Программа экзамена

1. Степенные функции с целыми показателями степени, их свойства и графики.
2. Степенные функции с дробными показателями степени, их свойства и графики.
3. Показательные функции, их свойства и графики.
4. Логарифмические функции, их свойства и графики.
5. Основные тригонометрические функции, их свойства и графики.
6. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.
7. Линейная функция.
8. Квадратичная функция.
9. Кубические многочлены и их графики.
10. Дробно-линейные функции, их свойства и графики.
11. Дробно-рациональные функции.
12. Примеры иррациональных алгебраических функций (квадратичные иррациональности).
13. Примеры тригонометрических многочленов.
14. Основные гиперболические функции, их свойства и графики.
15. Обратные гиперболические функции.
16. Монотонность композиции монотонных функций. Примеры применения теорем.
17. Предел числовой функции на бесконечности, в точке. Асимптоты графика функции.
18. Сравнение роста степенных, показательных, логарифмических функций.
19. Непрерывность числовой функции в точке, на промежутке. Классификация точек разрыва. Примеры основных элементарных функций.
20. Теоремы о свойствах функций, непрерывных на отрезке (формулировки, примеры применения).
21. Дифференцируемость функции, производная функции, дифференциал функции. Уравнение касательной к графику функции. Примеры основных элементарных функций.
22. Исследование функции на монотонность с помощью производной. Примеры.
23. Исследование функции на экстремумы с помощью производной. Примеры.
24. Решение задач на наибольшее/наименьшее значение функции с помощью производной.
25. Исследование функции на выпуклость с помощью производной. Примеры.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекции	Посещение практического занятия	Работа на практическом занятии	Контрольная работа	Экзамен
7 семестр	Максимальное количество баллов (за 1 занятие)	1	1	36	49	64
	Количество занятий	2	5	5	1	1
	Максимальная сумма баллов	2	5	180	49	64
	Итоговая сумма баллов			300		

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Результат	Баллы (3 ЗЕ)
«отлично»	271-300 баллов
«хорошо»	211-270 баллов
«удовлетворительно»	151-210 баллов
«неудовлетворительно»	0-150 баллов

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение

работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

Занятие 1. Основные элементарные функции: определения, свойства, графики

Материал для освоения

1. Основные свойства элементарных функций.
2. Основные классы элементарных функций.
3. Функциональные уравнения.

Занятие 2. Алгебраические функции

Материал для освоения

1. Многочлены и их свойства.
2. Дробные рациональные функции и их свойства.
3. Алгебраические функции, содержащие знак радикала.

Занятие 3. Трансцендентные функции

Материал для освоения

1. Тригонометрические функции.
2. Обратные тригонометрические функции.
3. Гиперболические функции.
4. Обратные гиперболические функции.

Занятие 4. Функциональный подход к решению задач с параметром

Материал для освоения

1. Применение монотонности функции к решению задач с параметром.
2. Применение ограниченности функций к решению задач с параметром.
3. Графическое решение задач с параметром.

Занятие 5. Функции, не являющиеся элементарными.

Материал для освоения

1. Функции вида $f(x) = \min(f_1(x), f_2(x))$, $f(x) = \max(f_1(x), f_2(x))$ и их графики.
2. Функции целая часть числа и дробная часть числа.
3. Примеры кривых, заданных параметрически.
4. Примеры кривых, заданных явными уравнениями в полярной системе координат.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Быкова, О.Н. Практикум по математическому анализу [Электронный ресурс]: учебное пособие / О.Н. Быкова, С.Ю. Колягин, Б.Н. Кукушкин. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : Прометей, 2014. - 276 с.
URL: [/biblioclub.ru/index.php?page=book&id=105790](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=105790)
2. Крейн, С.Г. Математический анализ элементарных функций [Электронный ресурс] / С.Г. Крейн, В.Н. Ушакова. - М. : Гос. изд-во физико-математической лит., 1963. - 168 с.
URL: [/biblioclub.ru/index.php?page=book&id=213774](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=213774)
3. Лихолетов, И. И. Элементарные функции [Электронный ресурс] / И.И. Лихолетов. - М. : Государственное учебно-педагогическое издательство, 1960. - 69 с.

URL: [/biblioclub.ru/index.php?page=book&id=235345](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=235345)

Дополнительная литература

1. Актершев, С.П. Задачи "на экстремум" с решениями [Электронный ресурс] / С.П. Актершев. - Новосибирск : Сибирское университетское издательство, 2004. - 176 с.
URL: [/biblioclub.ru/index.php?page=book&id=57236](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=57236)
2. Давыдов, А.К. Сборник задач по алгебре и элементарным функциям [Электронный ресурс] / А.К. Давыдов. - 2-е изд., перераб. - М. : Государственное учебно-педагогическое издательство, 1959. - 152 с.
URL: [/biblioclub.ru/index.php?page=book&id=220283](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=220283)
3. Люстерник, Л.А. Математический анализ [Электронный ресурс] / Л.А. Люстерник, О.Я. Червоненкис, А.Р. Янпольский ; под ред. А.Р. Янпольского, Л.А. Люстерника. - М. : Физматгиз, 1963. - 236 с.
URL: [/biblioclub.ru/index.php?page=book&id=116037](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=116037)
4. Таннери, Ж. Введение в теорию функций с одной переменной [Электронный ресурс] / Ж. Таннери ; пер. А. Безруков. - 2-е изд., перераб. - М. : Тип. И.Н. Кушнерева и К°, 1912. - Т. 1. Иррациональные числа, совокупности, пределы, строки, бесконечные произведения, элементарные функции, производные. - 456 с.
URL: [/biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222537](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222537)