### Министерство просвещения Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ульяновский государственный педагогический университет

имени И.Н. Ульянова» (ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования Кафедра методик математического и информационно-технологического образования

УТВЕРЖДАЮ Проректор по учебно-методической работе С.Н. Титов

# АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Программа учебной дисциплины модуля Специальные разделы предметной области

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

направленность (профиль) образовательной программы Математика. Иностранный язык

(очная форма обучения)

Составитель: Куренева Т.Н., старший преподаватель кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физикоматематического и технологического образования, протокол от «26» мая 2023г.  $N_{2}$ 5

#### Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Алгебраические методы решения геометрических задач» относится к дисциплинам по выбору части формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1. Дисциплины (модули) модуля специальных разделов предметной области учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования — программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Иностранный язык», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках дисциплин: Алгебра. Теория чисел, Геометрия, Математический анализ, Дискретная математика, Элементарная математика, а также учебной практики по математике.

Результаты изучения дисциплины являются основой для прохождения дисциплин и практик: Теория вероятностей и основы математической статистики, Научно-исследовательская работа, Подготовки к сдаче и сдача государственного экзамена, Выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

### Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

**Целью** освоения дисциплины является подготовка учителя к будущей профессиональной деятельности: формирование способности к преподаванию математики как в обычных общеобразовательных классах, так и в классах с углубленным изучением математики.

Задачей освоения дисциплины является подготовка будущего учителя к индивидуальной работе с одаренными детьми, к проведению математических олимпиад и подготовки к ним, а также закрепление умений проводить математические преобразования выражений, закрепление умения проводить строгие абстрактно-логические доказательства, решать задачи повышенной сложности школьного курса математики.

В результате освоения программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и	Образовательные результаты дисциплины			
индикаторы ее	(этапы формирования дисциплины)			
достижения в	Знает	умеет	Владеет	
дисциплине				
УК-1. Способен	ОР-1. Знает методы	ОР-2 Умеет	ОР-3 Владеет	
осуществлять поиск,	критического анализа	применять системный	навыками рефлексии	
критический анализ	и синтеза	подход для решения	по поводу	
и синтез	информации	поставленных задач	собственной и чужой	
информации,			мыслительной	
применять			деятельности	
системный подход				
для решения				
поставленных задач				
УК-1.2. Применяет				
логические формы и				
процедуры, способен				
к рефлексии по				
поводу собственной				
и чужой				
мыслительной				
деятельности.				
ПК-1. Способен	ОР-4. Знает роль и	ОР-6 умеет	ОР-7 владеет	
осваивать и	место математики в	осуществлять отбор	действием	

		<u>,                                      </u>	,
использовать	общей картине	учебного содержания	проектирования
теоретические	научного знания;	для его реализации в	различных форм
знания и	ОР-5. Знает	различных формах	учебных занятий,
практические	структуру, состав и	обучения в	ОР-8 владеет
умения и навыки в	дидактические	соответствии с	навыком применения
предметной	единицы содержания	современными	различных методов,
области при	школьного курса	требованиями к	приемов и технологий
решении	математики.	образованию.	в обучении
профессиональных			математике.
задач.			
ПК-1.1. Знает			
структуру, состав			
и дидактические			
единицы			
предметной			
области			
(преподаваемого			
предмета). ПК-1.2. Умеет			
осуществлять отбор учебного			
содержания для			
его реализации в			
различных формах			
обучения в			
соответствии с			
требованиями			
ΦΓΟС ΟΟ.			
ПК-3. Способен	ОР-9. Знает	ОР-11 Умеет	ОР-13. Владеет
формировать	характеристику	оказывать	навыками
развивающую	личностных,	педагогическую	организации и
образовательную	предметных и	поддержку	проведения занятий с
среду для	метапредметных	обучающимся в	использованием
достижения	результатов в	зависимости от их	возможностей
личностных,	контексте обучения	образовательных	образовательной
предметных и	математике;	результатов;	среды для
метапредметных	ОР-10. Знает	ОР-12 Умеет	достижения
результатов	особенности	организовывать	образовательных
обучения	интеграции учебных	учебный процесс с	результатов и
средствами	предметов для	использованием	обеспечения качества
преподаваемых	организации разных	возможностей	учебно-
учебных предметов.	способов учебной	образовательной	воспитательного
ПК-3.1. Владеет способами	деятельности.	среды для развития	процесса средствами
		интереса к предмету в рамках урочной и	математики.
интеграции учебных предметов		в рамках урочной и внеурочной	
для организации		деятельности.	
развивающей		долгольности.	
учебной			
деятельности			
(исследовательской			
, проектной,			
групповой и др.).			
1			

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

			Учебные занятия				ной		
Номер семестра	Труд Зач. ед.	оемк. Часы	Лекции, час.	Практические занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Лабораторные занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Самостоят. работа, час.	Форма промежуточной аттестации
4	3	108	18	30	-	-	-	33	Экзамен (27)
Итого:	3	108	18	30	-	-	-	33	27

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

### 3.1.Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем		Количество часов по формам организации обучения			
		Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель- ная работа	
4 семестр					
Алгебраическая теория векторных пространств в геометрии	4	8		8	
Линейные операторы как средство описания геометрических преобразований	4	8		8	
Комплексные и гиперкомплексные числа в геометрии	4	6		8	
Разрешимость задач на построение с помощью циркуля и линейки	6	8		9	
Всего по дисциплине:	18	30	-	33	

### 3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

### 1. Алгебраическая теория векторных пространств в геометрии

Прямые и плоскости как подпространства, изучение их взаимного расположения с помощью базисов. Координаты вектора в различных базисах. Линейные многообразия. Евклидовы пространства и скалярные произведения. неравенство Коши-Буняковского и неравенство

треугольника. Ортогональность векторов и векторных пространств. Ортогонализация систем векторов, ортогональное дополнение. Ортогональные проекции и ортогональные составляющие.

### 2. Линейные операторы как средство описания геометрических преобразований

Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов. Линейные операторы поворота и проектирования. Ортогональные и унитарные операторы. Нахождение проекций на плоскости с помощью операторов. Понятие о ядре о образе оператора. Их смысл для оператора проектирования. Нахождение результатов поворота с помощью операторов

### 3. Комплексные и гиперкомплексные числа в геометрии

Применение комплексных чисел к геометрическим задачам. Оценка модуля разности комплексных чисел. Сумма квадратов длин двух сторон треугольника. Сумма квадратов расстояний от любой точки плоскости до вершин равностороннего треугольника. Отношение произведения трех сторон треугольника к их сумме. Система кватернионов. Матричное представление и тригонометрическое представление кватернионов. Применение кватернионов к описанию пространственных вращений.

#### 4. Разрешимость задач на построение с помощью циркуля и линейки

Задачи на построение с помощью циркуля и линейки. Понятие задачи на построение и ее решения. Общие аксиомы геометрических построений. Инструменты построений, их аксиомы. Алгебраический метод решения задач на построение. Основные алгебраические построения: построение суммы, разности двух отрезков, их среднего геометрического, отрезка четвертого пропорционального трем. Методы построения корней квадратного уравнения. Критерий разрешимости задач на построение циркулем и линейкой. Критерий разрешимости уравнения в квадратных радикалах. Примеры задач, не имеющих решения с помощью циркуля и линейки. Классические задачи древности.

### 4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам.

## 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со первоисточниками. литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов специальной результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение групповых интерактивных заданий.

#### ОС-1. Деловая игра. Фрагмент практического занятия, проводимого студентами

Студенты разбиваются на микрогруппы по 2-3 человека в зависимости от количества студентов в группе, и получают задание разработать план-конспект практического занятия по заданной теме и провести его

(максимально 12 баллов)

Примерные темы:

- 1. Пример геометрической задачи на плоскости из ЕГЭ, решаемой аналитическим методом
- 2. Пример решения стереометрической задачи ЕГЭ, решаемой аналитическим методом

- 3. Нахождение проекции вектора на плоскость.
- 4. Нахождение проекции объекта на прямую.

### ОС-2. Самостоятельная работа

- 1. Построить ортонормированные базисы пространств, натянутых на векторы:
- $a_1$  (1, 2, 2, -1);  $a_2$  (1, 1, -5, 3);  $a_3$  (3, 2, 8, -7). Найти ортогональное дополнение данного пространства до базиса пространства  $R_4$ .
- 2. Выяснить, является ли данный оператор линейным. Если это возможно, найти его матрицу, ядро, образ, ранг, дефект, собственные значения и множество собственных векторов; если возможно привести матрицу этого оператора к диагональному виду и указать соответствующий базис:
- a)  $A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, x_1 + x_2 x_3, x_1 x_2 + x_3)$
- 6)  $A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, x_1 x_3, 2x_1x_2)$

### ОС-3. Выступление с докладами

Студенты разбиваются на микрогруппы по 3-4 человека и готовят доклад с презентацией е. Далее осуществляется выступление с защитой проекта:

Примерные темы докладов:

- 1. Комплексные числа и сумма квадратов длин двух сторон треугольника
- 2. Комплексные числа и сумма квадратов расстояний от любой точки плоскости до вершин равностороннего треугольника.
- 3. Отношение произведения трех сторон треугольника к их сумме.
- 4. О применении гиперкомплексных чисел в компьютерной графике и анимации.

### ОС-4. Деловая игра. Фрагмент лекции, проводимой студентами

Студенты разбиваются на микрогруппы по 2-3 человека в зависимости от количества студентов в группе, и получают задание разработать план-конспект лекции по заданной теме. Провести фрагмент лекции на 20 минут.

Примерные темы фрагментов лекций:

- 1. Задача об удвоении куба
- 2. Задача о трисекции угла
- 3. Задача о построении правильного 7-угольника.

### ОС-5. Контрольная работа

1. Найти ортогональную проекцию у и ортогональную составляющую z вектора x (1, -2, 3) на прямую, заданную системой уравнений

$$2x + y + z = 0$$

$$3x - 2y + 4z = 0$$

- 2. Построить прямоугольник, равновеликий данному квадрату ABCD с площадью  $q^2$  (q данный отрезок), если периметр прямоугольника 2p.
  - 3. Построить угол  $\alpha$ , зная, что  $\cos \alpha = \frac{a-b}{a+b}$ .
- 4. Первый вектор ортонормированного базиса (1, 0, 0) повернули сначала на  $45^0$  вокруг оси Oz, а затем полученный вектор повернули на  $90^0$  вокруг биссектрисы первого координатного угла. Какой вектор получился в результате?

#### OC-6 Tecm

Примерные вопросы:

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + 2e_2 \\ e_1' = 3e_1 - e_2 \end{cases}$$
 1. Дано 
$$\begin{cases} e_1' = 3e_1 - e_2 \\ \text{Матрица перехода от базиса} \end{cases}$$
 к базису (e') имеет вид...

2.

- 2. Выберите верные утверждения
- а) любой линейный оператор переводит линейно зависимые элементы в линейно зависимые;
- б) любой линейный оператор переводит линейно независимые элементы в линейно независимые;
- в) любой линейный оператор переводит линейно зависимые элементы в линейно независимые;
- г) любой линейный
- оператор переводит линейно независимые элементы в линейно зависимые;
- д)существует линейный оператор, который переводит линейно зависимые элементы в линейно независимые;
- е) существует линейный оператор, который переводит линейно независимые элементы в линейно зависимые;
- ж) существует линейный оператор, который переводит любые линейно независимые элементы в линейно независимые;
- з) любой линейный оператор переводит нулевой вектор в нулевой;
- и) любой линейный оператор переводит ненулевой вектор в ненулевой;
- к) существует линейный оператор, который переводит нулевой вектор в ненулевой;
- л) существует линейный оператор, который переводит ненулевой вектор в нулевой.

### Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

- 1. Гришина С.А., Кувшинова А.Н., Куренева Т.Н., Череватенко О.И. Геометрия: учебно-методическое пособие. Часть 3. Ульяновск: УлГПУ, 2017. 112 с..
- 2. Куренева Т.Н. Методические указания и контрольная работа № 3 по теме «Методы изображений. Проективная геометрия». Для студентов заочников 3 курса физико-математического факультета .- Ульяновск, 2004. (Библиотека УлГПУ.
- 1. 3. Глухова Н.В., Череватенко О.И. Алгебра. Часть 2. Линейная алгебра: учебное пособие. Ульяновск: ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», 2018. 44 с.

### 6. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

#### Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

**Цель проведения аттестации** – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

**Промежуточная аттестация** осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения

материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

No	СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,	Образовательные
п/п	используемые для текущего оценивания	результаты дисциплины
11/11	· ·	результаты дисциплины
	показателя формирования компетенции	OD 1 2
	Оценочные средства для текущей	ОР-1. Знает методы критического
	аттестации	анализа и синтеза информации
	ОС-1 Деловая игра. Фрагмент занятия	ОР-2 Умеет применять системный
	ОС-2 Самостоятельная работа	подход для решения
	ОС-3 Выступление с докладами	поставленных задач
	ОС-4 Деловая игра. Фрагмент лекции	ОР-3 Владеет навыками
	ОС-5 Контрольная работа	рефлексии по поводу собственной
	ОС-6 Тест	и чужой мыслительной
	Оценочные средства для промежуточной	деятельности
	аттестации	ОР-4. Знает роль и место
	зачет (экзамен)	математики в общей картине
	ОС-7 Экзамен в форме устного	научного знания;
	собеседования по вопросам	ОР-5. Знает структуру, состав и
		дидактические единицы
		содержания школьного курса математики.
		ОР-6 умеет осуществлять отбор
		учебного содержания для его
		реализации в различных формах
		обучения в соответствии с
		современными требованиями к
		образованию.
		ОР-7 владеет действием
		проектирования различных форм
		учебных занятий,
		ОР-8 владеет навыком
		применения различных методов,
		приемов и технологий в обучении
		математике.
		1 1 2
		личностных, предметных и метапредметных результатов в
		контексте обучения математике;
		ОР-10. Владеет навыком
		применения различных методов,
		приемов и технологий в обучении
		математике.
		ОР-11 Умеет оказывать
		педагогическую поддержку
		обучающимся в зависимости от их
		образовательных результатов;
		ОР-12 Умеет организовывать
		учебный процесс с
		использованием возможностей
		образовательной среды для
		развития интереса к предмету в
		рамках урочной и внеурочной
		деятельности.
		делтельности.

0.7.40.7	-
ОР-13. Владеет навыками	
организации и проведения	
занятий с использованием	
возможностей образовательной	
среды для достижения	
образовательных	
обучения в соответствии о	c
	К
образованию.	

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

# Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

### Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

### OC-7. Экзамен в форме устного собеседования Примерный перечень вопросов к экзамену

- 1. Векторные пространства и подпространства. Арифметическое п-мерное векторное пространство. Линейные комбинации и линейные оболочки.
- 2. Базис и размерность векторного пространства. Координаты векторов в базисе. Размерность векторного пространства. Связь между размерностью пространств и подпространств. Дополнение базиса подпространства до базиса пространства.
- 3. Суммы и пересечения векторных пространств. Прямая сумма подпространств.
- 4. Изоморфизмы векторных пространств.
- 5. Линейные многообразия
- 6. Линейные и нелинейные операторы. Примеры. Матричная форма линейного оператора в конечномерном пространстве.
- 7. Собственные векторы и спектры линейных операторов.
- 8. Матрица перехода от одного базиса к другому. Матрицы линейных операторов в различных базисах.
- 9. Оператор поворота
- 10. Оператор ортогонального проектирования
- 11. Операторы-проекторы (идемпотенты).
- 12. Ядро и образ, ранг и дефект линейного оператора
- 13. Инвариантные подпространства линейного оператора.
- 14. Сужения линейных операторов на подпространства.
- 15. Евклидовы пространства, норма вектора, угол между векторами
- 16. Ортогонализация систем векторов, ортогональное дополнение
- 17. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора
- 18. Применение комплексных чисел в геометрии
- 19. Кватернионы. Их тригонометрическая форма
- 20. Задача об удвоении куба
- 21. Задача о трисекции угла
- 22. Задача о построении правильного 7-угольника.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

#### Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
4	Разбалловка по видам работ	9 х 1=9 баллов	15 x 1=15 баллов	212 баллов	64 балла
семестр	Суммарный макс. балл	9 баллов тах	24 балла max	236 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Оценка	<b>Б</b> аллы (3 <b>З</b> Е)
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 и менее

### 7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись лекции — одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

#### Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий ЗАНЯТИЕ № 1. Прямые и плоскости как подпространства.

### Задания для самостоятельного решения

Точка M является серединой ребра AB куба ABCDA $_1$ B $_1$ C $_1$ D $_1$  с длиной 1 см, а точка N делит диагональ B $_1$ D в отношении 2 к 1.

- а) Найти длину MN.
- б) Прямая KN перпендикулярна к диагонали  $B_1D$ . В каких точках она пересекает куб (указать на каких гранях или ребрах находятся эти точки и расстояние от них до ближайших вершин куба)?

### ЗАНЯТИЕ № 2. Евклидовы пространства и скалярные произведения. Ортогональные дополнения

### Задания для самостоятельного решения

- 1. Найти ортонормированные базис плоскости, проходящей через начало координат и параллельной векторам
- a)  $a_1(1, 2, 2)$ ;  $a_2(1, 1, -5)$ ;
- б)  $a_1(1, 1, -1); a_2(5, 8, -2);$
- 2. Найти плоскость, перпендикулярную к прямой с направляющим вектором a)  $a_1$  (1, -2, 2); б)  $a_2$  (2, -3, 2);
  - 3. Найти прямую, перпендикулярную к плоскости x+y+z=0.

### ЗАНЯТИЕ № 3. Ортогональные дополнения Деловая игра (OC-1)

## *ЗАНЯТИЕ № 4.* Ортогональные проекции и ортогональные составляющие *Задания для самостоятельного решения*

- 1. Найти ортогональную проекцию у и ортогональную составляющую z вектора x на плоскость, проходящую через точки  $A_1, A_2, A_3$ 
  - a)  $x (4, -1, -3); A_1 (1, 1, 1); A_2 (0, 0, 0); A_3 (1, 0, 3);$
  - б) x (5, 2, -2); A<sub>1</sub> (2, 1, 1); a<sub>2</sub> (1, 1, 3); A<sub>3</sub> (0, 1, 0).
- 2. Найти ортогональную проекцию у и ортогональную составляющую z вектора x (7, -4, -1) на прямую, заданную системой уравнений

$$2x + y + 3z = 0$$

$$3x + 2y + z = 0$$

#### ЗАНЯТИЕ № 5-6. Операторы поворота

#### Задания для самостоятельного решения

- 1. Найти результат поворота вектора (1,2) на угол 30<sup>0</sup> против часовой стрелки.
- 2. Найти координаты вектора, полученного в результате поворота вектора (1, 2, 3) на угол  $45^0$  вокруг биссектрисы первой координатной четверти в плоскости хОу.

### ЗАНЯТИЕ № 7-8. Операторы проектирования

### Задания для самостоятельного решения

- 1. Найти матрицу оператора проектирования на плоскость x + 2y + z = 0
- 2. Найти проекцию вектора (1, 1, 1) на плоскость x + y + 2 = 0
- ЗАНЯТИЕ № 9-10. Комплексные числа в геометрии. Выступление с докладами (ОС-3)

### 3АНЯТИЕ № 11. Кватернионы и их геометрические приложения Задания для самостоятельного решения

- 1. Пусть первый поворот совершается на угол  $\frac{\pi}{3}$  вокруг оси Ох, а второй вокруг оси Оу на тот же угол. Найти результирующий угол и ось поворота.
- 2. Дан вектор  $\overline{\mathbf{X}}(1, 3, 5)$ . Найти координаты вектора  $\overline{\mathbf{X_1}}$ , который получится при повороте  $\overline{\mathbf{X}}$  на угол  $\frac{\pi}{2}$  вокруг вектора  $\overline{\mathbf{y}}(-1, 0, 1)$ .

ЗАНЯТИЕ №12-13. Задачи на построение с помощью циркуля и линейки ЗАНЯТИЕ №14. Деловая игра (ОС-4) ЗАНЯТИЕ №15. Контрольная работа (см. ОС-7)

### 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

### Основная литература

- 1. Аргунов Б.И., Балк М.Б. Геометрические построения на плоскости. Пособие для студентов педагогических вузов. М.: Учпедгиз, 1957. 267 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book\_red&id=256636&sr=1
- 2. Линейная алгебра. Линейные операторы. Квадратичные формы. Комплексные числа: Учебное пособие / Рубашкина Е.В. М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. 38 с. (http://znanium.com/bookread2.php?book=544419)

### Дополнительная литература

- 1. Ефимов Н.В. Высшая геометрия: учебное пособие. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. -585 с. Режим доступа. URL: https://znanium.com/catalog/document?id=129321
- 2. Будак, Б. А. Математика: сборник задач по углублённому курсу: учебнометодическое пособие: [12+] / Б. А. Будак, Н. Д. Золотарева, Ю. А. Попов; под ред. М. В. Федотова. М.: Лаборатория знаний, 2020. 329 с.: ил. (ВМК МГУ школе). Режим доступа. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=595231

#### Интернет-ресурсы

1. Общероссийский математический портал http://www.mathnet.ru

### Лист согласования рабочей программы учебной дисциплины

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование

Профиль:Математика. Иностронный Дзым
Рабочая программа Алгебраические методы решения геометрических
задач
Составитель: Т.Н. Куренева – Ульяновск: УлГПУ, 2023.
Программа составлена с учетом федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль подготовки «Математика. Иностранный язык» утверждённого Министерством образования и науки Российской Федерации,
и в соответствии с учебным планом.
Составители Т.Н. Куренева (подпись)
Рабочая программа учебной дисциплины (практики) одобрена на заседании
кафедры высшей математики "23" мая 2023г., протокол № 10
Заведующий кафедрой
и.В. Столярова 23. О.Т.23  личная подпись расшифровка подписи дата
личная подпись расшифровка подписи дата
Рабочая программа учебной дисциплины (практики) согласована с библиотекой
Сотрудник библиотеки
Мере Но.Б. Марсакова 25.05.23
личная побпись расшифровка подписи дата
Программа рассмотрена и одобрена на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования " $\underline{26}$ " мая $\underline{2023}$ г., протокол $\underline{N}$ $\underline{5}$
Председатель ученого совета факультета физико-математического и
технологического образования
<u>Е.М. Громова</u> 28 05.23  личная подпись расшифровка подписи дата