Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«24» июня 2022 г.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ С ЭЛЕМЕНТАМИ МЕТОДОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Программа учебной дисциплины Модуля специальных разделов предметной области

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Экономика.

(очная форма обучения)

Составитель: Череватенко О.И., к.ф.-м.н.,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от «25» марта 2022 г. №5

Ульяновск, 2022

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальная геометрия с элементами методов изображений» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1. Дисциплины (модули) Модуля специальных разделов предметной области учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Экономика», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках ряда дисциплин учебного плана, изученных обучающимися в предыдущих семестрах: Геометрия, Математический анализ.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик: Педагогическая практика по математике, Научно-исследовательская работа,

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины является обучение студентов применению методов математического анализа для исследования геометрических свойств линий и фигур в пространстве, а также приложению этих методов для решения прикладных задач;

Задачей освоения дисциплины является содействие фундаментализации образования и развитию математического мышления; курс призван расширить кругозор и развить математическую культуру, включающую в себя четкое представление о роли геометрии в современной математике, ее связи с другими математическими дисциплинами.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Элементы компьютерной и дифференциальной геометрии» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач УК-1.2 Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности	ОР-1 знает логические формы и процедуры,	ОР-2 демонстрирует способность к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности	

ПК-1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета) ПК-1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО	ОР-3 знает роль и место дисциплины в общей картине научного знания; ОР-4 знает структуру, состав и дидактические единицы содержания дисциплины; ОР-5 знает основные приемы и методы решения проблем и задач предметной области.	ОР-6 умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию.	
ПК-3 Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов ПК-3.1 Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности		ОР-7 умеет формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения	

(исследовательской, проектной, групповой и др.)			

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Всего		Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Трудоемк.		Лекции, час.	Практические занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Лабораторные занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Самостоят. работа, час.	
	Зач. ед.	Часы							
7	3	108	18	-	-	30	-	33	Экзамен (27)
Итого:	3	108	18	-	-	30	-	33	-

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1.Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель-ная работа
Понятие гладкой линии	2		4	8
Понятие гладкой поверхности	3		5	8
Понятие внутренней геометрии поверхности	3		5	8
Элементы топологии	4		6	9

GeoGebra как многофункциональная математическая программа.	2		2	
Построение геометрических объектов.	4		8	
Всего по дисциплине:	**18**	**-**	**30**	**33**

3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса

ПОНЯТИЕ ГЛАДКОЙ ЛИНИИ.

Непрерывность и дифференцируемость вектор– функции. Разложение в ряд Тейлора. Производная вектор – функции постоянной длины.

Понятие линии, гладкие линии. Длина дуги как особый параметр кривой.

Сопровождающий трехгранник кривой. Формулы Френе. Касательная прямая и нормальная плоскость кривой. Соприкасающаяся плоскость. Натуральные уравнения кривой. Кривизна и кручение.

ПОНЯТИЕ ГЛАДКОЙ ПОВЕРХНОСТИ.

Понятие поверхности. Гладкие поверхности, их параметризация с помощью вектор-функции. Касательная плоскость и нормаль. Первая квадратичная форма поверхности и ее приложения.

Кривизна кривой на поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности. Главные кривизны. Полная и средняя кривизны поверхности. Поверхности постоянной кривизны.

ПОНЯТИЕ ВНУТРЕННЕЙ ГЕОМЕТРИИ ПОВЕРХНОСТИ.

Предмет внутренней геометрии поверхности. Теорема Гаусса. Понятие об изгибании поверхности. Геодезическая кривизна кривой. Геодезические линии. Теорема Гаусса-Бонне. Дефект геодезического треугольника. Реализация в малом геометрии Лобачевского на поверхности постоянной отрицательной кривизны.

ЭЛЕМЕНТЫ ТОПОЛОГИИ

Топологические пространства определение, примеры. Внутренние, внешние и граничные точки, границы множества. Замкнутые множества Топология, индуцируемая метрикой. Отделимость, связанность, компактность.

Непрерывные отображения и их свойства Гомоморфизм. Предмет топологии.

Топологические многообразия. Одномерные и двумерные многообразия. Понятие о клеточном разложении и эйлерова характеристика двумерного многообразия.

Ориентируемые и неориентируемые двумерные многообразия. Топологические свойства листа Мебиуса и проективной плоскости.

Теорема Эйлера для многогранников. Топологически и метрически правильные многогранники. Доказательство существования пяти типов правильных многогранников.

GEOGEBRA КАК МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПРОГРАММА.

Обзор программного обеспечения. Краткая характеристика и обзор возможностей GeoGebra. Интерфейс программы. Управление видовыми окнами.

ПОСТРОЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ.

Создание плоскостных геометрических объектов, добавление изображений в плоскость чертежа. Использование программы при решении задач школьного курса математики.

Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:
- подготовки к устным докладам (мини-выступлениям);
- подготовка к защите реферата.

Пример контрольной работы.

1. Вычислить кривизну линии в начале координат.
2. Доказать что линия γ: плоская и найти плоскость, в которой она лежит.
3. Составить натуральное уравнение кривой γ: $a<t<$.
4. Найти длину дуги кривой γ: $u = av^2$ заключенной между точками $A(u = 0, v = 0)$ и $B(u = 2a, v = 2)$ поверхности
   $\Phi : x = (\cos v + \sin v), y = (\cos v - \sin v), z = av^2$.
5. Вычислить вторую квадратичную форму
   А) сферы Б) цилиндра

Примерный вариант самостоятельной работы

Дана поверхность

Найти касательную плоскость и нормаль к поверхности в точке $(u = v = 0)$
Вычислить $\varphi 1$ и $\varphi 2$ в произвольной точке поверхности.

Найти ортогональные траектории к координатным линиям.
Вычислить нормальную кривизну координатных линий.
Вычислить нормальную кривизну линии γ: $4 + v^3 - 8 = 0$ в точке (u=0, v=2)

Вопросы для самостоятельного изучения обучающимися (темы мини-выступлений)

1. История развития дифференциальной геометрии, ее место в современной математике и ее приложениях.
2. Основные идеи и направления современной геометрии.
3. О связи дифференциальной геометрии с другими разделами математики и информатики
4. История развития топологии, ее место в современной математике и ее приложениях.
5. Основные идеи и направления современной геометрии.
6. …

Тематика рефератов

1. Длина дуги как особый параметр кривой.
2. Сопровождающий трехгранник кривой. Формулы Френе.
3. Натуральные уравнения кривой.
4. Кривизна и кручение.
5. 1кв. форма поверхности. Приложения.
6. 2 квадратичная форма. Приложения.
7. Главные направления на поверхности, главные кривизны.
8. Полная и средняя кривизны поверхности.
9. Внутренняя геометрия поверхности.
10. Геодезическая кривизна кривой на поверхности. Геодезические линии.
11. Поверхности постоянной гауссовой кривизны.
12. Топологическое пространство.
13. Топологические многообразия. Понятие о клеточном разложении.
14. Эйлерова характеристика двумерного многообразия. Ориентируемые многообразия. Топологические свойства места Мёбиуса. Понятие о классификации компактных двумерных многообразий.

Для самостоятельной подготовки к практике рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Гришина С.А., Кувшинова А.Н., Куренева Т.Н., Череватенко О.И. Геометрия: учебно-методическое пособие. Часть 3. – Ульяновск: УлГПУ, 2017. – 112 с..

2. Куренева Т.Н. Методические указания и контрольная работа № 3 по теме «Методы изображений. Проективная геометрия». Для студентов – заочников 3 курса физико-математического факультета .- Ульяновск, 2004. (Библиотека УлГПУ).

4. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков

и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 Контрольная работа ОС-2 Самостоятельная работа ОС-3 Мини-выступления ОС-4 Защита реферата	ОР-1 знает логические формы и процедуры, ОР-2 демонстрирует способность к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности ОР-3 знает роль и место дисциплины в общей картине научного знания; ОР-4 знает структуру, состав и дидактические единицы содержания дисциплины; ОР-5 знает основные приемы и методы решения проблем и задач предметной области. ОР-6 умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию. ОР-7 умеет формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** ОС-5 Экзамен в форме устного собеседования по вопросам	

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-5 Экзамен в форме устного собеседования по вопросам
Перечень вопросов к зачету

1. Понятие поверхности. Ее уравнения.
2. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Вывод уравнений.
3. Первая квадратичная форма поверхности. Некоторые задачи внутренней геометрии.
4. Вторая квадратичная форма поверхности.
5. Кривизна кривой на поверхности.
6. Главные направления и главные кривизны.
7. Формула Эйлера.
8. Полная и средняя кривизны поверхности.
9. Геодезическая кривизна линии на поверхности.
10. Геодезические линии на поверхности. Их свойства.
11. Теорема Гаусса-Бонне.
12. Поверхности постоянной кривизны и их внутренняя геометрия.
13. Топологическое пространство. Определения и примеры.
14. Метрическое пространство.
15. Внутренние, внешние граничные точки.
16. Отделимость, связность, компактность топологических пространств.
17. Топологические многообразия. Клеточное разложение и эйлерова характеристика двумерного компактного многообразия.
18. Ориентируемые и неориентируемые двумерные многообразия. Топологические свойства листа Мебиуса.
19. Теорема Эйлера для многогранников.
20. Основы использования GeoGebra
21. Создание чертежей в GeoGebra
22. Чертежи, построения и тестовые рисунки
23. Построение прямоугольника
24. Панель навигации и построение протокола
25. Построение равностороннего треугольника
26. Построение квадрата
27. Построение правильных шестиугольников
28. Построение треугольника описанного окружностью
29. Использование ползунка для изменения параметров
30. Экспорт изображения в буфер обмена
31. Вставка изображений в текстовом редакторе

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
7 семестр	Разбалловка по видам работ	9 х 1=9 баллов	15 х 1=15 баллов	212 баллов	64 балла
	Суммарный макс. балл	9 баллов max	24 балла max	236 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Оценка	Баллы (3 ЗЕ)
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 и менее

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы занятий

Занятие 1. Элементы векторной алгебры в пространстве. Понятие вектор–функции скалярного аргумента. Ее дифференцирование. Особые точки кривой.

Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.

Рекомендации к самостоятельной работе

1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 2. Длина дуги кривой. Сопровождающий трехгранник кривой. Касательная прямая и нормальная плоскость кривой. Соприкасающаяся плоскость кривой.
Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 3. Кривизна и кручение кривой. Нормальные уравнения кривой.
Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 4. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 5Первая квадратичная форма и ее приложение.
Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 6. Вторая квадратичная форма и ее приложение.
Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 7. Главные кривизны. Кривизна поверхности.
Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 8. Геодезическая кривизна кривой на поверхности.
Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 9. Определение топологического пространства. Внутренние, внешние граничные точки множества. Метрические пространства. Примеры. Связность, отделимость, компактность. Непрерывные отображения и их свойства. Гомеоморфизмы.
Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.

2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 10. Топологические многообразия. Понятие о клеточном разложении.
Цель: Разобрать основные понятия дифференциальной геометрии.
Рекомендации к самостоятельной работе
1. Проработать материал по теме практического занятия.
2. Повторить лекционный материал по теме занятия.

Занятие 11. GeoGebra как многофункциональная математическая программа.
Обзор программного обеспечения. Краткая характеристика и обзор возможностей GeoGebra. Интерфейс программы. Управление видовыми окнами.

Занятие 12-13. Построение геометрических объектов.
Создание плоскостных геометрических объектов, добавление изображений в плоскость чертежа. Использование программы при решении задач школьного курса математики.

Занятие 14 Создание Анимированных МОДЕЛЕЙ
Автоматическая анимация, анимация с помощью ползунка.

Занятие 15 Перемещение объектов по сложным траекториям
Перемещение точки по прямой, перемещение изображения по прямой, перемещение точки по окружности, перемещение изображения по окружности, перемещение точки по заданной траектории, перемещение изображения по заданной траектории.

6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Нагребецкая, Ю. В. Дифференциальная геометрия : практикум / Ю. В. Нагребецкая, О. Е. Перминова ; под. ред. М. В. Волкова. - 2-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА ; Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2019. - 72 с. - ISBN 978-5-9765-4173-3. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1859877.
2. Фролов, С. В. Высшая математика. Этюды по теории и её приложениям : учебное пособие / С. В. Фролов, А. Ш. Багаутдинова. - Санкт-Петербург : ГИОРД, 2012. - 616 с. - ISBN 978-5-98879-149-2. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1088349.
3. Голованов, Н. Н. Геометрическое моделирование : учебное пособие / Н. Н. Голованов. - Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2021. - 400 с. - ISBN 978-5-905554-76-6. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1215355.
4. Смирнов, В. И. Курс высшей математики. Том II : учебник / В. И. Смирнов ; пред. Л. Д. Фаддеева, пред. и прим. Е. А. Грининой. - 24-е изд. - Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2021. - 848 с. - (Учебная литература для вузов). - ISBN 978-5-94157-910-5. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1858218.

Дополнительная литература

1. Компьютерная геометрия и графика : лабораторный практикум / Л. Б. Филиппова, Р. А. Филиппов, А. А. Кузьменко [и др.]. - Москва : ФЛИНТА, 2018. - 246 с. - ISBN 978-5-9765-4025-5. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1860053.
2. Уткин, А. А. Геометрическое моделирование окружающего мира [Элек-тронный ресурс] : учебное пособие / А. А. Уткин. - 3-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2019. - 219с.– ISBN 978-5-9765-1956-5. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1048308.