Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«24» июня 2022 г.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ (АЛГЕБРА)

Программа учебной дисциплины
Предметно-методического модуля по профилю «Информатика»

основной профессиональной образовательной программы высшего образования
– программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05. Педагогическое образование,

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Информатика

(очная форма обучения)

Составитель: Глухова Н.В.,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от «25» марта 2022 г. №5

Ульяновск, 2022

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математические основы информатики (алгебра)» относится к дисциплинам обязательной части Блока 1. Дисциплины (модули) Предметно-методического модуля по профилю «Информатика» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Информатика», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса математики.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик: Дискретные модели в информатике, Теория алгоритмов, Теоретические основы информатики, Основы искусственного интеллекта, Практикум по решению предметных задач, Информационная безопасность и защита информации, Компьютерная и абстрактная алгебра, Теория чисел, Теория вероятностей и основы математической статистики, Научно-исследовательская работа, Подготовки к сдаче и сдача государственного экзамена, Выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины является подготовка учителя к будущей профессиональной деятельности: формирование способности к преподаванию учебного предмета информатика, как в обычных общеобразовательных классах, так и в классах с углубленным изучением дисциплин естественно-математического цикла.

Задачей освоения дисциплины является закрепление умений проводить математические преобразования выражений, отработка понятийного аппарата математики, необходимого в информатике, техники проведения математических расчетов, формирование и закрепление умения решать задачи повышенной сложности школьного курса.

В результате освоения программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	Знает	умеет	Владеет
ПК-1. Способен	ОР-1. Знает роль и	ОР-3 умеет	ОР-4 владеет

осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач. ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	место математики в общей картине научного знания; ОР-2. Знает структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики.	осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию.	действием проектирования различных форм учебных занятий, ОР-5 владеет навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике.

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Всего		Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Трудоемк.		Лекции, час.	Практические занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Лабораторные занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Самостоят. работа, час.	
	Зач. ед.	Часы							
1	2	72	12	20	-	-	-	40	зачет
Итого:	**2**	**72**	**12**	**20**	**-**	**-**	**-**	**40**	

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
1 семестр				
Алгебра	6	10	-	20
Элементы теории чисел	6	10	-	20
Итого	**12**	**20**	**-**	**40**

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса

Алгебра.

Векторные пространства. Матрицы. Системы линейных уравнений. Линейные операторы.

Элементы теории чисел.

Простые числа. Генерация простых чисел. Разложение чисел на простые множители. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Их поиск. Сравнение по модулю.

3. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовки к устным докладам (подготовка рефератов);
- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение групповых интерактивных заданий.

ОС-1. Контрольная работа № 1

Примерный вариант контрольной работы № 1

Линейная алгебра

1) Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -8, \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 18, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 10. \end{cases}$

2) Решить систему линейных уравнений по правилу Крамера $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 2, \\ 2x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 1, \end{cases}$

3) Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 11x_4 = -4. \end{cases}$

4) Вычислить $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \\ -2 & 5 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 5 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

5) Найти обратную матрицу для матрицы $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

6) Вычислить определитель матрицы $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 3 & 4 \\ -1 & -2 & 0 & 4 \\ -1 & -2 & -3 & 0 \end{vmatrix}$

7) Найти размерность и базис линейного подпространства, являющегося линейной оболочкой системы векторов:

$$\overrightarrow{a_1} = (0,1,2,0), \overrightarrow{a_2} = (1,1,2,1), \overrightarrow{a_3} = (1,2,3,1), \overrightarrow{a_4} = (1,0,1,1)$$

8) Найти матрицу линейного оператора $A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 2x_2 + 3x_3, x_1 - x_2, x_1 - x_2 - x_3)$ в базисе {(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)}.

ОС-2. Контрольная работа № 2

Элементы теории чисел

1) При помощи алгоритма Евклида найти наибольший общий делитель чисел и выразить его в виде линейной комбинации данных чисел a=342, b = 210.

2) Найти НОД и НОК чисел, используя каноническое представление a=342, b = 210.

3) Найти наименьшее по абсолютной величине число, сравнимое с числом N=341·427·126+562·721 по модулю 43.

4) Найти остаток от деления числа $a = 5^{70} + 11^{70}$ на m = 13.

5) Решить линейное сравнение $2x \equiv 5(mod\ 7)$.

6) Решить систему сравнений $\begin{cases} x \equiv 3(mod 5) \\ x \equiv 4(mod 7) \end{cases}$

7) Найти рациональные корни многочлена $f(x) = 4x^5 + 12x^4 + x^3 + 6x^2 + 10x + 3$.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Череватенко О.И., Рацеев С.М., Глухова Н.В., Кувшинова А.Н. Основы высшей алгебры. Учебное пособие. – Ульяновск, ФГБОУ ВО, 2020. – 60 с.
2. Глухова Н.В., Череватенко О.И. Линейная алгебра. Учебное пособие. – Ульяновск, ФГБОУ ВО, 2019. – 40 с.
3. Глухова Н.В., Череватенко О.И., Гришина С.А., Куренева Т.Н. Основы теории алгебраических структур. Учебное пособие. – Ульяновск, ФГБОУ ВО, 2019. – 23 с.
4. Глухова Н.В., Череватенко О.И. Алгебра. Часть 4. Алгебра многочленов Учебное пособие. – Ульяновск, ФГБОУ ВО, 2017. – 42 с.
5. Карпова С.А. Алгебра и теория чисел. Часть 1. организационно-методические материалы для студентов заочников. – Ульяновск, УлГПУ, 1998. – 24 с.
6. Ильязова Д.З. Алгебра и теория чисел. Часть 2. организационно-методические материалы для студентов заочников. – Ульяновск, УлГПУ.
7. Богомолова И.В., Ильязова Д.З. Алгебра и теория чисел. Часть 4. организационно-методические материалы для студентов заочников. – Ульяновск, УлГПУ, 1999. – 24 с.
8. Глухов В.П., Ильязова Д.З. Задачник-практикум по алгебре и теории чисел. Часть I. – Ульяновск: УлГПУ, 1996. – 58 с.
9. Ильязова Д.З. Задачник-практикум по алгебре и теории чисел. Часть 2. – Ульяновск: УлГПУ, 1999. – 36 с.

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 Контрольная работа № 1 (линейная алгебра) ОС-2 Контрольная работа № 2	ОР-1. Знает роль и место математики в общей картине научного знания; ОР-2. Знает структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики. ОР-3 умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию. ОР-4 владеет действием
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **(Экзамен)** ОС-3 Зачет форме устного собеседования	

		проектирования различных форм учебных занятий, ОР-5 владеет навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике.

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.4 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Примерный перечень вопросов к зачету

1 семестр

1. Операции над множествами, их свойства
2. Отображение множеств. Свойства отображений. Композиция отображений, обратное отображение.
3. Алгебраическая форма комплексного числа. Сопряженное комплексное число. Поле комплексных чисел
4. Геометрическое представление комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами, записанными в тригонометрической форме.
5. Системы линейных уравнений. Совместные и несовместны, Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения переменных.
6. Системы векторов. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Свойства систем. Базис и ранг системы векторов.
7. Матрицы. Операции над матрицами. Свойства операций.
8. Ранг матрицы. Обратная матрица. Способы вычисления обратной матрицы.
9. Определитель матрицы. Свойства определителя.
10. Вычисление определителя методом разложения по строке или столбцу.

Вычисление элементов обратной матрицы.

11. Решение системы линейных уравнений по правилу Крамера. Критерий совместности системы линейных уравнений.
12. Конечномерные векторные пространства. Примеры. Разложение вектора по базису. Базис и размерность векторного пространства.
13. Подпространство. Критерий подпространства, примеры.
14. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.
15. Линейные операторы. Матрица линейного оператора.
16. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
17. Многочлены от одной переменной. Степень многочлена и ее свойства.
18. Деление многочленов с остатком. Схема Горнера. НОД многочленов.
19. Теорема Безу. Корни многочлена. Количество корней многочлена. Теорема Безу.
20. Формальная производная многочлена. Разложение многочлена по степеням x – a.
21. Основная теорема алгебры. Неприводимые многочлены над полями C, R, Q.
22. Рациональные корни многочлена. Теорема Лагранжа.
23. Деление с остатком. Свойства делимости.
24. НОД и НОК чисел. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа.
25. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Генерация простых чисел.
26. Основная теорема арифметики. Следствия из основной теоремы арифметики.
27. Сравнения. Простейшие свойства сравнений. Кольцо и поле классов вычетов.
28. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма.
29. Сравнения с неизвестной величиной. Линейные сравнения. Системы линейных сравнений.
30. Порядок числа и класса вычетов. Первообразные корни.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
1 семестр	Разбалловка по видам работ	6 х 1=6 баллов	10 х 1=10 баллов	152 балла	32 балла
	Суммарный макс. балл	6 баллов max	16 баллов max	168 балла max	200 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

	Баллы (2 ЗЕ)
«зачтено»	более 100
«не зачтено»	100 и менее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений,

возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий (семестр 1)

ЗАНЯТИЕ № 1. Множества и операции над ними

1.Найти $A\cup B$, $A\cap B$, $A\setminus B$, $B\setminus A$, $A\Delta B$, $\overline{A}$, $\overline{B}$, $B\setminus\overline{A}$, $A\setminus\overline{B}$, AxB, BxA
если
а) A = [1, 3], B = [1, 2],
б) A = [1, 2], B = (1, 2),
в) A = [1, 3), B = {1, 2},
г) A = {1, 2, 3}, B = {0, 1},
д) A = [1, 3], B = [1, ∞],
е) A = (1,∞), B = [2, ∞),
ж) A = {1, 2, 3}, B = (0, ∞),
з) A = [0, 3], B = R.
2. Доказывать свойства операций над множествами, записанные на лекции:
а) $(A \cup B)\times C = (A\times C) \cup (B\times C)$
б) $(A \cap B)\times C = (A\times C) \cap (B\times C)$
в) $(A \setminus B)\times C = (A\times C) \setminus (B\times C)$.
4. Выяснить, справедливы ли равенства:
а)$A\setminus(A\setminus B) = A\cap B$
б)$A\setminus(B\cup C) = (A\setminus B) \cup (A\setminus C)$

ЗАНЯТИЕ № 2 Соответствия, виды соответствий

1. Охарактеризовать соответствия заданные на множестве всех действительных чисел:
а) $f(x)=\arcsin(\sqrt{x})$, б) $g(x)= \ln x$, в) $f(x)= \sin x$, г) $f(x) = \frac{1}{x}$, д) $f(x) = x^2 + 5$,
е) $h(x) = 2^{x+1}$, з) $f(x) = x^3 + 1$, и) $g(x) = \sqrt{x+1}$, к) $h(x) = \frac{2}{x+1}$, л) $g(x) = \mathrm{ctg}x$.
2. Охарактеризовать соответствия, действующие из множества {1, 2, 3, 4} во множество {1, 2, 3}
а) {<1, 2>, <1,1>, <2,2>, <2,3>, <3,3>},
б) {<1, 2>, <2,3>, <1,3>},
в) {<1, 2>, <2,3>, <3,3>, <4,1>},
г) {<1, 2>, <2,3>, <3,1>}.
3.Найти композиции:
$g\circ f$, $h\circ(g\circ f)$, $h\circ g$, $(h\circ g)\circ f$, $g\circ f$, $(g\circ f)\circ h$, $g\circ(h\circ f)$:
а) $f(x) = x^2 + 5$, $g(x) = \sqrt{x}$, $h(x) = 2^{x+1}$,

б) f (x) = x^4 + 1, g(x) = $\sqrt{x+1}$, h(x) = $\frac{2}{x+1}$,
в) f (x) = 3 + x^3, g(x) = lg (4 + x), h(x) = 11+x,
г) f (x) = arcsin(x +2,5), g(x) = sin x, h(x) = 3^{tgx}.

***ЗАНЯТИЕ №*3. Сравнимость чисел по модулю. Отношение делимости**

Доказательства свойств делимости чисел. Решаются задачи. Вводится определение:

Целые числа a и b называются сравнимыми по натуральному модулю m (обозначение a ≡ b (mod m)), если разность между ними делится на m.

Эквивалентное определение – Целые числа a и b называются сравнимыми по натуральному модулю m, если остатки от деления на m у этих чисел равны.

1. Доказать, что данные определения эквивалентны.

2. Доказать, что отношение сравнимости является отношением эквивалентности.

3. Постройте все классы вычетов по модулю 7 и 6. Найдите сумму, разность, произведение классов [4] и [5] в соответствующем множестве.

4. Найдите НОД и НОК чисел 117 и 111999.

5. Доказать свойства:

а) a ≡ b (mod m) /\ c ≡ d (mod m) => a + c ≡ b + d (mod m);

б) a ≡ b (mod m) => ac ≡ bc (mod m);

в) a ≡ b (mod m) /\ c ≡ d (mod m) => ac ≡ bd (mod m).

Простые и составные числа. Отношение делимости.

Доказательство свойств делимости. НОД и НОК.

1. Выяснить, является ли число простым или составным. Если число составное, то разложить его на простые множители

а) 6643 б) 1769 в) 997 г) 2520

***ЗАНЯТИЕ* 4. Определители и обратные матрицы**

1. Чему равен определитель матрицы A = $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 4 & -11 \\ -1 & -2 & -3 & -3 \end{vmatrix}$

2. Вычислить произведение и найти определитель каждой матрицы, входящей в произведение, и результата умножения.

а) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 6 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ -4 & -2 & -6 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & 3 & 9 & -3 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ -4 & -2 & -6 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & 3 & 9 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ -4 & -2 & -6 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & 3 & 9 & -3 \end{pmatrix}$.

3. Вычислите определитель матрицы

а) $\begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ б) (д/з) $\begin{pmatrix} x & 1 & 0 \\ y & 0 & 1 \\ z & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Содержание внеаудиторной работы студента при подготовке к занятию:

1. Найти матрицу обратную к матрице, если она существует:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ -5 & -4 & -1 \end{pmatrix}$,

д) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, е) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & 3 \\ -3 & -2 & 0 & 2 \\ -3 & -2 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

***ЗАНЯТИЕ* 5. Решение систем по правилу Крамера**

Решить системы по правилу Крамера:

а) $\begin{cases} x+3y-2z=3 \\ 2x+y-3z=2 \\ 2x+4y-4z=1 \end{cases}$; б) $\begin{cases} 2x+y-3z=1 \\ 2x+6y-4z=0 \\ x+2y-2z=-1 \end{cases}$;

в) $\begin{cases} x+2y-2z=0 \\ 2x+y-3z=2 \\ 2x+6y-4z=1 \end{cases}$; г) $\begin{cases} -4x-2y+6z=3 \\ x+3y-2z=1 \\ x+2y-2z=0 \end{cases}$

2. Решить матричное уравнение:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$,

***ЗАНЯТИЕ* 6. Базис и ранг конечной системы векторов**

Осуществляется разбор домашнего задания (проверка ответов, выяснение вопросов).

Фронтально и у доски разбираются задачи 18 (нечётные), 19, 20, 22, 23 (1).

1. Найти ранг и базис системы векторов, выразите все векторы системы через базисные:

а) a_1(1,2,3), a_2 (1,1,1), a_3 (3,2,1), a_4 (4,4,1);

б) a_1(4, 2, 3,-1,5), a_2(2, 1, -1, 3, -2), a_3 (2,1,-6,10,-11), a_4 (2,1,9,-11,16), a_5 (10, 5,10,-6,17);

в) (д/з) a_1(3,-2,4,-1,-1,2), a_2 (-5,3,2,0,-4,3), a_3 (8,-5,3,4,1,-3), a_4 (7,-5,19,1,-10,9),

a_5 (11,12,-15,8,17, -20);

г) a_1(1, 0, 1, 2), a_2(1, 1, 0, 1), a_3 (1,1,0,1), a_4 (3,2,2,3), a_5 (2, 1,2,2);

д) a_1(3, -4, 1, 2), a_2(1, -1, -1, -1), a_3 (3,-4,1,2), a_4 (4,-3,1,2), a_5 (1, -6, 1, 2);

е) (д/з) a_1(1, 1, 1, 1), a_2(1, 0, 0, 0), a_3 (0, 1, -2, 1), a_4 (0, 2, 0, - 2),

ж) $f_1(x)=x^4+x^3$, $f_2(x) = x^4 - x^3$, $f_3(x) = 8x^4+4x^3$,

з) $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ $A_3 = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.

2.Вычислить ранги следующих матриц:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & -1 & 3 & -3 \\ 2 & 3 & 2 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & -1 & -9 & 21 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 8 & 5 & 3 & 7 & 1 \\ 4 & 6 & 7 & 9 & 11 \\ 3 & 0 & -1 & 2 & 7 \\ 15 & 11 & 9 & 13 & 19 \\ 17 & 10 & 2 & -5 & 6 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ -5 & -4 & -1 \end{pmatrix}$,

г) (д/з) $\begin{pmatrix} 4 & -8 & 7 \\ 2 & 7 & -2 \\ 6 & -1 & 5 \\ 2 & -15 & 9 \end{pmatrix}$, д) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, е) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & 3 \\ -3 & -2 & 0 & 2 \\ -3 & -2 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ж) (д/з) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

***ЗАНЯТИЕ* 7. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса (неоднородные системы)**

Найти общее решение системы и какое-нибудь частное решение. Сделать проверку.

а) $x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 1$ $2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 = -1$ $3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0$ $12x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 0$	б) $x_1 - 2x_2 + 8x_3 + 3x_4 = -1$ $5x_1 + 10x_2 + 2x_3 + 11x_4 = 3$ $9x_1 + 2x_2 + 34x_3 + 23x_4 = 3$ $7x_1 + 4x_2 + 26x_3 + 20x_4 = 4$
в) $3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 1$ $2x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 + x_5 = 3$ $x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 = 7$ $2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 + 3x_5 = 0$	г) $4x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 6x_4 + 2x_5 = 1$ $2x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 1$ $x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2$ $x_1 - x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 11x_5 = 0$

Фронтально и у доски разбираются задачи 39 (нечётные), 40, 41.

Содержание внеаудиторной работы студента при подготовке к занятию:

Найти фундаментальную систему решений для системы однородных линейных уравнений

а) $3x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 - 9x_5 = 0$ $4x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_5 = 0$ $9x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 + x_5 = 0$	б) $x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 0$ $6x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 0$ $5x_1 - 6x_2 - 4x_3 - 7x_4 = 0$ $7x_1 + 8x_2 + x_4 = 0$
в) $2x_1 - 12x_2 - 5x_3 - 8x_4 - x_5 = 0$ $9x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0$	г) $5x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0$ $7x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 0$

$10x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 7x_4 + 15x_5 = 0$ $4x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 + 7x_5 = 0$	$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 0$ $8x_1 + 4x_2 + 2x_4 + 3x_5 = 0$
д) $3x_1 + 2x_2 + x_3 - 6x_4 + 2x_5 = 0$ $4x_1 + x_2 + x_3 - 12x_4 + 4x_5 = 0$ $11x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 27x_4 + 9x_5 = 0$ $7x_1 - 7x_2 + 2x_3 - 48x_4 + 16x_5 = 0$ $5x_1 + 4x_2 + x_3 - 6x_4 + 2x_5 = 0$	е) $2x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 8x_4 = 0$ $x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 0$ $x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0$ $x_1 + x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0$ $2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 0$

***ЗАНЯТИЕ № 8.* Линейные операторы и их матрицы**

Выяснить, является ли данный оператор линейным. Если это возможно, найти его матрицу, собственные значения

а) $A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2 - x_3, 2x_2 - x_3, 3x_3)$

б) $A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, x_1 - x_3, 2x_1x_2)$

в) $A(x_1, x_2, x_3) = (4x_1 + x_2 - 6x_3, 4x_1 - 4x_3, 4x_1 - 6x_3)$

г) $A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, x_1 + 2x_2, 1)$

д) $A(x_1, x_2, x_3) = (5x_1 - 2x_3, 8x_1 + x_2 - 4x_3, 12x_1 - 5x_3)$

Содержание внеаудиторной работы студента при подготовке к занятию:

Выяснить, является ли данный оператор линейным. Если это возможно, найти его матрицу:

е) $A(x_1, x_2, x_3) = (6 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3, 0)$ (д/з)

ж) $A(x_1, x_2, x_3) = (x_3, x_2, x_1)$ (д/з)

и) $A(x_1, x_2, x_3) = (-x_1 + 2x_3, x_1 + x_2 - x_3, 2x_3)$ (д/з)

л) $A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 - x_3, x_1 - 4x_3, x_1^2)$ (д/з)

м) $A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, x_1 + x_2, x_3)$ (д/з)

***ЗАНЯТИЕ № 9.* Поле комплексных чисел, алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа**

1.Вычислите в алгебраической форме и с помощью перехода к тригонометрической форме:

а) $(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i)(-\frac{\sqrt{2}}{6}+i\frac{\sqrt{6}}{6})$; б) $(6 + 2i\sqrt{3})(-3 - 3i)$

в) $\frac{1+i}{3+i3\sqrt{3}}$; г) $\frac{-2+i2\sqrt{3}}{1+i\sqrt{3}}$;

Вычислите с помощью перехода к тригонометрической форме

д) $(\frac{3}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2})^{10}$; е) $(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i)^6$

ж) $\frac{(\sqrt{3}-i)^4(1+i)^5}{(1+i\sqrt{3})}$; з) $\frac{(i+\sqrt{3})^5}{(i-1)^6}$.

2. Найдите корни n-ой степени из 1

а) n = 3; б) n = 4; в) n = 2; г) n = 6.

3. Вычислите и результат представьте в тригонометрической форме:

а) $\sqrt{\frac{3-3i}{i+\sqrt{3}}}$; б) $\sqrt{\frac{-2-2i}{i-1}}$; в) $\sqrt[5]{\frac{1-i}{-2+2i\sqrt{3}}}$; г) $\sqrt[3]{\frac{-1+i}{1+\sqrt{3}i}}$.

4. Вычислите и результат представьте в алгебраической форме:

а) $\sqrt{-3+4i}$; б) $\sqrt{15+8i}$

5. Решите уравнения:

а) $x^2 + 2x + 3 = 0$;

б) $x^4 – 6x^2 + 25 =0$;

в) $x^2 – (3 + 2i)x + 5 + i = 0$;

г) $z\bar{z} + 2\bar{z} = 3 + 2i$;

Далее указываются задания по пособию

Ильязова Д.З. Задачник-практикум по алгебре и теории чисел. Часть 2. – Ульяновск: УлГПУ, 1999. – 36 с.

ЗАНЯТИЕ №10. Теория делимости в кольце многочленов

1. Разделить многочлен f(x) на многочлен g(x) с остатком. Выписать соответствующую теорему о делении с остатком.

а) $f(x) = 2x^5 – 5x^3 – 8x$, $g(x) = –x^2 +2x– 3$

б) $f(x) = 2x^5 – 6x^3 + 2x – 8$, $g(x) = 3x^2 + 3$

2. Найти НОД и НОК многочленов f(x) и g(x).

а) $f(x) = x^4 – 3x^3 + 3x^2 – 3x + 2$, $g(x) = x^3 – 2x^2 – x + 2$

б) $f(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 2$, $g(x) = x^3 + 3x^2 + 2$

3. Найдите рациональные корни многочлена:

а) $x^3 – 11x^2 + 38x – 40$

б) $3x^4 – 2x^3 + 4x^2 – x + 2$

в) $15x^5 – 8x^4 + 46x^3 + 21x^2 – 21x + 3$

г) $x^5 + 6x^4 + 4x^3 – 23x^2 – 30x – 8$ (д/з)

д) $6x^4 + x^3 + 2x^2 – 4x + 1$ (д/з)

е) $3x^5 + 17x^4 + 36x^3 + 38x^2 + 19x + 5$

Содержание внеаудиторной работы студента при подготовке к занятию:

1. Найти НОД и НОК многочленов f(x) и g(x).

в) $f(x) = x^5 + x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 4x + 2$, $g(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 6x + 2$

г) $f(x) = x^6 + 6x^5 + 2x^3 + 3x^2 + 6x + 1$, $g(x) = x^5 + 6x^4 + 4x^2 + 4x + 6$

2. Пользуясь схемой Горнера, разделить f(x) на (x – a)

а) $f(x) = x^4 – 3x^3 + x – 1$, $a = 2$

б) $f(x) = 9x^3 + 8x^2 – 10x$, $a = – 3$ (д/з)

в) $f(x) = 4x^3 + x^2$, $a = – 1 – i$

2. Пользуясь схемой Горнера, найти значение f(x) в точке a

а) $f(x) = x^5 + 3x^4 + 2x^3 – 8x + 40$, $a = – 3$

б) $f(x) = x^4 – 3x^3 + 6x^2 – 10x + 16$, $a = 4$(д/з)

в) $f(x) = 3x^4 – x + 300i$, $a = – 3 + i$

3. Используя схему Горнера, разделить f(x) на g(x)

а) $f(x) = 2x^5 – 5x^3 – 8x$, $g(x) = –x – 3$

б) $f(x) = 2x^5 – 5x^3 – 8x$, $g(x) = 3x + 3$

в) $f(x) = 2ix^3 + (1+i)x^2 – x$, $g(x) = (1+i)x – (2 – 2i)$ (д/з)

г) $f(x) = 3x^6 – 2x^4 + 6x^3 – 8x + 11$, $g(x) = 2x + 3$ (д/з)

4. Разложить многочлен f(x) по степеням (x – 2) и найдите значение многочлена и всех его производных при x = 2.

а) $2x^5 – x^3 – 2x^2 – 6x + 10$

б) $4x^3 – 2x^2 + 5x – 1$ (д/з)

5. Пользуясь схемой Горнера, раскрыть скобки (разложить по степеням x)

а) $(x + 3)^4 – 3(x + 3)^3 + 5(x + 3) – 2$

б) $2(x – 3)^6 + 7(x – 3)^5 + (x – 3)^3 – 5(x – 3)^2 + 4$.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Веселова, Л. В. Алгебра и теория чисел: учебное пособие / Л. В. Веселова, О. Е. Тихонов ; Казанский национальный исследовательский технологический университет. – Казань : Казанский научно-исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2014. – 107 с.: ил. – Режим доступа. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428287)
2. Алгебраические структуры и их приложения: учебное пособие / Л. В. Зяблицева, С. Ю. Корабельщикова, И. В. Кузнецова, С. А. Тихомиров; – Архангельск: Северный (Арктический) федеральный университет (САФУ), 2015. – 169 с. – Режим доступа: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436142
3. Смолин Ю. Н. Алгебра и теория чисел: учеб. пособие / Ю. Н. Смолин. — М. : ФЛИНТА : Наука, 2017. — 464 с. (http://znanium.com/bookread2.php?book=1034573

Дополнительная литература

1. Иванова С. А. Линейная алгебра : учебное пособие / С. А. Иванова, В. А. Павский ; Кемеровский государственный университет. – 2-е изд. – Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2019. – 125 с. : ил., табл. – Режим доступа:: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573547
2. Линейная алгебра. Линейные операторы. Квадратичные формы. Комплексные числа: Учебное пособие / Рубашкина Е.В. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 38 с. (URL: https://znanium.com/catalog/product/544419). https://znanium.com/read?id=17915

Интернет-ресурсы

- ЭБС ZNANIUM.COM http://znanium.com
- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» http://biblioclub.ru
- Электронная библиотека http://lib.mexmat.ru/books/75829 (свободный доступ)
- Электронная библиотека http://www.razym.ru (свободный доступ)
- http://nsportal.ru/sites/default/files/2012/12/10/tvorcheskiy_proekt_po_matematike_na_temu.docx.

http://www.mathnet.ru Общероссийский математический портал