Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«24» июня 2022 г.

ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

Программа учебной дисциплины Предметно-методического модуля
по профилю «Математика»

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Экономика

(очная форма обучения)

Составитель: Гришина С.А.,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от «25» марта 2022 г. №5

Ульяновск, 2022

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория чисел» относится к дисциплинам обязательной части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1. Дисциплины (модули) Предметно-методического модуля по профилю "Математика" учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Экономика», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса «Алгебра» или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования, а также на дисциплины учебного плана, изученных обучающимися в предыдущих семестрах: Алгебра, Математические основы информатики (алгебра), Учебная практика по математике.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик: Числовые системы, Олимпиадная математика, Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы), курсовая работа 1, Педагогическая практика по математике и для прохождения государственной итоговой аттестации.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины является подготовка учителя к будущей профессиональной деятельности: формирование способности к преподаванию учебного предмета алгебра, как в обычных общеобразовательных классах, так и в классах с углубленным изучением математики.

Задачей освоения дисциплины является закрепление умений проводить математические преобразования выражений, отработка понятийного аппарата математики, техники проведения математических расчетов, формирование и закрепление умения проводить строгие абстрактно-логические доказательства, решать задачи повышенной сложности школьного курса математики.

В результате освоения программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.	ОР-1. Знает методы критического анализа и синтеза информации	ОР-2 Умеет применять системный подход для решения поставленных задач	ОР-3 Владеет навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические	ОР-4. Знает роль и место математики в общей картине научного знания;	ОР-6 умеет осуществлять отбор учебного содержания для его	ОР-7 владеет действием проектирования различных форм

знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач. ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	ОР-5. Знает структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики.	реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию.	учебных занятий, ОР-8 владеет навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике.
ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов. ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).	ОР-9. Знает характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике; ОР-10. Знает особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов учебной деятельности.	ОР-11 Умеет оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов; ОР-12 Умеет организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной деятельности.	ОР-13. Владеет навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.

2. **Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Номер семестра	Всего		Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Трудоемк.		Лекции, час.	Практические занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Лабораторные занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Самостоят. работа, час.	
	Зач. ед.	Часы							
3	3	108	18	30	-	-	-	33	Экзамен (27)
Итого:	3	108	18	30	-	-	-	33	

3. **Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

3.1 .Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель-ная работа
3 семестр				
Цепные дроби	4	8		11
Теория сравнений	8	12		11
Показатели, первообразные корни и индексы	6	10		11
Всего по дисциплине:	18	30		33

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса

Цепные дроби

Конечные и бесконечные цепные дроби. Наилучшие приближения. Квадратичные иррациональности и цепные дроби.

Теория сравнений

Числовые сравнения и их свойства. Кольцо классов вычетов по данному модулю. Полная и приведенная система вычетов. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения с одним неизвестным. Сравнения первой степени. Критерий разрешимости линейных сравнений. Способы решения сравнений первой степени. Системы сравнений. Полиномиальные сравнения по простому модулю. Сравнения второй степени по простому модулю. Символ Лежандра и его свойства. Квадратичный закон взаимности.

Показатели, первообразные корни и индексы

Показатель числа по заданному модулю. Свойства показателей. Существование первообразных корней по простому модулю. Индексы и их свойства. Арифметические приложения теории сравнений: признаки делимости. Арифметические приложения теории сравнений: длина периода десятичной записи дроби.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестов, контрольных и самостоятельных работ.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах типовых самостоятельных и контрольных работ:

ОС-1. Самостоятельная работа № 1. Цепные дроби

1. Найдите значения цепной дроби:

(a) [1,2,3];(b) [3,2,2]; (c) [3,1,2].

2. Разложите в цепную дробь:

(a) $\frac{3}{5}$; (b) $\frac{11}{13}$; (c) $\frac{9}{7}$; (d) $\frac{17}{5}$.

ОС-2. Контрольная работа. Теория сравнений

1. Какому классу вычетов по модулю *n* принадлежит число *a*, если:

(a) $a = 23$, $n = 4$; (b) $a = -12$, $n = 5$; (c) $a = 14$, $n = 6$?

2. Выпишите полную систему вычетов по модулю *n*, содержащую число *a*, если:

(a) $a = 22$, $n = 4$; (b) $a = -11$, $n = 5$; (c) $a = 12$, $n = 6$.

3. Выпишите приведенную систему вычетов по модулю *n*, содержащую число *a*, если:

(a) $a = 21$, $n = 4$; (b) $a = -11$, $n = 5$; (c) $a = 13$, $n = 6$.

4. Найдите остаток от деления *a* на *n*, если:

(a) $a = 3^{147}, n = 5$; (b) $a = 2^{188}, n = 7$; (c) $a = 4^{123}, n = 11$.

5. Решите сравнение:

(a) $2x \equiv 3(mod5)$; (c) $-2x \equiv 1(mod3)$; (e) $-5x \equiv 3(mod6)$;

(b) $3x \equiv 2(mod4)$; (d) $-3x \equiv 2(mod5)$; (f) $2x \equiv 4(mod7)$.

6. Решите систему сравнений

(a) $\begin{cases} x \equiv 3(mod8) \\ x \equiv 11(mod20) \end{cases}$; (c) $\begin{cases} 5x \equiv 8(mod14) \\ 3x \equiv 72(mod15) \end{cases}$;

(b) $\begin{cases} 6x \equiv 2(mod20) \\ x \equiv -2(mod5) \\ 4x \equiv 11(mod29) \end{cases}$; (d) $\begin{cases} 10x \equiv 20(mod30) \\ 4x \equiv 2(mod10) \\ 8x \equiv 16(mod4) \end{cases}$.

7. Решите сравнение

(a) $x^5 - 2x^2 + 1 \equiv 0(mod3)$;

(b) $x^7 + 4x - 3 \equiv 0(mod5)$;

(c) $x^8 - 6x^2 + 2 \equiv 0(mod7)$;

(d) $x^6 + 6x - 2 \equiv 0(mod3)$;

(e) $x^6 - 11x^2 + 3 \equiv 0(mod5)$;

(f) $x^7 + 4x + 5 \equiv 0(mod7)$.

8. Выясните, сколько решений имеет сравнение:

(a) $x^2 \equiv 12(mod5)$; (b) $x^2 \equiv 13(mod7)$; (c) $x^2 \equiv 14(mod11)$.

ОС-3. Самостоятельная работа № 2. Показатели, первообразные корни и индексы

1. Вычислите показатель $P_m(a)$ числа *a* по модулю *m:*

(a) $P_5(3)$; (b) $P_6(5)$; (c) $P_7(2)$; (d) $P_8(3)$; (e) $P_9(4)$; (f) $P_{11}(3)$.

2. Решите сравнение:

(a) $31x^6 \equiv 20(mod7)$; (b) $32x^8 \equiv 10(mod11)$; (c) $3x^3 \equiv 2(mod5)$;

(d) $x^{17} \equiv 2(mod7)$; (e) $31x^6 \equiv 20(mod13)$.

3. Найдите длину периода десятичной записи дроби:

(a) $\frac{2}{3}$; (b) $\frac{1}{3}$; (c) $\frac{1}{7}$; (d) $\frac{5}{9}$; (e) $\frac{4}{9}$; (f) $\frac{7}{9}$; (g) $\frac{5}{11}$.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

Гришина С.А., Кувшинова А.Н. Теория чисел. Учебно-методические рекомендации. – Ульяновск, УлГПУ, 2014. – 14 с.

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 Самостоятельная работа № 1 ОС-2 Контрольная работа ОС-3 Самостоятельная работа № 2	ОР-4. Знает роль и место математики в общей картине научного знания; ОР-5. Знает структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики. ОР-6 умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию. ОР-10. Владеет навыком
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** ОС-4 Экзамен в форме устного собеседования	

		применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике.

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-4 Экзамен в форме устного собеседования
Примерные вопросы к экзамену

Цепные дроби

1. Конечные и бесконечные цепные дроби.
2. Наилучшие приближения.
3. Квадратичные иррациональности и цепные дроби.

Теория сравнений

1. Числовые сравнения и их свойства.
2. Кольцо классов вычетов по данному модулю.
3. Полная и приведенная система вычетов.
4. Функция Эйлера.
5. Теоремы Эйлера и Ферма.
6. Сравнения с одним неизвестным.
7. Сравнения первой степени. Критерий разрешимости линейных сравнений.
8. Способы решения сравнений первой степени.
9. Системы сравнений.
10. Полиномиальные сравнения по простому модулю.
11. Сравнения второй степени по простому модулю.
12. Символ Лежандра и его свойства.
13. Квадратичный закон взаимности.

Показатели, первообразные корни и индексы

1. Показатель числа по заданному модулю. Свойства показателей.
2. Существование первообразных корней по простому модулю.
3. Индексы и их свойства.
4. Арифметические приложения теории сравнений: признаки делимости.

5. Арифметические приложения теории сравнений: длина периода десятичной записи дроби.

Примерное практическое задания к экзамену

1. Решить в целых числах уравнение: $2x^2 - 11xy + 12y^2 = 17$
2. Решить сравнения а) $12x \equiv 10 \pmod{16}$;

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
3 семестр	Разбалловка по видам работ	9 х 1=9 баллов	15 х 1=15 баллов	212 баллов	64 балла
	Суммарный макс. балл	9 баллов max	24 балла max	236 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Оценка	**Баллы (3 ЗЕ)**
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 и менее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

Занятие 1, 2. ***Конечные цепные дроби***

1. Разложите в цепную дробь 13/67, 99/170.
2. Представьте цепную дробь |2; 1, 1, 3, 1, 2| (|3, 2, 2, 7| в виде обыкновенной.
3. С помощью разложения в цепную дробь сократить $\frac{1043}{3427}, \frac{3953}{871}$.

Занятие 3, 4. ***Бесконечные цепные дроби***

1. Разложить в цепную дробь следующие числа:

а) $\sqrt{3}$; б) $\sqrt{5}$; в) $\sqrt{32}$.

2. Разложить $\sqrt{x^2+1}$ в непрерывную дробь и найти $\frac{P_3}{Q_3}$.
3. Разложить в цепную дробь и заменить подходящей дробью с точностью до 0,001 следующие числа: а) $\frac{1321}{382}$; б) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.
4. При помощи непрерывных дробей вычислить с точностью до 0, 0001 оба корня следующего уравнения: $2x^2 - 15x + 26 = 0$.
5. Составить уравнение, один из корней которого разлагается в периодическую непрерывную дробь ((2, 6, 1)), и найти соответствующую иррациональность.

Занятие 5. Числовые функции

1. Найти количество и сумму натуральных делителей числа 360, 957 (д/з числа 750, 375).
2. Найдите НОД и НОК чисел 360 и 504.
3. Сумма двух чисел 667, а отношение их НОК к НОД равно 120. Найти эти числа.
4. Найдите целое положительное число, зная, что оно имеет два простых делителя, число всех делителей равно 6, а сумма всех делителей – 28.
5. Число N имеет два простых делителя, N^2 имеет 15 различных н1.атуральных делителей. Сколько делителей имеет N^3 (ответ 28)
6. Число $N = 2^{\alpha}\cdot 5^{\beta}\cdot 7^{\gamma}$. 5N имеет на 8 делителей больше, чем N, 7N имеет на 12 делителей больше, чем N, 8N имеет на 18 делителей больше, чем N. Найдите это число.
7. Число $N = 2^{\alpha}\cdot 3^{\beta}\cdot 5^{\gamma}$. Если N разделить на 2, то у нового числа будет на 30 делителей меньше, чем у N, если N разделить на 3, то у нового числа будет на 35 делителей меньше, чем у N, если N разделить на 5, то у нового числа будет на 42 делителей меньше, чем у N. Найдите это число.
8. Найти функцию Эйлера от чисел: 375, 720, 17, 31, 5·7·13, 3^5

Д/з 988 (отв. 432), 1200 (отв. 320), 71, 43, 12·17 (отв. 64), 5^4 (отв. 500).

9. Число имеет два простых делителя, разность между которыми равна 2. Функция Эйлера от числа равна 120. Найдите это число (отв. 143).

Д/з Число $a = 3^{\alpha}5^{\beta}7^{\gamma}$, $\varphi(a) = 3600$. Найти a. (отв. 7875).

10. Сколько существует положительных правильных несократимых дробей со знаменателем 16 (д/з 36, отв. 12).
11. Найти количество натуральных чисел, меньших 300 и имеющих с ним наибольший общий делитель число 20. Ответ: 8. (д/з числа, меньшие, чем 1665, НОД = 37, отв. 24)
12. Найти остаток от деления:

а) 109^{345} на 14 (отв. 1) б) 439^{291} на 60 (отв. 19) в) $3^{80} + 7^{80}$ на 11 (отв 2)

Д/з г) 385^{175} на 45 (отв. 32) д) 293^{275} на 48 (отв. 29) е) $3^{100} + 5^{100}$ на 7 (отв 6).

6. Найти последние две цифры числа 2^{100}. Ответ 76. (д/з последние 3 цифры 243^{402} – ответ 049).

Занятия 6. Системы вычетов.

1. Написать полную и приведённую систему наименьших положительных и наименьших по абсолютной величине вычетов по модулю 10 (по модулю 12).
2. Показать, что числа образуют полную систему вычетов
а) 25, -20, 16, 46, - 21, 18, 37, -17 по модулю 8.
б) 32, - 9, 15, 42, - 18, 30, 6 по модулю 7.
3. Показать, что числа образуют приведённую систему вычетов
а) 19, 23, 25, -19 по модулю 12
б) 11, -1, 17, -19.

Занятие 7, 8. Линейные сравнения с одним неизвестным

1. Путём испытаний наименьших неотрицательных вычетов найти решения сравнений:
а) $5x^2 – 15x + 22 \equiv 0 \pmod 3$ б) $x^2 + 2x + 2 \equiv 1 \pmod 5$ – отв. 1, 2.
2. Решить сравнения по простому модулю на основании их свойств:
а) $12x \equiv 1 \pmod 7$; б) $6x \equiv 3 \pmod 7$; в) $6x + 5 \equiv 1 \pmod 7$
Д/з г) $6x + 5 \equiv 6 \pmod 7$; д) $3x + 4 \equiv 2 \pmod 5$; е) $15x + 4 \equiv 7 \pmod{11}$
3. Решить сравнения способом Эйлера:
а) $3x \equiv 1 \pmod 5$ Д/з в) $5x \equiv 6 \pmod 7$ отв. 4.
4. Решить сравнения:
а) $20x \equiv 10 \pmod{25}$; б) $5x \equiv 7 \pmod{10}$; в) $10x \equiv 25 \pmod{35}$
Д/з г) $12x \equiv 9 \pmod{15}$ д) $12x \equiv 9 \pmod{18}$; е) $14x \equiv 22 \pmod{36}$.
Отв. 2, 7, 12 нет 17, 35
4. Решить сравнения пользуясь разложением в цепную дробь
а) $37x \equiv 25 \pmod{117}$ Отв. 7; б) $143x \equiv 41 \pmod{221}$ – решений нет
в) $113x \equiv 89 \pmod{311}$ Отв. 46; г) $221x \equiv 111 \pmod{360}$ отв. 51.

Занятие 9. Сравнения высших степеней

1. Заменить сравнение $27x^3 + 14x^2 - 10x + 13 \equiv 0 \pmod{59}$ эквивалентным сравнением с коэффициентом при старшем члене, равным 1.
2. Сравнение $x^{16} + 3x^8 - 5x^7 - x^4 + x - 2 \equiv 0 \pmod 7$ заменить эквивалентным сравнением степени, меньшей, чем 7.
3. $x_0 = 31$ удовлетворяет сравнению $11x^2 \equiv 65 \pmod{103}$. Найти все решения этого сравнения.
4. Сколько решений имеет сравнение: $x^2 \equiv 1 \pmod{29}$?
5. Решить сравнение, предварительно приведя его к двучленному сравнению $3x^2 + 7x + 8 \equiv 0 \pmod{17}$.

Занятие 10. Неопределённые уравнения первой степени с двумя неизвестными. Системы линейных сравнений с одним неизвестным

1. Решить уравнение
а) $3x + 4y = 13$ б) $81x – 48y = 33$ в) $26x + 34y = 13$
Д/з г) $8x – 13y = 63$ д) $45x - 37y = 25$ е) $39x – 22y = 10$
Отв. $x = 3 + 13t$, $y = 8t – 3$ $x = 17 + 37t$, $y = 20 + 45t$ $x = 22t – 2$, $y = 39t – 4$.
2. Для перевозки зерна имеются мешки, вмещающие в себя 60 кг или 80 кг. Сколько нужно тех и других для перевозки 440 кг?
3. Сколько билетов по 30 и 50 р. можно купить на 1490 р?
4. Ставится водопровод длинной 105 м, имеются трубы 3 м и 4.5 м. Сколько нужно тех и других труб? (12 пар решений).
5. Сколько конвертов по 3 и 4 р. можно купить на 50 р? (4 пары решений).
6. Решите систему сравнений:

$$x \equiv 4 \pmod 5$$
$$x \equiv 1 \pmod{12}$$
$$x \equiv 7 \pmod{14}.$$

Занятие 11, 12. Показатели и индексы чисел по данному модулю. Двучленные сравнения по простому модулю.

1. Найти (путем возможно более простых вычислений) показатель, которому принадлежит

а) 7 по модулю 43

б) 5 по модулю 108

2. Найти все первообразные корни по модулям 17, 289, 578

3. Составить таблицы индексов и антиндексов по модулю 13. С помощью таблицы решить сравнение: $2x^8 \equiv 5 \pmod{13}$, $10x \equiv 7 \pmod{13}$.

4. Пользуясь таблицей индексов, указать число решений сравнения

а) $x^{60} \equiv 79 \pmod{97}$

б) $x^{55} \equiv 17 \pmod{97}$

в) $x^{15} \equiv 46 \pmod{97}$

г) $3x^{12} \equiv 31 \pmod{41}$

д) $7x^7 \equiv 11 \pmod{41}$

е) $5x^{30} \equiv 37 \pmod{41}$

Занятие 13, 14. Арифметические приложения теории сравнений.

1. Делится ли число 56 704 на одно из чисел: 7, 11, 13

2. Определить, делится ли на 3526 число N= 65 204 779 728.

3. Проверить правильность выполнения действий (с помощью модуля 9 и 11)

1) $13547 - 9862 = 3685$

2) $8740297 - 561245 = 8179052$

4. Найти число цифр в периоде при обращении несократимой дроби со знаменателем b = 41 в десятичную.

Занятие 15. ***Контрольная работа***

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Смолин Ю.Н. Числовые системы. – М.: Флинта, 2021. – 112 с («университетская библиотека онлайн» https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=54576).
2. Данилова, Т. В. Теория чисел : Задачи с примерами решений; учебное пособие / Т.В. Данилова. - Архангельск : САФУ, 2015. - 104 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436368
3. Смолин, Ю. Н. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. Н. Смолин. — 4-е изд., стер. — М. : ФЛИНТА : Наука, 2017. — 464 с.. (Электронный ресурс. – Режим доступа: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=1034573).

Дополнительная литература

1. Михелович, Ш. Х. Теория чисел / Ш.Х. Михелович. - Москва : Высшая школа, 1962. - 260 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=437366Данилова Т. В. Теория чисел : Задачи с примерами решений; учебное пособие / Т.В. Данилова. - Архангельск : САФУ, 2015. - 104 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436368
2. Бухштаб, А. А. Теория чисел / А. А. Бухштаб. – Москва : Просвещение, 1966. – 383 с.URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454831

Интернет-ресурсы

http://www.mathnet.ru Общероссийский математический портал