

Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методической
работе


С.Н. Титов

« 25 » июня 2021 г.

МЕТОДОЛОГИЯ И МЕТОДЫ НАУЧНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ (СПЕЦИАЛЬНЫЕ НАУКИ)

Программа учебной дисциплины модуля
«Методология исследования в образовании»

основной профессиональной образовательной программы высшего
образования – программы магистратуры по направлению подготовки
44.04.01 Педагогическое образование,

направленность (профиль) образовательной программы
Компьютерное моделирование и дизайн информационной образовательной
среды
(заочная форма обучения)

Составитель: Фолиадова Е.В., доцент
кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-
математического и технологического образования, протокол от
«21» июня 2021г. №7

Ульяновск, 2021

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Методология и методы математических исследований» (специальные науки) относится к дисциплинам обязательной части, Блока 1. *Дисциплины (модули)*, модуля «Методология исследования в образовании» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы магистратуры по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы «Компьютерное моделирование и дизайн информационной образовательной среды», заочной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках базовых математических дисциплин образовательных программ бакалавриата.

Результаты освоения дисциплины являются основой для изучения дисциплин части, формируемой участниками образовательных отношений, а также для научно-исследовательской работы магистрантов.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Актуальность включения дисциплины в ООП определяется ярко выраженной спецификой предмета и методов математики как науки по сравнению с методами естественных и гуманитарных наук.

Целями освоения дисциплины «*Методология и методы математических исследований*» (специальные науки) являются:

- систематизация и углубление представлений магистрантов о специфике математического знания, месте и роли математики в познании мира, о единстве математики в ее многообразии;
- формирование представлений о процессе математического исследования, его важнейших чертах, особенностях постановки проблемы и представления результатов.

В соответствии с этим при преподавании дисциплины ставятся следующие **задачи**:

- рассмотрение математики как науки о математических структурах (алгебраических, порядковых, топологических), обсуждение ценности соответствующего подхода в математических исследованиях и математическом образовании;
- рассмотрение математики как науки о математических моделях (как внематематических, так и собственно математических объектов), обсуждение методологии математического моделирования, а также роли моделей-интерпретаций в математическом образовании;
- повторение, систематизация, выравнивание общих представлений о математических структурах и математических моделях, полученных магистрантами в рамках программ бакалавриата (возможно, разных направлений или профилей подготовки);
- формирование методической грамотности и умений анализировать различные варианты построения математической теории, проектировать на основе избранного варианта учебный процесс для конкретной целевой аудитории.

В результате освоения программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция	Индикаторы достижения компетенции	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования компетенции)		
		теоретический	модельный	практический
УК-6	Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки			
	ИУК 6.3.	Формулирует цели собственной деятельности, определяет пути их достижения с учётом ресурсов, условий, средств, временной перспективы развития деятельности и планируемых результатов		
		Магистрант знает	Магистрант умеет	Магистрант владеет
		ОР-1: возможные принципиальные подходы к постановке задач и построению математического исследования	ОР-2: анализировать структуру конкретных математических исследований, выделять применённые подходы, методы, приёмы рассуждений	
	ИУК 6.5.	Демонстрирует интерес к учёбе и использует предоставляемые возможности для приобретения новых знаний и умений с целью совершенствования своей деятельности		
		Магистрант знает	Магистрант умеет	Магистрант владеет
		ОР-3: осваивать содержание учебного математического текста, включая самостоятельное построение моделей-интерпретаций; ОР-4: вычленять, анализировать, осваивать логическую структуру современного построения математической дисциплины	ОР-5: установкой на анализ и освоение методов математического доказательства и математического моделирования	
ОПК-8	Способен проектировать педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний и результатов исследований			
	ИОПК 8.2	Умеет использовать современные специальные научные знания и результаты исследований для выбора методов в педагогической деятельности		
		Магистрант знает	Магистрант умеет	Магистрант владеет
	ОР-6 литературные и сетевые источники, отражающие современные методы математических исследований	ОР-7 осваивать новые для себя математические понятия и алгоритмы работы с математическими объектами	ОР-8 навыками восприятия математической информации высокого уровня абстракции, построения моделей интерпретаций абстрактных конструкций	

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час	Практические занятия, час	Лабораторные занятия, час	Самостоят. работа, час	
	Трудоемк.	За ч. ед.					
1	1	36	2	10	-	24	Зачет
Итого:	1	36	2	10	-	24	

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Отбор математического содержания дисциплины определяется необходимостью знакомства магистрантов с классическими и современными подходами к построению основных математических теорий. Основное внимание предлагается уделить базовому понятию математической структуры и его детализации, а также происхождению математических понятий и структур из задачи описания реального мира и основам методологии математического моделирования.

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
1 семестр				
1. Математика в системе наук, ее методологические особенности	2	-	-	4
2. Математика как наука о математических структурах	-	6	-	10
2.1. Основные алгебраические структуры	-	2	-	3
2.2. Основные порядковые структуры	-	2	-	3

2.3. Основные топологические структуры	-	2	-	4
3. Математика как наука о математических моделях	-	4	-	10
3.1. Модели-теории нематематических объектов и процессов. Модели-теории математических объектов	-	2	-	5
3.2. Модели-интерпретации математических объектов	-	2	-	5
Всего по дисциплине:	2	10	-	24

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

1. **Математика в системе наук, ее методологические особенности.** Внешние и внутренние стимулы развития математики. Математика как наука о математических моделях и математика как наука о математических структурах: взаимодействие двух аспектов развития.
Структура математического знания, основные математические дисциплины и их взаимосвязи. Единство «чистой» и «прикладной» математики. Численные и аналитические методы в математике. Результаты математического исследования. Доказательство в математике. Изменение требований к уровню строгости обоснований на протяжении истории математики. Кризисы в математике и их роль в развитии науки. Проблема компьютерного доказательства.
Представление математических результатов. Требования к математической статье, докладу на конференции, тезисам доклада. Монография по математике. Чтение математического текста как вид математической деятельности.
2. **Математика как наука о математических структурах.** Многоступенчатое абстрагирование как характерная черта современной математики, «опредмечивание» и «распредмечивание» как составная часть деятельности математика. Аксиоматический метод в истории математики и в современной математике. «Архитектура математики» по Н. Бурбаки и критика «бурбакистского» подхода.
 - 2.1. **Основные алгебраические структуры.** Полугруппы, моноиды, группы. Кольцо. Тело, поле. Векторное пространство над полем, модуль над кольцом. Алгебра над полем, над кольцом. Понятие о неклассических алгебраических структурах (неассоциативных и др.). Основные числовые множества (натуральных, целых, рациональных, действительных, комплексных чисел, кватернионов, октав) как алгебраические структуры. Гомоморфизмы и изоморфизмы алгебраических структур; эпиморфизмы и мономорфизмы; эндоморфизмы и автоморфизмы. Подгруппа, нормальный делитель группы, фактор-группа. Подкольцо, идеал

кольца, фактор-кольцо. Подпространство векторного пространства, фактор-пространство. Подалгебры, идеалы алгебры, фактор-алгебра.

Интерактивная форма: Дискуссионный клуб «Роль Н.Бурбаки в математическом образовании: за и против».

2.2. Основные порядковые структуры. Отношение порядка, частично упорядоченное множество, линейно упорядоченное множество, вполне упорядоченное множество. Диаграммы Хассе. Цепи. Отрезки и интервалы в частично упорядоченном множестве. Максимальный и наибольший, минимальный и наименьший элементы в частично упорядоченном множестве; верхнее и нижнее множества элемента; верхняя и нижняя границы подмножества, верхняя и нижняя грани подмножества. Решётки. Булевы алгебры. Монотонные (изотонные и антитонные) отображения частично упорядоченных множеств. Изоморфизм упорядоченных множеств. Изоморфизм решёток.

2.3. Основные топологические структуры. Топологическое пространство, метрическое пространство. Окрестности, сходимости последовательностей, непрерывность отображений. Открытые и замкнутые множества. База топологии. Фундаментальные последовательности, полнота метрического пространства, пополнение. Компактность и секвенциальная компактность. Связность. Аксиомы отделимости, хаусдорфовы топологические пространства.

Согласование алгебраической и топологической структур: топологические группы, топологические векторные пространства, нормированные пространства, пространства со скалярным произведением.

Согласование порядковой и топологической структур: задание топологии с помощью отношения порядка.

Основные числовые множества как топологические структуры.

Интерактивные формы: Мозговой штурм «Определения, свойства, признаки» (конструирование определений важнейших понятий анализа в пространствах разных типов). Разговор за чашкой кофе «А из нашего окна...» (сопоставление свойств различных числовых пространств).

3. Математика как наука о математических моделях. Принципы математического моделирования. Основные этапы построения математической модели. Типичные классы математических моделей, в том числе используемых в школьном курсе математики. Модели-теории и модели-интерпретации.

3.1. Модели-теории нематематических объектов и процессов. Происхождение математических понятий. Примеры построения математических моделей в различных предметных областях (физика, биология, экономика). Работа с моделью. Интерпретация модели. Понятие о линейных и нелинейных, детерминированных и стохастических моделях. Особенности моделей в задачах оптимизации. **Модели-теории математических объектов.** Происхождение математических понятий высокой степени абстракции. Примеры. Переформулирование задачи на языке другого раздела математики как построение модели. Примеры: аналитические и алгебраические (группы преобразований) модели в решении геометрических задач; геометрические модели в решении алгебраических задач.

Интерактивные формы: Коллективное исследование «Построение математической модели». Коллективное исследование «Как решать задачу».

3.2. Модели-интерпретации математических объектов. «Предмечивание» математических понятий высокой степени абстракции. Примеры. Роль моделей-интерпретаций в математическом образовании.

Интерактивные формы: Педагогическая мастерская «Приведи пример».

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Общий объем самостоятельной работы магистрантов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную (24 часа) самостоятельную работу в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется преимущественно в малых группах, в рамках участия в интерактивных занятиях различных форм, предусмотренных программой (см. выше раздел 3.2). Внеаудиторная самостоятельная работа организуется как продолжение аудиторной и включает доработку консультационных материалов по отдельным темам в виде коллективной презентации; полное оформление решения задач, предполагающих построение модели; разработку фрагмента занятия, использующего модель-интерпретацию математического объекта (подробнее см. раздел 5.2).

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине «Методология и методы математических исследований»

1. Материалы статей Н. Бурбаки «Архитектура математики», В.И. Арнольда «Что такое математика», «“Жёсткие” и “мягкие” математические модели», А.Л. Тоома «Текстовые задачи: приложения или умственные манипулятивы?»; вопросы к дискуссии.
2. Консультационные материалы по основным математическим структурам (разрабатываются и представляются магистрантами в виде отдельных слайдов коллективной электронной презентации, ОС-2, тематика соответствует разделам программы 2.1-2.3, см. раздел 5.2).
3. Задания на построение математических моделей, в т.ч. задания контрольно-измерительных материалов ОГЭ и ЕГЭ по темам, связанным с моделированием (текстовые задачи, задачи на работу с готовыми моделями, а также задачи на наибольшие/наименьшие значения величин).

Примеры заданий: Постройте математическую модель подходящего класса (лучше предложить несколько; хорошо, если модель будет пригодна для анализа сразу многих однотипных задач). Решите задачу.

1. Сколько раз в сутки часовая и минутная стрелки часов оказываются на одной прямой линии?
2. В магазине продаются апельсины по восемь штук за доллар. Покупатель хочет взять семь. Сколько он должен заплатить? [Тоом А.Л. Текстовые задачи: приложения или умственные манипулятивы? <http://www.mccme.ru/edu/index.php?ikey=toom-01>]
3. В некотором государстве средняя зарплата детского врача (педиатра) составляет 30000 у.е., а средняя зарплата депутата Госдумы 450000 у.е. На сколько процентов в этом государстве средняя зарплата депутата больше, чем средняя зарплата педиатра? [<http://alexlarin.net/ege/2017/trvar167.html>]
4. На координатной плоскости задан треугольник ABC. Найдите его площадь, если известно, что A (-1; -3), B (-3; 3), C (3; 5). [<http://alexlarin.net/ege/2017/trvar167.html>]
5. В группе из 25 студентов 18 изучали английский язык, 8 – немецкий язык, 5 – французский язык, а двое не изучали ни одного иностранного языка. Сколько студентов учили ровно два языка, если полиглот, владеющий всеми тремя языками, в группе один?
6. В языке племени мумба-юмба пять букв: «а», «у», «ю», «б» и «м». Любые кортежи не более чем из пяти букв без удвоенных согласных, содержащие хотя бы одну гласную, – это слова; других слов в языке нет. Сколько слов в языке племени мумба-юмба?
7. В репертуаре театра на начавшийся сезон 12 спектаклей. Сколькими способами Анна может выбрать несколько спектаклей, которые она планирует увидеть в течение сезона?

8. Три подруги запланировали в воскресенье пойти в театр. Накануне спектакля выяснилось, что Лена “стопудово” идёт; у Вики “ничего надеть”, и она “процент на 80” не сможет составить компанию подругам; Марина в силу обстоятельств оценила возможность посещения спектакля, как “50 на 50”. Какова вероятность, что все три подруги посетят запланированное мероприятие? [<http://alexlarin.net/ege/2017/trvar167.html>]

9. В классе меньше 30 человек. Вероятность того, что наугад выбранная девочка отличница, равна $3/13$, а вероятность того, что наугад выбранный мальчик отличник, равна $4/11$. Сколько в классе отличников? [<http://www.problems.ru>]

10. У охотника есть две собаки. Однажды, заблудившись в лесу, он вышел на развилку. Охотник знает, что каждая из собак с вероятностью p выберет дорогу домой. Он решил выпустить собак по очереди. Если обе выберут одну и ту же дорогу, он пойдёт за ними; если же они разделятся, охотник выберет дорогу, кинув монетку. Увеличит ли таким способом охотник свои шансы выбрать дорогу домой, по сравнению с тем, как если бы у него была одна собака?

11. Монету бросают 10 раз. Найдите вероятность того, что ни разу не выпадут два орла подряд.

12. В ящике 2016 носков – синих и красных. Может ли синих носков быть столько, чтобы вероятность вытащить наудачу два носка одного цвета была равна 0,5?

13. Правда ли, что 13 число месяца с большей вероятностью приходится на пятницу, чем на другие дни недели?

14. В Анчурии проходит чемпионат по шашкам в несколько туров. Дни и города проведения туров определяются жеребьёвкой. По правилам чемпионата никакие два тура не могут пройти в одном городе, и никакие два тура не могут пройти в один день. Среди болельщиков устраивается лотерея: главный приз получает тот, кто до начала чемпионата правильно угадает, в каких городах и в какие дни пройдут все туры. Если никто не угадает, то главный приз перейдёт в распоряжение оргкомитета чемпионата. Всего в Анчурии восемь городов, а на чемпионат отведено всего восемь дней. Сколько туров должно быть в чемпионате, чтобы оргкомитет с наибольшей вероятностью получил главный приз?

15. Маркетинговая компания решила провести социологическое исследование, чтобы узнать, какая часть городского населения (в городе около 300 000 жителей) узнаёт новости в основном из радиопередач, какая часть – из телепрограмм, какая часть – из прессы, а какая – по интернету. Для исследования было решено использовать выборку из 2000 случайно выбранных владельцев адресов электронной почты. Можно ли считать такую выборку репрезентативной?

16. Галина взяла в кредит 12 млн. рублей на срок 24 месяца. По договору Галина должна возвращать банку часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 3%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Галиной банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Галиной, подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. На сколько рублей больше Галина вернет банку в течение первого года кредитования по сравнению со вторым годом? [<http://alexlarin.net/ege/2017/trvar167.html>]

17. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону

где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее четырёх метров?

18. В распоряжении прораба Валерия имеется бригада каменщиков в составе 40 человек. Их нужно распределить на неделю на два строящихся объекта. Если на первом объекте работает человек, то их недельная зарплата составляет тыс. рублей. Если на втором объекте работает t человек, то их недельная зарплата составляет тыс. рублей. Как Валерию нужно распределить на эти объекты бригаду каменщиков, чтобы выплаты на

их недельную зарплату оказались наименьшими? Сколько рублей в этом случае пойдет на зарплату? [<http://alexlarin.net/ege/2017/trvar163.html>]

19. Дана выпуклая фигура и точка А внутри нее. Докажите, что найдется хорда (т.е. отрезок, соединяющий две граничные точки фигуры), проходящая через точку А и делящаяся точкой А пополам.

20. Можно ли бутерброд из хлеба, сыра и колбасы разрезать одним взмахом ножа так, чтобы разделить на две части поровну и хлеб, и сыр, и колбасу?

**Структура контрольной работы по дисциплине
«Методология и методы математических исследований»
(домашняя контрольная работа)**

1.
 - 1.1. Повторить понятия и определения, относящиеся к одной из базовых математических структур, и разработать консультационные материалы по этой теме. Форма отчета: слайд презентации (+выступление на практическом занятии, включая задания для слушателей, оценивается в рамках практического занятия).
 - 1.2. Проанализировать заданное множество (функций, последовательностей, ...) с точки зрения его принадлежности к основным классам алгебраических и топологических структур.
2.
 - 2.1. Изучить и решить одну из конкретных задач, предполагающих построение математической модели, в том числе рассмотреть историю вопроса (по научным обзорам или сетевым материалам). Форма отчета: решение задачи с пояснениями.
 - 2.2. Разработать фрагмент занятия по математике, использующего модель-интерпретацию какого-либо математического понятия (завершить выполнение задания педагогической мастерской).

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

Фолиадова Е.В. Методы исследований в современной математике и их отражение в математическом образовании: Учебно-методическое пособие для магистрантов направления подготовки «Педагогическое образование» математического профиля. – Ульяновск: УлГПУ им. И.Н. Ульянова, в печати.

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Цель проведения аттестации – диагностика сформированности запланированных образовательных результатов. Для проверки освоения программы дисциплины «Методология и методы математических исследований» используются технологии формирующего оценивания (текущая аттестация) и суммативного оценивания (промежуточная аттестация в форме зачёта, завершающая изучение дисциплины).

№ п/п	Разделы (темы) дисциплины	Средства, используемые для текущего оценивания индикатора формирования	Образовательные результаты дисциплины							
			ОР -1	ОР -2	ОР -3	ОР -4	ОР -5	ОР -6	ОР -7	ОР -8
			УК-6				ОПК-8			
			ИУК 6.3		ИУК 6.5		ИОПК 8.2			

		Я КОМПЕТЕНЦИИ								
1.	Математика в системе наук, ее методологические особенности	ОС-1: Участие в дискуссии								
2.	Математика как наука о математических структурах	ОС-2: Работа в микрогруппах, разработка ментальной карты								
3.	Математика как наука о математических моделях	ОС-3: Коллективное исследование								
4.	Контрольное задание	ОС-4: Домашняя контрольная работа								
	Промежуточная аттестация (зачёт)	ОС-5: Зачёт в форме устного собеседования								

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а также процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

**Программа зачёта по дисциплине
«Методология и методы математических исследований»**

1. Математика как наука о математических моделях и математика как наука о математических структурах.
2. Структура математического знания, основные математические дисциплины и их взаимосвязи.
3. Кризисы в математике и их роль в развитии науки.
4. Аксиоматический метод в истории математики и в современной математике. Примеры.
5. «Архитектура математики» по Н. Бурбаки.
6. Группы и подгруппы. Подгруппы. Нормальная подгруппа. Факторгруппа.
7. Гомоморфизм и изоморфизм групп. Ядро гомоморфизма.
8. Кольцо. Идеал кольца. Факторкольцо. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец.
9. Тело. Область целостности. Поле. Поля действительных чисел, комплексных чисел.
10. Линейные (векторные) пространства над полем. Базисы, Размерность.
11. Выпуклые множества в векторных пространствах.
12. Упорядоченные множества. Линейный порядок. Изотонные (монотонные) отображения.
13. Наибольшие и наименьшие элементы, верхние и нижние грани множеств. Решетки.
14. Топологические пространства и основные топологические понятия (свойства).
15. Линейные топологические пространства. Сопряженное пространство.
16. Метрические пространства и основные метрические понятия (свойства). Топология, порожденная метрикой, и ее особенности.
17. Полные метрические пространства и принцип сжимающих отображений.
18. Компактность в метрических и топологических пространствах.

19. Нормированные пространства. Метрика и топология, порожденные нормой, их особенности. Линеалы и подпространства. Базисы, размерность. Ряды. Банаховы пространства.
20. Пространства со скалярным произведением. Неравенство Коши-Буняковского. Норма, метрика, топология, порожденные скалярным произведением. Гильбертовы пространства. Изоморфизм гильбертовых пространств одинаковой размерности.

ФОРМИРОВАНИЕ БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ ОЦЕНКИ РАБОТЫ МАГИСТРАНТА

№ п/п	Вид деятельности (1 семестр)	Максимальное количество баллов
1.	Посещение лекционных занятий	1
2.	Посещение практических занятий	5
3.	Работа на занятиях и самостоятельная внеаудиторная работа, всего	62
в том числе:	ОС-1 Участие в коллективной дискуссии	12
	ОС-2 Работа в микрогруппах, разработка ментальной карты	16
	ОС-3 Коллективное исследование	16
	ОС-4 Контрольная работа	18
4.	Зачёт	32
Итого	1 зачетная единица	100

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

По итогам освоения дисциплины «Методология и методы математических исследований», которая изучается в 1 семестре и трудоёмкость которой составляет 2 ЗЕ, обучающийся набирает определённое количество баллов, которое соответствует результату «зачтено» или «не зачтено» согласно следующей таблице:

Итоговое количество баллов	Итоговая отметка
0-50	не зачтено
51-100	зачтено

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Дисциплина «Методология и методы математических исследований» является вводной и нацелена на формирование представлений о характере научной работы в области математики. Успешное освоение курса требует активной деятельности на практических занятиях и во внеаудиторное время, систематического выполнения домашних заданий, самостоятельной работы с математической литературой, как учебной, так и научной.

Сложность ознакомления студентов с методами математического исследования определяется, в частности, тем, что эти методы невозможно изучать отдельно от соответствующих объектов – как правило, весьма абстрактных. Само оперирование с этими объектами требует достаточного времени на освоение; как правило, этим и исчерпывается изучение математических структур в рамках бакалавриата. Основополагающие теоремы и алгоритмы по необходимости возникают в математических дисциплинах в уже законченном виде, методы, которые привели к их получению, остаются «за кадром». В

связи с этим в рамках курса подготовки магистров «*Методология и методы научного исследования*» предполагается не только обобщающее изучение методологии математики с позиций гносеологии, но и прежде всего рассмотрение конкретных образцов математического исследования в областях, близких к научному направлению кафедры высшей математики. Основное время, отведенное на аудиторные занятия, предлагается посвятить именно формированию у будущих магистров основ умений, связанных с математическими исследованиями, в естественной связи с актуализацией и расширением понятийного аппарата, необходимого для их проведения.

Общие вопросы методологии математики (раздел 1), несомненно важные для формирования будущего исследователя, предлагается вынести в большей степени на самостоятельное изучение (и обдумывание). Обсуждение этих вопросов на аудиторных (практических/семинарских) занятиях не должно сводиться к докладам студентов на общие темы. Предлагается сосредоточить внимание на проблемных точках, актуальных для каждого конкретного исследования, а именно, на соотношении внешней мотивации и внутренней логики развития математических понятий, на положительных и отрицательных сторонах «структуралистского» подхода к построению математического знания, а также его отражения в преподавании и изучении математики.

На лекции предполагается краткое изложение истории/логики развития одного из современных разделов математики, а именно, функционального анализа в его взаимосвязях с другими разделами математики, демонстрация связей с приложениями. При этом акцент должен быть сделан именно на методологических особенностях и важнейших методах получения результатов в функциональном анализе – как общих для всей современной математики, так и специфических. Могут быть указаны (сформулированы) несколько проблем, сыгравших важную роль в истории функционального анализа либо актуальных для тех или иных его приложений, самостоятельное рассмотрение которых предлагается магистрантам. Проблемы желательно подбирать так, чтобы их решение демонстрировало пользу переформулировки исходной задачи на языке некоторой абстрактной структуры и типичные элементы дальнейшего исследования. С другой стороны, эти проблемы должны быть связаны с интересами конкретного магистранта.

На практических занятиях предполагается активная работа студентов с теоретическим материалом, как известным им из математических курсов бакалавриата, так и новым (соотношение этих частей может быть различным в зависимости от профиля полученного образования). Одной из сверхзадач этих занятий является именно выравнивание уровней владения студентами языком математического и функционального анализа, абстрактной алгебры и др. дисциплин, необходимых для дальнейшего обучения в магистратуре. На практических занятиях также проводится обоснование алгоритмов оперирования с соответствующими объектами, если такое обоснование требуется; могут быть продемонстрированы и примеры решения задач. При этом акцент должен делаться на исследовательских (учебных) задачах – проверке истинности утверждений, поиске примеров и контрпримеров, формулировке общих свойств объектов и т.п. Часть задач, поставленных на занятии, может после начального этапа совместного обсуждения быть предложена как домашнее задание, по некоторым из них целесообразно затем заслушивать краткие сообщения студентов. Как преподавателю, так и студентам во время их сообщений рекомендуется применять проблемный стиль изложения материала, ставить вопросы перед аудиторией, в том числе для последующего обдумывания, предусматривать время для ответа на вопросы слушателей. Сопоставление свойств различных математических структур предлагается провести в форме интерактивных занятий. Необходимо обратить особое внимание на освоение языка абстрактной алгебры и функционального анализа, необходимого для дальнейшего продвижения. Желательно проработать глоссарий дисциплины и убедиться в четком понимании смысла содержащихся в нем терминов.

Контрольное задание по дисциплине «Методология и методы математических исследований» предлагается организовать как внеаудиторное, состоящее из нескольких

отдельных частей (см. раздел 4). Формой рубежного контроля по дисциплине является зачёт.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Алгебраические структуры и их приложения : учебное пособие / Л.В. Зяблицева; С.Ю. Корабельщикова; И.В. Кузнецова; С.А. Тихомиров. - Архангельск : САФУ, 2015. - 169 с. URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436142>
2. Асташова, И. В. Функциональный анализ : учебно-методический комплекс / И.В. Асташова; В.А. Никишкин. - 3-е изд., испр. и доп. - Москва : Евразийский открытый институт, 2011. - 110 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90883>

Дополнительная литература

1. Аносов, Д. В. От Ньютона к Кеплеру / Д.В. Аносов. - М. : Издательство МЦНМО, 2006. - 274 с. URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=477842>
2. Бурбаки, Н. Алгебра. 1 : Алгебраические структуры. Линейная и полинейная алгебра / Н. Бурбаки. - Москва : Гос. изд-во физико-математической лит., 1962. - 513 с. (Библиотека УлГПУ). То же: URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=112121>

Интернет-ресурсы

- Сайт Московского центра непрерывного математического образования. Режим доступа: <https://www.mccme.ru> .
- Математические этюды [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.etudes.ru>
- «Математическая составляющая» [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://book.etudes.ru> .
- Общероссийский математический портал [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.mathnet.ru> .