Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ И.О. Петрищев
«_30_» _августа_ 2017 г.

ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

Программа учебной дисциплины вариативной части

для направления подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
(шифр и наименование)
направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Информатика
(очная форма обучения)

Составители: Гришина С.А.,
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и утверждено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от «_04_» _июля_ 2017 г. № 11

Ульяновск, 2017

1. Наименование дисциплины

Дисциплина «Теория чисел» включена в базовую часть Блока 1 Дисциплины (модули) основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Информатика», очной формы обучения.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Цель дисциплины – сообщить основные сведения из элементарной теории чисел и содействовать формированию у будущего учителя глубоких арифметических представлений, без наличия которых невозможно правильное понимание развития многих других разделов математики и построение математики в целом.

Для реализации указанных целей необходимо решить следующие **задачи**:

познакомить с важнейшими арифметическими функциями, являющимися аппаратом теоретико-числовых исследований и вопросами распределения простых чисел;

выработать навыки решения задач теории сравнений и ее многочисленных арифметических приложений;

сформировать понятие о специальном аппарате представления действительных чисел и ввести в круг вопросов, связанных с приближением действительных чисел рациональными;

познакомить с вопросами арифметической природы чисел.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Теория чисел»

Этап формирования / Компетенции	теоретический	модельный	практический
	знает	умеет	владеет
способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве (ОК-3);	**ОР-1** основные характеристики естественнонаучной картины мира, место и роль человека в природе, фундаментальные законы природы, определяющие тенденции развития современного естествознания; базовые математические конструкции, принципы статистической обработки данных, идеи и приёмы математического моделирования;	**ОР-2** оперировать математическими объектами, используя математическую символику; выбирать структуры данных для выражения количественных и качественных отношений объектов, для первичной математической обработки информации; применяя естественнонаучные знания, строить простейшие математические модели(в том числе в предметной области в соответствии с профилем подготовки) и интерпретировать ре-	**ОР-3** понятийно-терминологическим и операционным аппаратом естественнонаучного и математического знания (представляющего собой часть современного общенаучного метаязыка)при работе с информацией в процессе жизнедеятельности и для решения профессиональных задач.

		зультаты работы с моделью;	
готовность реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов (ПК-1);	**ОР-4** нормативно-правовые и концептуальные базы содержания предпрофильного и профильного обучения; сущности и структуры образовательных программ по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов;	**ОР-5** осуществлять анализ образовательных программ по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов; определять структуру и содержание образовательных программ по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов;	**ОР-6** методами планирования образовательных программ по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов.

3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория чисел» является дисциплиной вариативной части Блока 1 Дисциплины (модули) основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Информатика», очной формы обучения (Б1.В.ОД.11 Теория чисел).

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса «Алгебра» или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования, а также курса «Основы высшей алгебры», «Основы алгебраических структур». Результаты изучения дисциплины «Теория чисел» являются теоретической и методологической основой для изучения дисциплин: «Числовые системы», «Избранные вопросы алгебры», «Избранные вопросы теории алгебраических структур».

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма итоговой аттестации
	Всего		Лекции, час	Лабораторные занятия, час	Практические занятия, час	Самостоятельная работа, час	
	Трудоемкость						
	Зачет. ед.	Часы					
6	3	108	18	-	30	60	экзамен
Итого:	3	108	18	-	30	60	экзамен

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий, оформленных в виде таблицы:

№ п/п	Наименование разделов и тем (с разбивкой на модули)	Количество часов по формам организации обучения			
		Лекционные занятия	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа
1.	Делимость в кольце целых чисел и простые числа.	4		8	12
2.	Цепные дроби.	2		4	8
3.	Арифметические функции.	2		2	8
4.	Теория сравнений. Арифметические приложения теории сравнений.	8		12	26
5.	Алгебраические и трансцендентные числа.	2		4	6
	Итого	**18**		**30**	**60**

5.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

№	Наименование разделов и тем	Содержание разделов и тем
1	Делимость в кольце целых чисел и простые числа.	Предмет теории чисел, краткая история развития теории чисел. Теорема о делении с остатком. Отношение делимости в кольце целых чисел. НОД и НОК целых чисел, их свойства. Алгоритм Евклида и его приложения. Свойства взаимно простых чисел. Простые и составные числа. Бесконечность множества простых чисел в натуральном ряду. Теорема о разложении натурального числа на простые множители. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение натурального числа. Основное свойство простого числа. Функция Чебышева и ее свойства.
2	Цепные дроби.	Цепная дробь, порядок цепной дроби, неполные частные цепной дроби, подходящие дроби, числители и знаменатели подходящих дробей, значение цепной дроби, полные частные цепной дроби. Свойства числителей и знаменателей подходящих дробей. Свойства подходящих дробей. Существование и единственность значения цепной дроби. Представление действительных чисел цепными дробями. Возможность и единственность такого представления. Интерактивные формы занятий: работа в микрогруппах
3	Арифметические функции.	Сумма делителей $\sigma(n)$ и число делителей $\tau(n)$. Функция Эйлера $\varphi(n)$. Мультипликативность и явные формулы. Тождество Гаусса для функции Эйлера.

4	Теория сравнений. Арифметические приложения теории сравнений.	Отношение сравнимости в кольце целых чисел и его свойства. Классы целых чисел по данному модулю и их свойства. Кольцо классов вычетов. Теорема о делителях нуля в кольце классов вычетов. Поле вычетов по простому модулю. Мультипликативная группа классов вычетов, взаимно простых с модулем. Полная и приведенная системы вычетов по данному модулю и их свойства. Теоремы о вычетах линейных форм. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнение и система сравнений с неизвестной величиной. Решение системы сравнений с неизвестной величиной. Сравнения 1-ой степени. Теорема о числе решений сравнения 1-ой степени. Различные способы решения. Равносильные системы. Теорема о равносильности сравнения и системы сравнений. Показатели чисел и классов по данному модулю. Свойства показателей: критерий существования, периодичность, основное свойство, связь с $\varphi(m)$, необходимое и достаточное условие сравнимости степеней одного основания. Вычисление показателя – редукция к степени простого и простому модулю. Показатель степени. Число классов с заданным показателем. Первообразные корни. Основное свойство первообразного корня. Теорема о существовании первообразного корня по простому модулю. Теорема о существовании первообразного корня по модулю $2p^{\alpha}$. Модули, по которым существуют первообразные корни. Индексы чисел и классов по данному модулю. Свойства индексов. Применение индексов к решению сравнений 1-ой степени. Проверка правильности выполнения арифметических операций. Доказательство бесконечности множества простых чисел. Нахождение остатков от деления степеней числа. Решение неопределенных уравнений 1-ой степени. Вывод признаков делимости. Интерактивные формы занятий: работа в микрогруппах
5	Алгебраические и трансцендентные числа.	Определение алгебраического числа, минимального многочлена алгебраического числа, степени алгебраического числа, целого алгебраического числа, трансцендентного числа. Теорема Лиувилля. Применение теоремы Лиувилля к построению трансцендентных чисел с помощью систематических дробей.

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения самостоятельных и контрольных работ по дисциплине.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовки к устным выступлениям по материалам лекций, самостоятельных докладов, презентаций;
- подготовка тестов по вопросам программы;
- домашних заданий для самостоятельного решения.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-1. Самостоятельная работа.

1. Найти НОД и НОК чисел a и b двумя способами. Найти линейное разложение НОД(a,b).
2. Найти числа a и b, если НОД (a, b) = d, НОК (a, b) = k.
3. Решить уравнение в целых числах.
4. Найти все простые числа p, для которых $8p^2+1$ - простое.
5. Доказать $\forall n \in N \quad n(n^2-1)(n^2-5n+26) \vdots 120$.

ОС-2. Контрольная работа.

1. Используя теорему Эйлера, найти две последние цифры числа 4^{100}.
2. Решить сравнение методом цепных дробей: $113x \equiv 89 (\mathrm{mod}\ 311)$.
3. Решить систему сравнений: $\begin{cases} 5x \equiv 11 (\mathrm{mod}\ 16), \\ 12x \equiv 8 \ (\mathrm{mod}\ 10). \end{cases}$
4. Составить таблицу индексов и антииндексов по модулю 11 . Найти все первообразные корни по данному модулю.
5. Исследовать и решить с помощью индексов двучленное сравнение. Решить сравнения (с помощью индексов)

   1) $x^2 \equiv 18 (\mathrm{mod}\ 11)$, 2) $14^x \equiv 15 (\mathrm{mod}\ 11)$, 3) $21x^8 \equiv 28 (\mathrm{mod}\ 11)$.
6. Найти число цифр между запятой и первым периодом и длину периода десятичной дроби, в которую обращается обыкновенная несократимая дробь со знаменателем 2200.

Вопросы для самостоятельного изучения обучающимися (темы мини-выступлений и рефератов)

1. Арифметические прогрессии, содержащие бесконечно много простых чисел.
2. Числа рациональные и иррациональные.
3. Иррациональные числа.
4. Число решений уравнения $\varphi(x) = m$.
5. Суммы по простым числам.
6. Мультипликативные теоретико-числовые функции.
7. Характеры Дирихле.
8. Оценки сумм с характерами.
9. Распределение значений характеров.
10. Характеры мультипликативной полугруппы натуральных чисел.
11. Теоретико-числовые работы П.Л. Чебышева.
12. Квадратичный закон взаимности.
13. Основная теорема арифметики в различных кольцах.
14. Теорема Ван-дер Вардена об арифметических прогрессиях.
15. Магические квадраты.
16. Специальные простые числа.
17. Кольцо чисел Гаусса.
18. Арифметика квадратичных колец.
19. Дружественные и совершенные числа.

20. Число делителей и их сумма.
21. Некоторые специальные теоретико-числовые функции.
22. Различные способы суммирования функций.
23. Представление натуральных чисел суммами квадратов.
24. Средние значения теоретико-числовых функций.
25. Распределение квадратичных вычетов и невычетов.
26. Асимптотический закон распределения простых чисел.
27. Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии.
28. Числа и многочлены Бернулли.
29. Ряды и функции Дирихле.

Перечень учебно-методических изданий кафедры по вопросам организации самостоятельной работы обучающихся

Глухова Н.В., Гришина С.А., Еремеева А.Н., Куренева Т.Н., Рацеев С.М., Череватенко О.И. Алгебра. Часть 1. Основы высшей алгебры: учебное пособие. / Глухова Н.В., Гришина С.А., Еремеева А.Н., Куренева Т.Н., Рацеев С.М., Череватенко О.И. – Ульяновск: ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», 2017. – 30 с.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Организация и проведение аттестации бакалавра

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

7.1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы:

Компетенции	**Этапы формирования компетенций**	**Показатели формирования компетенции - образовательные результаты (ОР)**		
		Знать	**Уметь**	**Владеть**
Способность использовать естественнонаучные и матема-	**Теоретический (знать)** основные харак-	фундаментальные законы природы, базовые математические		

тические знания для ориентирования в современном информационном пространстве (ОК-3);	теристики естественнонаучной картины мира, место и роль человека в природе, фундаментальные законы природы, определяющие тенденции развития современного естествознания; базовые математические конструкции, принципы статистической обработки данных, идеи и приёмы математического моделирования;	конструкции, идеи и приемы математического моделирования.		
	Модельный **(уметь)** оперировать математическими объектами, используя математическую символику; выбирать структуры данных для выражения количественных и качественных отношений объектов, для первичной математической обработки информации; применяя естественнонаучные знания, строить простейшие ма-		Умеет оперировать математические объектами, использую математическую символику, выбирать структуры данных для выражения качественных и количественных отношений объектов	

	тематические модели(в том числе в предметной области в соответствии с профилем подготовки) и интерпретировать результаты работы с моделью;			
	Практический (владеть) понятийно-терминологическим и операционным аппаратом естественнонаучного и математического знания (представляющего собой часть современного общенаучного метаязыка)при работе с информацией в процессе жизнедеятельности и для решения профессиональных задач.			Владеет понятийно-терминологическим и операционным аппаратом математического знания для решения профессиональных задач
готовность реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов (ПК-1);	**Теоретический (знать)** нормативно-правовые и концептуальные базы содержания предпрофильного и профильного обучения; сущности и структуры образовательных программ по учебному пред-	Знает вопросы образовательной программы		

	мету в соответствии с требованиями образовательных стандартов;			
	Модельный **(уметь)** осуществлять анализ образовательных программ по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов; определять структуру и содержание образовательных программ по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов;		Умеет излагать материал, составлять конспекты выступлений, презентации, тесты	
	Практический **(владеть)** методами планирования образовательных программ по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов.			Владеет методами составления планов занятий, контрольно-измерительных материалов по дисциплинам

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания:

№ п/п	РАЗДЕЛЫ (ТЕМЫ) ДИСЦИПЛИНЫ	СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ, используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Показатели формирования компетенции (ОР)	
			ПК-1	ОК-3
1.	Делимость в кольце целых чисел и простые числа.	ОС-1. Самостоятельная работа	*	
2.	Цепные дроби	ОС-1. Самостоятельная работа	*	*
3.	Арифметические функции	ОС-1 Самостоятельная работа	*	
4.	Теория сравнений. Арифметические приложения теории сравнений.	ОС-2. Контрольная работа	*	
		ОС-3. подготовка тестов в микрогруппах.	*	*
5	Алгебраические и трансцендентыне числа	ОС-1 самостоятельная работа	*	
	Итоговая аттестация	ОС-4. Экзамен	*	

Критерии и шкалы оценивания

ОС-1 Самостоятельная работа

Критерий	Этапы формирования компетенций	Шкала оценивания (максимальное количество баллов)
Знает основные факты теории делимости в кольце целых чисел, арифметические функции как аппарат теоретико-числовых исследований о возможности представления и приближения действительных чисел цепными дробями	Теоретический (знать)	4
Умеет оперировать с изученными математическими объектами, рассматриваемыми в теории	Модельный (уметь)	8

чисел		

ОС-2 Контрольная работа

Критерий	Этапы формирования компетенций	Шкала оценивания (максимальное количество баллов)
Знает основные определения по дисциплине	Теоретический (знать)	8
Умеет решать задачи школьного курса повышенной сложности по дисциплине	Модельный (уметь)	12
Владеет математической символикой, методами грамотного изложения доказательств, обоснования рассуждений, способен раскрыть материал в доступной форме	Практический (владеть)	12

ОС-3 Составление тестов в микрогруппах

Критерий	Этапы формирования компетенций	Максимальное количество баллов
Знает основной теоретический материал	Теоретический (знать)	4
Умеет составлять тестовые задания	Модельный (уметь)	4
Владеет современными компьютерными технологиями, предназначенными для составления тестов	Практический (владеть)	4
Всего:		12

ОС-4 Экзамен

Критерий	Этапы формирования компетенций	Количество баллов
Знает теоретические вопросы программы	Теоретический (знать)	30
Умеет решать практические задачи вузовского и школьного курсов повышенной сложности	Модельный (уметь)	20
Владеет математической символикой на высоком уровне, способен грамотно и доступно излагать математический материал	Практический (владеть)	14

7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы:

ОС-4. Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Отношение делимости в кольце целых чисел Z и его свойства.
2. Деление целых чисел с остатком. Теорема о делении целых чисел с остатком.
3. OD и HOD целых чисел. Алгоритм Евклида и HOD двух целых чисел. Свойства HOD.
4. Взаимно простые числа и их свойства.
5. ОК и НОК целых чисел. Свойства НОК.
6. НОД и НОК. Теорема о связи НОД и НОК двух целых чисел.
7. Простые и составные числа и их свойства. Неравенства Чебышева.
8. Основная теорема арифметики и следствия из нее.
9. Числовые функции σ и τ. Теоремы о вычислении значений функций σ и τ.
10. Конечная цепная дробь. Представление рационального числа в виде конечной дроби.
11. Подходящие дроби и их свойства.
12. Сравнение целых чисел и его свойства.
13. Кольцо классов вычетов.
14. Полная система вычетов.
15. Приведенная система вычетов.
16. Теоремы: о группе классов вычетов взаимно простых с модулем; о поле классов вычетов по простому модулю.
17. Функция Эйлера φ и ее мультипликативность.
18. Теоремы о вычислении φ (n); $n \in N$.
19. Теоремы Эйлера и Ферма. Следствие из теоремы Ферма.
20. Сравнения n-ой степени с одним неизвестным.
21. Линейные сравнения с одним неизвестным. Исследование решения.
22. Способы решения линейных сравнений с одним неизвестным.
23. Порядок числа, класса вычетов. Свойства порядка.
24. Первообразный корень. Теорема о числе первообразных корней по простому модулю.
25. Индекс числа по простому модулю. Свойства.
26. Таблица индексов, применение индексов для решения сравнений.
27. Признак делимости Паскаля и следствия из него.
28. Определение длины периода при обращении обыкновенной дроби в десятичную дробь.

1.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенции.

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика процедуры оценивания компетенций	Представление оценочного средства в фонде
1.	Контрольная работа	Контрольная работа выполняется в письменной форме в течении одного аудиторного занятия и затем проверяется преподавателем	Текст контрольной работы
2.	Доклад, устное сообщение (мини-выступление) по теме реферата	Доклад - продукт самостоятельной работы обучающегося, представляющий собой публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-исследовательской или научной темы. Тематика докладов выдается на пер-	Темы докладов и рефератов

		вых практических занятиях, выбор темы осуществляется студентом самостоятельно. Подготовка осуществляется во внеаудиторное время. На подготовку дается одна-две недели. За неделю до выступления студент должен согласовать с преподавателем план выступления. Регламент – 3-5 мин. на выступление. В оценивании результатов наравне с преподавателем принимают участие студенты группы.	
3.	Самостоятельная работа	Выполняется либо во время аудиторного занятия, либо во внеаудиторное время и сдается на ближайшем занятии после получения задания. Оценивается как правильность выполнения самого задания, так и грамотность изложения материала, степень подробности обоснований, владение математической символикой, доступность изложения	Текст самостоятельной работы
4.	Экзамен	Проводится в заданный срок, согласно графику учебного процесса. Компонент «знать» оценивается теоретическими вопросами по содержанию дисциплины, компоненты «уметь» и «владеть» - практическими задачами.	Комплект примерных вопросов к экзамену

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ

№ п/п	**Вид деятельности**	**Максимальное количество баллов**
1.	Посещение лекционных занятий	9
2.	Посещение практических занятий	15
3.	Работа на занятии	180
4.	Контрольная работа	32
5.	Экзамен	64
Итого:	**3 зачетные единицы**	**300**

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы

	Посещение лекций	Посещение Практических занятий	Работа на занятиях	Контрольная работа	Итоговая аттестация	Итоговая сумма баллов

6 семестр	Максимальный балл за занятие	1	1	12	32	Экзамен 64	300
	Суммарное максимальное кол-во баллов	1×9=9	1×15=15	12×15=180	32×1=32		

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЭКЗАМЕНА

Оценка «3» выставляется, если студент набрал более 50 % от максимального количества баллов (151 – 210 баллов)

Оценка «4» выставляется, если студент набрал более 70 % от максимального количества баллов (211 – 270 баллов)

Оценка «5» выставляется, если студент набрал более 90 % от максимального количества баллов (271 – 300 баллов)

Критерии оценивания знаний на экзамене

От 0 до 16 баллов ставится, если:
Ответ на вопрос практически отсутствует. Изложены отдельные знания из разных тем, приведены некоторые неточные определения или примеры, не относящиеся к вопросу билета.

От 17 до 32 баллов ставится, если:
Даны общие сведения по теоретическому вопросу, но доказательства не представлены, знания иллюстрируются на примерах, которые, однако, не удается довести до логического завершения.

От 33 до 48 баллов ставится, если:
Студент умеет применять знания, относящиеся к излагаемому вопросу для решения практических задач (возможны небольшие вычислительные ошибки), но по теоретическому вопросу ответ не полон, доказательств не приводится.

От 49 до 64 баллов ставится, если:
Дал полный, развернутый ответ на поставленный теоретический вопрос. Могут быть допущены 1-2 недочета или неточности, исправленные самостоятельно в процессе ответа. Приведены доказательства. Умеет приводить примеры практических задач (возможно, после нескольких наводящих вопросов преподавателя). Ответ имеет четкую структуру, изложение последовательно, речь грамотна.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература

1. Нестеренко Ю.В. Теория чисел. – М.: Академия, 2008. – 264 с
2. Бухштаб А.А. Теория чисел. – СПб. и др.: Лань, 2008.- 383 с.
3. Смолин, Ю. Н. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. Н. Смолин. — 4-е изд., стер. — М. : ФЛИНТА : Наука, 2012. — 464 с.. (Электронный ресурс. – Режим доступа: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=456995)
4. Данилова, Т. В. Теория чисел : Задачи с примерами решений; учебное пособие / Т.В. Данилова. - Архангельск : САФУ, 2015. - 104 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436368

Дополнительная литература

1. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. – М.: Высшая школа, 1979. – 559 с.
2. Михелович, Ш. Х. Теория чисел / Ш.Х. Михелович. - Москва : Высшая школа, 1962. - 260 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=437366
3. Дэвенпорт Г. Введение в теорию чисел.. - М.: Вузовская книга, 2008. – 173 с

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

http://www.mathnet.ru Общероссийский математический портал

Электронные библиотечные системы (ЭБС), с которыми сотрудничает «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»

№	Название ЭБС	№, дата договора	Срок использования	Количество пользователей
1	«ЭБС ZNANIUM.COM»	Договор № 2304 от 19.05.2017	с 31.05.2017 по 31.05.2018	6 000
2	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Договор № 1010 от 26.07.2016	с 22.08.2016 по 21.11.2017	6 000

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Порядок расположения тем в курсе лекций и практических занятий не случаен, поскольку каждая последующая тема основана на понимании некоторых сведений из предыдущих тем. Аналогичная зависимость существует и в порядке изложения внутри каждой темы. Именно поэтому темы курса следует изучать строго в той последовательности, в какой они приведены в рабочей учебной программе. При изучении каждой темы следует – внимательно прочитать текст лекции (раздела); – разобрать приведенные в лекции примеры решения задач; – доказать все утверждения с пометкой «доказать самостоятельно», если это не удаётся обратиться к литературе или к преподавателю на следующем занятии. – постараться воспроизвести основные определения и формулировки теорем (предложений, свойств), которые встречаются в лекции, в письменной форме, не заглядывая в лекционный материал. Следует помнить, что объём одновременно запоминаемого материала у каждого человека различен, но его можно существенно нарастить путём регулярных тренировок. Поэтому, если не удастся сразу воспроизвести весь требуемый материал, то следует разбить его на доступные части – это может быть одно определение, или даже несколько первых слов в определении, затем воспроизвести выученный отрезок, затем

выучить следующий отрезок и воспроизвести его, а затем оба сразу и т.д. На каждом следующем шаге доступный для запоминания отрезок можно удлинять, но в конечном итоге нужно добиться воспроизведения всего материала (не правильно выучить первое определение, а затем более к нему не возвращаться; нужно выучивать каждое следующее определение, а затем повторять все предыдущие). Кроме того важно знать – понимание запоминаемого материала, его логическое осмысление в десятки раз увеличивает скорость запоминания. – сравнить полученные результаты с лекционным материалом, в случае возникновения расхождений проанализировать их (в чём состоят ошибки, какие примеры могли бы подойти под ошибочное определение, но не подходят под настоящее, какие объекты пришлось бы исключить, если бы было принято ошибочное определение, к каким последствиям могла бы привести неправильно сформулированная теорема и т.п.; особое внимание следует обращать на порядок следования кванторов, слова «необходимо», «достаточно», «тогда и только тогда»), ещё раз (а возможно и несколько раз) правильно воспроизвести определение или теорему, в которых были допущены ошибки. – решить практические задания (домашнее задание). Изучение каждой темы завершается выполнением соответствующего задания из контрольной работы. При последовательном и добросовестном изучении курса, своевременном и самостоятельном выполнении контрольных работ, зачет выставляется автоматически по итогам изучения курса. При изучении разделов дисциплины, предусмотренных для самостоятельного изучения, а также разделов пропущенных по уважительным причинам, вначале нужно ознакомиться с программой дисциплины по данному разделу. Руководствуясь программой, необходимо приступить к последовательному и глубокому усвоению материала, изложенного в рекомендуемой литературе. При этом следует составлять краткий конспект материала по основным положениям, вынесенным в программу. Для проверки знаний после изучения каждой темы рекомендуется ответить на вопросы для самопроверки, имея в виду, что они не исчерпывают всего программного материала. После усвоения учебного материала дисциплины выполняется контрольная работа.

Планы практических занятий

Практическое занятие №1, 2,3. **Отношение делимости в кольце Z. НОД и НОК. Простые и составные числа. Основная теорема арифметики.**

Вопросы к занятию:
1. Отношение делимости в кольце Z. Свойства.
2. Деление с остатком. Теорема о делении с остатком.
3. ОД и НОД двух целых чисел.
4. Алгоритм Евклида. Теорема о нахождении НОД двух целых чисел.
5. Свойства НОД.
6. Взаимно простые числа. Свойства.
7. ОК и НОК двух целых чисел.
8. Теорема о связи НОД и НОК двух целых чисел.
9. Простое число, составное число.
10. Свойства простых и составных чисел.
11. Основная теорема арифметики.
12. Каноническое представление натурального числа.
13. Нахождение НОД и НОК целых чисел с помощью основной теоремы арифметики.

Задачи: № 36;40;41;42;43;45;47;48;56;23; 36;40;41;42;43;45;47;48;56;23. [5]

Практическое занятие №4,5. **Числовые функции τ, σ, π, φ.**

Вопросы к занятию:
1.Числовая функция.
2.Функция $\pi(x)$. Неравенство Чебышева.

3.Функция τ(x). Вычисление значений функции τ(x).
4.Функция σ(x). Вычисление значений функции σ(x).
5.Функция Эйлера. Мультипликативность функции Эйлера.
6.Формулы для вычисления значений функции Эйлера.

Задачи: № 57;58;83;84;85;97;98;99;100;108;109;110;113. . [5]

Практическое занятие № 6,7. **Системы вычетов. Сравнения целых чисел и их свойства. Теоремы Эйлера и Ферма.**

Вопросы к занятию:
1.Сравнения целых чисел по данному модулю. Свойства.
2.Вычет. Класс вычетов.
3.Сложение и умножение классов вычетов.
4.Кольцо классов вычетов.
5.Полная система вычетов (ПСВ) по данному модулю. Основные виды ПСВ.
6.Признак ПСВ. Теорема о ПСВ.
7.НОД класса вычетов и модуля.
8.Приведённая система вычетов (ПрСВ) по данному модулю. Основные виды ПрСВ.
9.Признак ПрСВ. Теорема о ПрСВ.
10.Мультипликативная группа классов вычетов, взаимно простых с модулем.
11.Поле классов вычетов по простому модулю.
12.Теорема Эйлера.
13.Теорема Ферма. Следствие.

Задачи: № 153;154;155;156;157;158;161;166;169;170;171;173;
139;140;144;147;149;151;124;126;127;130;131;135;136. . [10]

Практическое занятие №8, 9. **Сравнение с одним неизвестным. Линейные сравнения с одним неизвестным. Системы линейных сравнений с одним неизвестным.**
Вопросы к занятию:
1.Сравнения n-ой степени с одним неизвестным. Решение сравнения.
2.Решение сравнений путём испытания полной системы вычетов.
3.Равносильные сравнения. Предложение о равносильных сравнениях.
4.Линейные сравнения с одним неизвестным.
5.Теоремы: о единственности решения линейного сравнения, об отсутствии решений линейного сравнения; о сравнениях, имеющих более одного решения.
6.Способы решения линейных сравнений.
7.Решение линейных уравнений с двумя неизвестными в целых числах.
8.Система линейных сравнений с одним неизвестным. Её решение.

Задачи: № 175;179;180;181;182;184;194;195. . [10]

Практическое занятие №10.**Контрольная работа**

Практическое занятие № 11, 12. **Порядок числа, класса вычетов. Первообразные корни.**
Вопросы к занятию:
1.Порядок числа a, взаимно простого с m, по модулю m.
2.Порядок сравнимых между собой чисел.
3.Порядок класса вычетов.
4.Свойства порядка.
5.Первообразный корень.

6.Число вычетов в приведённой системе вычетов по данному модулю с заданным порядком.
7.Число первообразных корней по простому модулю. Нахождение всех первообразных корней.

Задачи: № 229;230;231;232. . [5]

Практическое занятие № 13, 14 **Индексы. Двучленные сравнения по простому модулю.**
Вопросы к занятию:
1.Индексы числа по простому модулю. Свойства.
2.Таблицы индексов и антииндексов.
3.Применение индексов при решении сравнений.
4.Приведение сравнения второй степени к двучленному сравнению.
5.Квадратичные вычеты и невычеты.
6.Необходимое и достаточное условие того, чтобы данное число было квадратичным вычетом по данному простому модулю. Критерий Эйлера.
7.Количество квадратичных вычетов и невычетов по нечётному простому модулю.
8.Символ Лежандра. Свойства.

Задачи: № 234;237;238;239;240;241;212;215;216;217;243. . [5]

Практическое занятие №15. **Арифметические приложения.**
Вопросы к занятию:
1.Общий признак делимости Паскаля. Основные признаки делимости.
2.Определение длины периода при обращении обыкновенной дроби в десятичную.
3.Проверка результатов арифметических действий.

Задачи: № 244;245;246;248. [5]

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

* Архиватор 7-Zip, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
* Антивирус ESET Endpoint Antivirus for Windows, лицензия EAV-0120085134, контракт №1110 от 15.12.2014 г., действующая лицензия.
* Операционная система WindowsPro 7 RUS Upgrd OLP NL Acdmc, Open License: 47357816, договор №17-10-оаэ ГК от 29.10.2010 г., действующая лицензия.
* Офисный пакет программ Microsoft Office Standard 2010 OLP NL Academic, OpenLicense: 60696830, договор №200712-1Ф от 20.07.2012 г., действующая лицензия.
* Программа для просмотра файлов формата Dj Vu Win Dj View, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
* Программа для просмотра файлов формата PDF Adobe Reader XI, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
* Браузер Google Chrome, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.

12.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Наименование специальных*	Оснащенность специальных помещений и помеще-	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты под-

помещений и помещений для самостоятельной работы	ний для самостоятельной работы	тверждающего документа
Аудитория № 105	Посадочные места - 100 Мультимедийный комплекс для аудитории в составе: Компьютер, проектор, акустическая система, интерактивный проектор. Ин. №BA0000005238. Комплект аудиторной мебели – 1 шт. Стол преподавателя – 1 шт. Витрина – 3 шт. Трибуна – 1 шт. Тумба стекляная – 1 шт. Сплит-система – 1 шт. Жалюзи – 3 шт. Доска магнитно-маркерная – 1 шт. Доска учебная одностворчатая – 1 шт.	* Архиватор 7-Zip, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Антивирус ESET EndpointAntivirusforWindows, лицензия EAV-0120085134, контракт №260916-ЛД от 12.12.2016 г., действующая лицензия. * Операционная система Windows 7 Pro, договор 0368100013813000025-0003977-01 от 17.06.2013 г., действующая лицензия. * Офисный пакет программ OfficeStandard 2013 RUS OLP NL Acdmc, договор 0368100013813000025-0003977-01 от 17.06.2013 г., действующая лицензия. * Программа для просмотра файлов формата DjVuWinDjView, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Программа для просмотра файлов формата PDF AdobeReader XI, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Браузер GoogleChrome, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
Аудитория № 417	Посадочные места – 50 Преподавательский стол – 1 шт. Столы ученические двуместные – 14шт. Столы ученические трехместные – 8 шт. Тумба под компьютер – 1шт. Встроенные шкафы – 2 шт. Стулья – 50 шт. Мультимедийный класс в составе: интерактивная система SMARTBoaroSB 685. Ноутбук HPPaviliong6-2364. Ин.номе BA0000005863. Доска – 1 шт. Жалюзи – 3 шт. Стул из кожи черный – 1 шт	* Архиватор 7-Zip, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Антивирус ESET EndpointAntivirusforWindows, лицензия EAV-0120085134, контракт №260916-ЛД от 12.12.2016 г., действующая лицензия. * Операционная система Windows 7 Pro, договор 0368100013813000025-0003977-01 от 17.06.2013 г., действующая лицензия. * Офисный пакет программ OfficeStandard 2013 RUS OLP NL Acdmc, договор 0368100013813000025-0003977-01 от 17.06.2013 г., действующая лицензия. * Программа для просмотра файлов формата DjVuWinDjView, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.

		* Программа для просмотра файлов формата PDF AdobeReader XI, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Браузер GoogleChrome, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.

Для самостоятельной работы студентов:

Читальный зал, электронная библиотека	Ноутбук Lenovo IdeaPad B590 Intel Pentium Dual-Core B960 2.2Ггц 4G/500G/DVD-RW15.6*/Windows 7 Home -7шт; Ноутбук 15,6 ACER Packard Bell EasyNote ENTE11HC-B9604G50MNKS-8шт; Стол-18 шт; Стол преподавателя-1шт; Библиотечная кафедра-1шт; Книжный стеллаж-1шт; Шкаф-стеллаж комбинированный -5шт; Стул Джуно-52шт; Стойка для рекламных материалов напольная сетчатая на 9 лотков-3шт; Тюль -8шт; Шторы кричневые-15шт; Шкаф пожарный ШПК-002-1шт; Колонны-15шт; Арк.стекло-24шт.
Медиацентр	73 моноблока, соединённых локальной компьютерной сетью; Беспроводная сеть Wi-Fi; Стационарный проектор-1шт; Экран-1шт; ЖК-монитор-5шт; ЖК-панели-2шт; Система видеоконференцсвязи – PolycomHDX6000HD-1шт; Акустическая система-1шт; Вокальная аудиосистема и акустические колонки-1комплект; Секционные столы-18шт; Трибуна -1шт; Огнетушитель -2шт; Кондиционер -2шт; Пожарный шкаф ПК-6, -1шт; Стул Джуно -75шт; Стойка для книг-3 шт; Стол преподавательский -1шт; Карниз-6 шт; Шторы сиреневые -12 шт; Тюль-6 шт; Арк.стекло-18 шт; Колонны-4шт; Часы настенные-1шт.