Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«_25_» _июня_____ 2021 г

ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНЫЕ И ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Программа учебной дисциплины Общематематического модуля

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.01 Педагогическое образование,

направленность (профиль) образовательной программы
Математика

(заочная форма обучения)

Составители: Фолиадова Е.В., к.ф.-м.н,
доцент кафедры высшей математики;
Волкова Н.А., старший преподаватель
кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от 21.06.2021 №7

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Естественно-научные и экономические приложения математического анализа» относится к дисциплинам по выбору 5 (ДВ.5) части формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1. Дисциплины (модули) модуля «Специальные разделы предметной области» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы «Математика», заочной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса «Математика» или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования, а также ряда дисциплин учебного плана, изученных обучающимися в 1-9 семестрах: Математический анализ; Основы математической обработки информации, Элементарная математика; Основы экономических знаний.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплины «Система подготовки к ГИА по математике», прохождения Производственной (педагогической) Преподавательской практики по математике и государственной итоговой аттестации

1. **Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине**

Целью освоения дисциплины «Естественно-научные и экономические приложения математического анализа» является систематизация и закрепление на новом уровне полученных в курсе математического анализа знаний и умений, формирование представлений о некоторых типичных методах и приёмах математического моделирования, о характере связей математики с её приложениями

Задачей освоения дисциплины является подготовка студентов к будущей профессиональной деятельности по предмету, проектной деятельности в области приложений математического анализа.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Естественно-научные и экономические приложения математического анализа» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	Владеет
ПК-11 Способен использовать теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) и в области образования. ПК-11.1. Знает основные научные понятия и	ОР-1 определения основных понятий математического анализа, главные идеи и концепции соответствующего раздела математического анализа, формулировки важнейших теорем математического анализа, относящихся к этим понятиям;	ОР- 4 использовать потенциал приложений математического анализа при решении конкретных задач профессиональной деятельности. ОР-8 выбирать математический аппарат для построения и исследования	ОР-5 базовыми представлениями о принципах организации обучения математике с учетом ее прикладной и практической направленности, практическими навыками осуществления исследований в области экономического и

особенности их использования, методы и приёмы изучения и анализа литературы в предметной области; основы организации исследовательской деятельности; основные информационные технологии поиска, сбора, анализа и обработки данных; интерпретирует явления и процессы в контексте общей динамики и периодизации исторического развития предмета, с учетом возможности их использования в ходе постановки и решения исследовательских задач. ПК-11.2. Умеет самостоятельно и в составе научного коллектива решать конкретные задачи профессиональной деятельности; самостоятельно и под научным руководством осуществлять сбор и обработку информации; способен применять полученные знания для объяснения актуальных проблем и тенденций развития предмета; проводить исследовательскую работу в соответствии с индивидуальным планом. ПК-11.3. Владеет базовыми представлениями о	ОР-2 основные алгоритмы дифференцирования, интегрирования элементарных функций и приемы исследования поведения функций, сходимости рядов и несобственных интегралов. ОР-3 определение и содержание некоторых основных экономических и естественнонаучных понятий, категорий, процессов и т.п.	математической модели в области экономических и естественнонаучных приложений;	естественнонаучного знания; ОР-6 применяет навыки комплексного поиска, анализа и систематизации информации в области экономических и естественнонаучных приложений математического анализа. ОР-9 типичными методами и приёмами математического моделирования в области экономических и естественнолнаучных приложений математического анализа;

принципах организации и осуществления исследований, практическими навыками осуществления исследований; применяет навыки комплексного поиска, анализа и систематизации информации по изучаемым проблемам с использованием научной и учебной литературы, информационных баз данных.			

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час	Практические занятия, час	Лабораторные занятия, час	Самостоят. работа, час	
	Трудоемк.						
	Зач. ед.	Часы					
7	3	108	4	10	-	85	Экзамен
Итого:	3	108	4	10	-	85	Экзамен

3. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий:

Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий:

№ п/п	Наименование разделов и тем (с разбивкой на модули)	Количество часов по формам организации обучения

		Лекционные занятия	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа
1.	Функции одной и нескольких переменных, графики в естественнонаучном и экономическом моделировании.			2	20
2.	Предельный переход как базовая операция математического анализа и как модель. Бесконечно большие и бесконечно малые величины			2	20
3.	Локальная линеаризация зависимостей как основная идея дифференциального исчисления. Скорость процесса, ускорение процесса.	2	-	2	20
4.	Задача вычисления аддитивных величин и интегрирование. Мера и интеграл.	2		2	20
5.	Понятие аналитической функции и идея сведения к простейшим элементам. Разложение в ряды как аппарат математического естествознания и математической экономики.		-	2	5
Итого		**4**	**-**	**10**	**85**

3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

1. **Функции одной и нескольких переменных, графики функций в естественнонаучном и экономическом моделировании.** Понятие о функциональной зависимости, способы задания и исследования функций. Примеры экономико-математических зависимостей, функции одной и нескольких переменных в естествознании. Однофакторные и многофакторные производственные функции. Построение и анализ графиков функций. Основные элементарные функции и их графики, Построение графиков сложных функций методом преобразования координат. Графики в естествознании и экономическом моделировании.
2. **Предельный переход как базовая операция математического анализа и как модель. Бесконечно большие и бесконечно малые величины.** Понятие бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей; понятие функции, бесконечно малой (бесконечно большой) в окрестности данной точки. Локальное исследование зависимостей как основная идея анализа бесконечно малых. Предыстория и начало истории анализа бесконечно малых. Бесконечно малые как потенциальные и как актуальные величины (нестандартный анализ и его современная трактовка, естественнонаучное истолкование). Сравнение бесконечно малых функций, бесконечно больших функций. Соотношения ограничивающего порядка. Математический анализ и математическое естествознание. Математический анализ и исследование зависимостей в экономической сфере. Маржинальные (предельные) величины в экономике.Задача о непрерывном начислении процентов. Бесконечно большой горизонт планирования, асимптотическое исследование зависимостей.
3. **Локальная линеаризация зависимостей как основная идея дифференциального исчисления. Скорость процесса, ускорение процесса.** Мгновенная скорость процесса. Физические, биологические, экономические величины, имеющие смысл скорости (интенсивности) протекания процесса. Эластичность функции и её применение в

экономике. Ускоренно и замедленно протекающие процессы, связь между ускорением процесса и характером выпуклости функции. Приложения дифференциального исчисления одной и нескольких переменных в естествознании и экономике. Дифференциальные и разностные уравнения как базовый тип моделей в математическом естествознании и математической экономике.

4. **Задача вычисления аддитивных величин и интегрирование. Мера и интеграл.** Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла, кратных интегралов, криволинейных интегралов. Предыстория и начало истории интеграционных методов. Задачи о касательных и задачи о квадратурах как взаимно обратные. Формула Ньютона-Лейбница и способы её обоснования. Интегрирование и суммирование.
Понятие меры множества в векторном пространстве (длина отрезка, площадь плоской фигуры, объём тела), меры гладкого многообразия (длина кривой, площадь поверхности). Свойства меры и способы её вычисления. Основные приложения интегрального исчисления в естествознании и экономике.

5. **Понятие аналитической функции и идея сведения к простейшим элементам. Разложение в ряды как аппарат математического естествознания и математической экономики.** Разложение функций в (степенные) ряды как аппарат их исследования. Аналитическая функция как сумма степенного ряда. Необходимые условия аналитичности функции действительной переменной. Формула Тейлора и ряд Тейлора. Приложения к исследованию зависимостей. Дифференцируемость как критерий аналитичности функции комплексной переменной.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения индивидуальных работ в микрогруппах, самостоятельных работ. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой материалов для самостоятельной работы.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовки к устным докладам (подготовка рефератов);
- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- формирование банка заданий с прикладным содержанием.

Реферат- функции одной и нескольких переменных в естественнонаучном и экономическом моделировании

Самостоятельная работа №1

1. .Доказать, что при $x \to 0$
   А) $\frac{2x^5+x^3}{1+x^2} = 0\ (x^3)$; б) $\sqrt[3]{x^5} + \sqrt{x^9} = o\ (x)$; в) $\sqrt[3]{1+6x} - 1 \sim 2x$.
2. Доказать, что при $x \to +\infty$ $lnx = 0\ (x)$.
3. Определить порядок роста функции относительно x $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x} + \sqrt[6]{x^5}$ при $x \to 0$.
4. Найти пределы, заменяя выражения их главной частью
   А) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{7x^5+3x^2+4x}{(3x+2)(5x^4+1)}$; Б) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{7x^5+3x^2+4x}{(3x+2)(5x^4+1)}$; В) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^{5x}-e^x}{arcsin2x+\ln(1+x^3)+tgx^5}$

Примерные задания для аудиторной самостоятельной работы в микрогруппах

1. Задана функция спроса от цены товара $q = f(p)$. Найти эластичность спроса по цене $E_p(q)$ при $p = p_0$, если $q = \frac{p+2}{3p+2}$; $p_0 = 1$.
2. Определить точечную эластичность, если цена снизилась на 5%, а выручка увеличилась на 5%.
3. Цена на товар выросла с 30 до 33 руб. Точечная эластичность спроса на него при цене 30 руб. равна -2. Каков был первоначальный объем спроса на этот товар, если после повышения цены он составил 1200 единиц?
4. Издатель журнала понизил цену на свое издание с 50 до 45 руб. По старым ценам распродавался тираж в 80 тыс. экземпляров. Каков будет тираж журнала в новой ситуации, если известно, что коэффициент ценовой эластичности спроса при цене 50 руб. равен -3?
5. Предположим, что функция затрат имеет вид:
6. $y = 2x + \ln(x+1)$.
7. Определите предельные издержки производства при объеме выпуска $x_1 = 2, x_2 = 9$. При каких значениях x данная функция возрастает (убывает) все быстрее)?
8. Зависимость спроса от цены выражается формулой:
   1. а) $d(p) = 10 - 2p$;
9. Опишите динамику изменения спроса на товар и выручки от продажи этого товара, нарисуйте графики функций.
10. Вычислить моменты инерции однородного треугольника со сторонами $x+y=1$, $x+2y=2$, $y=0$, относительно координатных осей.
11. Найти момент инерции однородной области, ограниченной лемнискатой $\left(x^2+y^2\right)^2 = a^2\left(x^2-y^2\right)$, $(x \ge 0)$ относительно начала координат.
12. Вычислить координаты центра тяжести фигуры, ограниченной кардиоидой $r = a(1+\cos\varphi)$.
13. Леонид является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые приборы, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование.
    В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно $4t^3$ часов в неделю, то за эту неделю они производят t приборов; если рабочие

на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^3часов в неделю, они производят t приборов.
За каждый час работы (на каждом из заводов) Леонид платит рабочему 1 тысячу рублей. Необходимо, чтобы за неделю суммарно производилось 20 приборов. Какую наименьшую сумму придется тратить владельцу заводов еженедельно на оплату труда рабочих?

14. Производство x тыс. единиц продукции обходится в $q = 0{,}5x^2 + x + 7$ млн рублей в год. При цене p тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет $px - q$. При каком наименьшем значении p через три года суммарная прибыль составит не менее 75 млн рублей?

Самостоятельная работа № 2

1. Предположим, что предпочтения потребителя описываются следующей функцией полезности: $U(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$, где x - количество первого блага в наборе, $y -$ количество второго блага в наборе. Пусть цена первого блага 3 руб., второго 4 руб., а доход потребителя 50 руб. Допустим, что потребитель весь доход расходует только на приобретение этих двух благ. Какое количество первого и второго блага нужно купить потребителю, чтобы достичь максимального уровня полезности?
2. Решите задачу потребительского выбора, найдя функции спроса при ценах благ $p_1 = 10, p_2 = 2$ и доходе I=60, со следующими функциями предпочтения:

a) $U = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{2}{3}} \to max;$

b) $U = (x_1 - 1)^{\frac{1}{4}} (x_2 - 3)^{\frac{3}{4}} \to max$

Для каждой задачи изобразите допустимое множество и кривые безразличия

3. Функция полезности имеет вид: $U(x, y) = 2\ln(x - 1) + 3\ln(x + y$. Цена единицы первого блага равна 8, второго – 16. На приобретение этих благ может быть затрачена сумма, равная 1000 руб. Как следует распределить эту сумму между двумя благами, чтобы полезность от их приобретения была наибольшей?

Самостоятельная работа № 3

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций

$y=\sqrt{4-x^2}, \quad y=0, \quad x=0, \quad x=1.$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$\begin{Bmatrix} x = 2\cos t \\ y = 6\sin t \end{Bmatrix}, \quad y = 3\ (y \ge 3).$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах $r = \sqrt{3}\cos\varphi, \quad r = \sin\varphi\ \ (0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}).$
4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнениями в прямоугольной системе координат $y = \ln\frac{5}{2x}, \quad \sqrt{3} \le x \le \sqrt{8}.$
5. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры вокруг оси Ох $y = 3\sin x, \quad y = \sin x, \quad 0 \le x \le \pi.$
6. Вычислить объем тела, ограниченного цилиндрами $z=4-y^2$ и $z=y^2+2$ и плоскостями $x=-1$, $x=2$.
7. Вычислить объем тела, ограниченного сферами $x^2+y^2+z^2=1$, $x^2+y^2+z^2=16$, конусом $z^2=x^2+y^2$ и плоскостями $x=0$, $y=0$, $z=0$ $\left(x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0\right)$.
8. Найти массу и координаты центра тяжести шара $x^2+y^2+z^2=2Rz$, если плотность в каждой точке шара обратно пропорциональна расстоянию от нее до начала координат (т.е. $\rho = k / \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, k – коэффициент пропорциональности).

9. Вычислить работу силы $\overline{F} = yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}$ вдоль отрезка прямой AB, если $A(1, 1, 1)$ и $B(2, 3, 4)$.

Контрольная работа (примерный вариант)

1. Дана функция полезности $u = x + 4\sqrt{y}$. Запишите уравнение кривой безразличия. Объясните смысл этого понятия.
2. Функция полезности потребителя имеет вид $u = \sqrt{xy}$. Цена на благо x равна 5, на благо y равна 10, доход потребителя равен 200. Найти оптимальный набор благ потребителя с помощью метода Лагранжа, проверьте результат сведя задачу к нахождению экстремума функции одной переменной. …
3. Эластичность спроса на DVD диски по цене равна -2, а по доходу 1,5. Цена на DVD диски в 2005 году упала на 30%, доходы населения выросли на 10%. Как изменился объем продаж? Эластичности указаны для начальной ситуации.
4. Найти предел, заменяя выражения их главной частью
$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{5x} - e^{x}}{arcsin2x + \ln(1 + x^3) + tgx^5}$$
5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнениями в полярных координатах $y = \ln\frac{5}{2x}$, $\sqrt{3} \le x \le \sqrt{8}$.
6. Вычислить массу фигуры, ограниченной кривыми $y^2 = 4x, y = 2, x = 0$, если плотность фигуры $\rho = x$.
7. Найти площадь цилиндрической поверхности $y^2 - 2x = 0$, ограниченной снизу поверхностью $z = 0$ и сверху поверхностью $z = \sqrt{2x - 4x^2}$.
8. В двух областях есть по 100 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,3 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи у кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда.
   Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 1 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Глухова Н.В. Математические модели для магистров-биологов: учебное пособие. – Ульяновск: УлГПУ, 2016. – 90 с.
2. Владова Е.В., Макеева О.В., Сибирева А.Р., Фолиадова Е.В., Цыганов А.В. Основы математической обработки информации [Текст]: // Учебно-методическое пособие. – Ульяновск: УлГПУ, 2017. – 40с. (Библиотека УЛГПУ).
3. Коноплева И.В., Сибирева А.Р. Исследование функций: методические указания. – 2е изд. испр. –Ульяновск: УлГТУ, 2013. –32 с. – 2017 [Электронный].
4. Коноплева И.В., Сибирева А.Р. Пределы и непрерывность: Методические указания. - Ульяновск: УлГТУ, 2004. - 34 с. – 2017 [Электронный].
5. Математический анализ. Введение в анализ: учебно-методическое пособие для студентов направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование», профили «Математика. Информатика», «Математика. Иностранный язык», «Физика. Математика» и 44.03.01 «Педагогическое образование» профиль «Математика». Квалификация (степень) выпускника: бакалавр. Макеева О.В. – Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова, 2017. – 49 с.

6. Распутько Т. Б., Сибирева А.Р. Функции нескольких переменных: методические указания. –Ульяновск: УлГТУ, 2004. – 32 с. – 2017 [Электронный].
7. Распутько Т.Б., Сибирева А.Р. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. УлГТУ, Ульяновск, 2001. –36 с. – 2017 [Электронный].
8. Сибирева А.Р., Савинов Н.В. Качественные задачи и контрпримеры на тему «Пределы». Методические указания. – Ульяновск: УлГТУ, 2001. – 32 с.–2017 [Электронный].
9. Сибирева А.Р., Ригер Т.В. Кратные интегралы. Методические указания к типовому расчету по высшей математике. –Ульяновск: УлГТУ, 1997. – 32 с. – 2017 [Электронный].

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

1.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 реферат: Функции одной и нескольких переменных в естественнонаучном и экономическом моделированиии ОС-2 Самостоятельная работа №1 ОС-3 Задания для аудиторной самостоятельной работы в микрогруппах ОС-4 Самостоятельная работа №2 ОС-5 Самостоятельная работа №3 ОС-6 Ссоставление и представление подборки прикладных задач школьного курса математики ОС-7 Контрольная работа. .	ОР-1 Знает определения основных понятий математического анализа, главные идеи и концепции соответствующего раздела математического анализа, формулировки важнейших теорем математического анализа, относящихся к этим понятиям. ОР-2 Знает основные алгоритмы дифференцирования, интегрирования элементарных функций и приемы исследования поведения функций, сходимости рядов и несобственных интегралов. ОР-3 Знает определение и содержание некоторых основных экономических и
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **Экзамен** ОС-9 Экзамен в форме устного собеседования и выполнения практических заданий	

		естественнонаучных понятий, категорий, процессов и т.п. ОР- 4 Умеет использовать потенциал приложений математического анализа при решении конкретных задач профессиональной деятельности. ОР-8 Умеет выбирать математический аппарат для построения и исследования математической модели в области экономических и естественнонаучных приложений. ОР-5 Владеет базовыми представлениями о принципах организации обучения математике с учетом ее прикладной и практической направленности, практическими навыками осуществления исследований в области экономического и естественнонаучного знания; ОР-6 Владеет навыками комплексного поиска, анализа и систематизации информации в области экономических и естественнонаучных приложений математического анализа. ОР-9 Владеет типичными методами и приёмами математического моделирования в области экономических и естественнолнаучных приложений математического анализа;

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а также процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Программа экзамена

1. Понятия бесконечно малой последовательности; бесконечно большой последовательности функции, функции, бесконечно малой в окрестности данной точки, бесконечно большой в окрестности данной точки. Примеры приложений.

2. Понятие ограниченной последовательности; функции, ограниченной в окрестности данной точки. Понятие последовательности (функции), ограниченной относительно данной последовательности (функции). Примеры приложений.
3. Понятие последовательностей одного порядка, эквивалентных последовательностей. Функции одного порядка в окрестности данной точки; эквивалентные в окрестности данной точки функции. Примеры приложений.
4. Сравнение бесконечно малых (бесконечно больших) величин. Правила Лопиталя. Сравнение роста арифметических и геометрических прогрессий, степенных, показательных и логарифмических функций. Примеры приложений.
5. Понятие дифференцируемой функции одной или нескольких действительных переменных как функции, допускающей локальное приближение линейной функцией. Непрерывность и дифференцируемость.
6. Задача о касательной к кривой как источник дифференциального исчисления. Геометрический смысл производной и дифференциала функции одной действительной переменной; уравнения касательной и нормали к графику функции.
7. Применение дифференциального исчисления к исследованию числовых функций на монотонность и выпуклость. Примеры исследования зависимостей.
8. Частные производные и полный дифференциал функции нескольких переменных. Геометрический смысл производной и дифференциала функции двух переменных; уравнения касательной плоскости и нормали к графику функции. Градиент и производные по направлениям, их геометрический смысл. Примеры приложений.
9. Экстремальные задачи как источник дифференциального исчисления. Теорема Ферма. Достаточные условия экстремума. Исследование функций одной переменной на наибольшие и наименьшие значения. Примеры приложений.
10. Экстремумы, наибольшие и наименьшие значения функций нескольких действительных переменных. Примеры приложений.
11. Задачи на условные экстремумы. Метод условных множителей Лагранжа. Примеры приложений.
12. Выпуклые функции одной и нескольких переменных и их экстремальные свойства. Примеры приложений.
13. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла (задача о вычислении площади криволинейной трапеции, задача о массе неоднородной прямолинейной проволоки, задача о работе переменной силы при перемещении по прямой) и определение интеграла Римана.
14. Задачи о касательных и задачи о квадратурах как взаимно обратные. Возможные подходы к введению интеграла Римана.
15. Задачи, приводящие к понятиям двойного и тройного интеграла (задача о вычислении объема криволинейного цилиндра, задача о массе неоднородной плоской пластинки, массы неоднородного тела) и определения кратных интегралов.
16. Задачи, приводящие к понятиям криволинейного интеграла первого и второго рода (задача о массе неоднородной криволинейной проволоки, задача о работе переменной силы при перемещении по кривой) и определения криволинейных интегралов по длине дуги и по координатам.
17. Криволинейные интегралы второго рода от полных дифференциалов. Примеры приложений.
18. Понятия квадрируемой фигуры и кубируемого тела. Вычисление площади криволинейной трапеции, кругового сектора, криволинейного сектора. Вычисление объема тела, элементарного относительно координатной оси; вычисление объема тела вращения. Вычисление площади плоской фигуры с помощью двойного интеграла. вычисление объема тела с помощью тройного интеграла, объема криволинейного цилиндра с помощью двойного интеграла.
19. Понятие спрямляемой кривой. Вычисление длины кривой с помощью интеграла Римана, с помощью криволинейного интеграла первого рода. Случай кривой, заданной явно в декартовых или полярных координатах.

20. Понятие квадрируемой поверхности. Вычисление площади поверхности.
21. Вычисление массы, статических моментов, моментов инерции, координат центра масс кривых, фигур, тел.
22. Формула Тейлора и ряд Тейлора. Примеры приложений.
23. Аналитические функции действительной и комплексной переменной. Дифференцирование и интегрирование рядов.
24. Экспонента в действительной и комплексной области. Примеры приложений.
25. Тригонометрические функции в действительной и комплексной области. Примеры приложений.

Примерные практические задания к экзамену

1. Функция полезности имеет вид: $U(x, y) = \ln(x) + \ln(2y)$. Цена единицы первого блага равна 2, второго –3. На приобретение этих благ может быть затрачена сумма, равная 100 руб. Как следует распределить эту сумму между двумя благами, чтобы полезность от их приобретения была наибольшей?
2. В двух областях есть по 90 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,3 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда.
   Для нужд промышленности можно использоваться или алюминий, или никель, причём 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую массу металлов можно добыть в двух областях суммарно для нужд промышленности?
3. Найти координаты центра тяжести однородного тела, ограниченного параболоидом $z=3-x^2-y^2$ и плоскостью $z=0$.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
7 семестр	Разбалловка по видам работ	2 х 1=2 баллов	5 х 1=5 Баллов	227 баллов	64 балла
	Суммарный макс. балл	2 баллов max	7 балла Max	236 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Оценка	**Баллы (3 ЗЕ)**
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 и менее

2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Для успешного освоения содержанием данного курса предполагается знакомство обучающихся с основными понятиями и методами элементарной математики, геометрии, алгебры и начал анализа в рамках школьной программы и базовых математических курсов высшей школы, а также навыками подготовки презентаций, составления развернутых планов, написания рефератов. Кроме того, необходимыми условиями успешного усвоения

программы дисциплины являются посещение лекций, систематическая, ответственная и кропотливая подготовка к семинарам, поскольку это позволит избежать нарастания количества самостоятельной работы в период подготовки к зачету. По каждой теме рекомендуется использовать несколько источников литературы, а также ресурсы сети Интернет.

Особое внимание следует уделить **своевременности** выполнения всех самостоятельных заданий, для получения целостного представления о хронологии и закономерностях исторического процесса.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

Практическое занятие №1. Функции одной и нескольких переменных, графики в естественнонаучном и экономическом моделировании

1. Понятие о функциональной зависимости, способы задания и исследования функций.
2. Примеры экономико-математических зависимостей, функции одной и нескольких переменных в естествознании. Однофакторные и многофакторные производственные функции.
3. Построение и анализ графиков функций.
4. Основные элементарные функции и их графики и свойства.
5. Построение графиков сложных функций методом преобразования координат. Графики в естествознании и экономическом моделировании.

Практическое занятие № 2. Предельный переход как базовая операция математического анализа и как модель. Бесконечно большие и бесконечно малые величины

1. Понятие бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей; понятие функции, бесконечно малой (бесконечно большой) в окрестности данной точки. Примеры.

2. Локальное исследование зависимостей как основная идея анализа бесконечно малых. Сравнение бесконечно малых функций, бесконечно больших функций. Решение задач.
3. Соотношения ограничивающего порядка.
4. Маржинальные (предельные) величины в экономике. Примеры.
5. Задача о непрерывном начислении процентов. Примеры.
6. Бесконечно большой горизонт планирования, асимптотическое исследование зависимостей.

Практическое занятие №3. Приложения дифференциального исчисления одной и нескольких переменных в естествознании и экономике.

1. Приращение величины, аргумента, функции. Скорость изменения функции.
2. Определение производной, ее геометрический и физический смысл. Правила дифференцирования. Задачи.
3. Применение дифференциального исчисления в исследовании функций.
4. Исследование функций в экономике.
5. Функции одной и нескольких переменных в экономике и их экстремумы.
6. Решение задач по теме.
7. Эластичность функции и ее геометрический смысл.
8. Свойства эластичности и эластичность элементарных функций.
9. Применение эластичности в экономическом анализе.
10. Решение задач
11. Функции одной и нескольких переменных в экономике и их экстремумы. Экономические и естественнонаучные задачи на оптимизацию в ЕГЭ.
12. Дифференциальные и разностные уравнения как базовый тип моделей в математическом естествознании и математической экономике. Примеры.
13. Решение задач.

Практическое занятие №4. Задача вычисления аддитивных величин и интегрирование. Мера и интеграл.

1. Исторические задачи на вычисление объемов и площадей.
2. Понятие меры множества в векторном пространстве (длина отрезка, площадь плоской фигуры, объём тела), меры гладкого многообразия (длина кривой, площадь поверхности). Свойства меры и способы её вычисления.
3. Физические приложения определенного интеграла.
4. Определенный интеграл в экономике.
5. Двойной интеграл и его приложения. Решение задач.
6. Тройной интеграл и его приложения. Решение задач.

Практическое занятие №5. Понятие аналитической функции и идея сведения к простейшим элементам. Разложение в ряды как аппарат математического естествознания и математической экономики.

1. Разложение функций в степенной ряд в трудах И.Ньютона. Метод флюксий.
2. Формула Тейлора и ряд Тейлора. Приложения к исследованию зависимостей.
3. Дифференцируемость как критерий аналитичности функции комплексной переменной.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Высшая математика для экономистов : учебник / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман ; ред. Н. Ш. Кремер. – 3-е изд. – Москва : Юнити-Дана, 2017. – 482 с. : граф. – (Золотой фонд российских учебников). – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=684732 (дата обращения: 16.02.2022). – ISBN 978-5-238-00991-9. – Текст : электронный.

2. Ахтямов, А. М. Математика для социологов и экономистов : учебное пособие / А. М. Ахтямов. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Физматлит, 2008. – 464 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82271 (дата обращения: 16.02.2022). – ISBN 978-5-9221-0919-2. – Текст : электронный.
3. Кузнецов, Б. Т. Математика : учебник / Б. Т. Кузнецов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Юнити, 2015. – 719 с. : ил., табл., граф. – (Высшее профессиональное образование: Экономика и управление). – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114717. – Библиогр. в кн. – ISBN 5-238-00754-X. – Текст : электронный. . – ISBN 978-5-9221-0185-1. – Текст : электронный.

Дополнительная литература

1. Бугров, Я. С. Сборник задач по высшей математике : учебное пособие / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. – 4-е изд. – Москва : Физматлит, 2001. – 301 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67851 . – ISBN 978-5-9221-0177-6. – Текст : электронный.

2. Коннова, Л. П. Математический анализ: практико-ориентированный курс с элементами кейсов: учебник для бакалавриата по направлениям подготовки 38.03.01 «Экономика» и 38.03.02 «Менеджмент» : [16+] / Л. П. Коннова, А. А. Рылов, И. К. Степанян ; Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации. – Москва : Прометей, 2019. – 281 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576050 . – Библиогр.: с. 269- 273. – ISBN 978-5-907100-61-9. – Текст : электронный.
3. Хуснутдинов, Р. Ш. Математика для экономистов в примерах и задачах : учебное пособие / Р. Ш. Хуснутдинов, В. А. Жихарев ; Федеральное агентство по образованию, Казанский государственный технологический университет. – Казань : Казанский научно-исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2010. – Часть 3. – 509 с. : табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=258926 (дата обращения: 16.02.2022). – ISBN 978-5-7882-0963-0. – Текст : электронный..

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Интернет-ресурсы

- Электронная библиотека http://lib.mexmat.ru/books/75829 (свободный доступ)
- Электронная библиотека http://www.razym.ru (свободный доступ)
- On-line калькуляторы
- Сдам ГИА: Решу ЕГЭ. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. – Режим доступа - https://math-ege.sdamgia.ru/test?theme=247
- www.math.ru – проект МЦНМО
-