Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«25» июня 2021 г.

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПРЕДМЕТНЫХ ОБЛАСТЯХ

Программа учебной дисциплины вариативного модуля «Математические методы обработки данных»

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы магистратуры по направлению подготовки
44.04.01 Педагогическое образование,

направленность (профиль) образовательной программы
Компьютерное моделирование и дизайн информационной образовательной среды
(очная форма обучения)

Составитель: Глухова Н.В.,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от «21» июня 2021 г. № 7

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Методы математического моделирования в предметных областях» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1. Дисциплины (модули) вариативного модуля «Математические методы обработки данных» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы магистратуры по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы «Компьютерное моделирование и дизайн информационной образовательной среды», заочной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках курса бакалавриата и дисциплин и практик: Теория аргументации в исследовательской деятельности,·Учебная практика (научно-исследовательская работа).

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин для профессиональной деятельности и прохождения государственной итоговой аттестации

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины является подготовка учителя к будущей профессиональной деятельности: формирование способности к преподаванию учебного предмета для разных направлений подготовки на разных уровнях образования.

Задачей освоения дисциплины является формирование представлений о роли математики в практической деятельности и прикладных областях, отработка понятийного аппарата математики, техники проведения математических расчетов, формирование и закрепление умения проводить строгие абстрактно-логические доказательства, решать практические задачи средствами математики.

В результате освоения программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	Знает	Умеет	владеет
УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий. ИУК 1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для выработки стратегии действий по разрешению проблемной ситуации.	ОР-1. Приемы и методы выработки стратегии действий по разрешению проблемной ситуации. ОР-2 о существовании различных	ОР-3 Грамотно, логично, аргументированно формулировать собственные суждения и оценки, вырабатывать стратегию действий	

ИУК 1.3. Рассматривает различные варианты решения проблемной ситуации на основе системного подхода, оценивает их преимущества и риски. ИУК 1.4. Грамотно, логично, аргументированно формулирует собственные суждения и оценки. Предлагает стратегию действий.	вариантов решения проблемной ситуации на основе системного подхода, методах оценки преимуществ и рисков как результатов принятого решения.		

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час	Практические занятия, час	Лабораторные занятия, час	Самостоят. работа, час	
	Трудоемк.						
	Зач. ед.	Часы					
3	3	108	4	10	-	67	экзамен (27)
Итого:	3	108	4	10	-	67	

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения

	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель-ная работа
3 семестр				
Оптимизационные математические модели в различных науках		-	4	14
Дифференциальные уравнения как модели процессов в различных науках	2	-	2	21
Численные методы в анализе сложных математических моделей	2	-	4	22
Всего по дисциплине:	**4**	**-**	**10**	**67**

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса

1. Оптимизационные математические модели в различных науках

Основные задачи теории принятия решений. Функции решения в методологии и организа Понятие математической модели и математического моделирования. Компьютерные и математические модели. Методы линейного программирования в составлении диет и пищевых рационов. Оптимизационные методы использования природных ресурсов. Оптимизационные модели в социально-экономической сфере. Задачи линейного программирования в природоохранных технологиях. Симплекс-метод. Двойственный симплекс-метод. Решение задач линейного программирования с помощью компьютерных программ. Интерактивная форма: «Использование математических пакетов».

Тема 2. Дифференциальные уравнения как модели процессов в различных науках

Понятие решения автономного дифференциального уравнения. Стационарное состояние и его устойчивость. Непрерывные и дискретные модели роста популяции. Модели экспоненциального и логистического роста. Модель с наименьшей критической численностью. Модели всасывания веществ, изменения концентрации гормона. Процесс радиоактивного распада. Схема гибели и размножения. Модели отбора. Применение в анализе систем массового обслуживания. Интерактивная форма: «Использование математических пакетов».

Тема 3. Численные методы в анализе сложных математических моделей

Понятие фазовых переменных и фазового пространства. Фазовый портрет. Метод изоклин. Исследование устойчивости стационарных состояний. Модели Лотки и Вольтерра. Моделирование нервных процессов. Равновесный потенциал. Уравнение Нернста. Ионные токи и мембранный потенциал. Влияние параметров проницаемости и ионных концентраций на нервный импульс. Моделирование влияния медицинских препаратов и ритмического раздражения. Интерактивная форма: «Использование математических пакетов», групповое интерактивное задание.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:
- подготовки к устным докладам (подготовка рефератов);
- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение групповых интерактивных заданий.

ОС-1. Самостоятельная работа

Составьте математическую модель задачи. Осуществить проверку полученных результатов с помощью компьютерных программ (например Excel), представить полученную таблицу, сделать выводы.

Вариант 1.

Завод может производить продукцию по одному из двух типов технологий. При применении первого типа технологий на каждую 1000 выпущенных единиц продукции осуществляется выброс 3 м^3 загрязняющих веществ в атмосферу, а также используется 2 тонны нефти, при применении второй технологии используется 1 тонна нефти на тысячу единиц продукции, однако выбросы в атмосферу увеличиваются до 5 м^3. Завод не должен использовать более 600 тонн нефти в неделю. Составьте оптимальный план использования имеющихся технологий с целью минимизации выбросов в атмосферу, если в неделю необходимо производить не менее 400 тыс. единиц продукции.

е. В ситуации, описанной в задаче (д), введено ограничение на выбросы в атмосферу – не более 1500 $м^3$ в неделю. Предложите новый план использования технологий, чтобы расходы нефти были минимальными.

ОС-2. Самостоятельная работа

Через 6 часов после начала опыта численность бактерий в популяции возросла в 2 раза. Во сколько раз увеличится количество бактерий через сутки?

.

ОС-3. Самостоятельная работа № 1

Примерный вариант:

1. Постройте с помощью программы *Excel* графики численности жертв и хищников в модели «хищник – жертва»:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta xy$$

$$\frac{dy}{dt} = \gamma xy - \lambda y$$

а) при $\alpha = 20$, $\beta = 0{,}3$, $\gamma = 0{,}2$, $\lambda = 10$, начальном количестве жертв $x_0 = 40$ и начальном количестве хищников $y_0 = 50$, шаг интегрирования h = 0,001, результат сравните с графиком при h = 0,002.

ОС-4. Выступление с докладом по микрогруппам.

Примерный перечень тем докладов:

1. Моделирование неограниченного роста
2. Модели автокатализа
3. Ограниченный рост. Уравнение Ферхюльста
4. Модели Моно и Михаэлиса-Ментен.
5. Автоволны и диссипативные структуры. Базовая модель "брюсселятор"
6. Реакция Белоусова-Жаботинского.
7. Базовая модель взаимодействия. Конкуренция. Отбор.
8. Типы трофических функций и их влияние на устойчивость системы «Хищник-жертва»
9. Биометрия
10. Математические модели водоемов как экосистем
11.

ОС-5. Самостоятельная работа

Вариант 1. В магазин с двумя кассами заходит в среднем 3 покупателя в минуту, среднее время обслуживания ½ минуты. Определить вероятность простоя, среднюю длину очереди, среднее время, проводимое покупателем в очереди.

ОС-6 Контрольная работа № 2

Примерный вариант контрольной работы

1. 1. Дана таблица измеряемых величин x и y. Написать уравнение регрессии (зависимости) y от x

X	0	1	2	3	4
У	2,1	3,9	6.2	8.1	9.6

2. Из трех видов сырья необходимо составить смесь наименьшей стоимости, в состав которой входит не менее 26 ед. химического вещества А, не менее 30 единиц вещества В, не менее 24 ед. вещества С. Количество единиц химического вещества в 1 кг сырья, а также цена 1 кг сырья указаны в таблице

	Количеств единиц вещества в 1 кг сырья вида i

Вещество	1	2	3
A	1	1	-
B	2	-	3
C	1	2	4
Цена 1 кг сырья (руб)	5	6	7

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1 Глухова Н.В. Математические модели для магистров-биологов: учебное пособие. – Ульяновск: УлГПУ, 2016. – 90 с. (Электронное учебное пособие).

3. Теория вероятностей с элементами математической статистики и анализа систем массового обслуживания. Часть 2. Математическая статистика. Элементы теории случайных процессов и теории массового обслуживания. Учебное пособие для студентов специальности «Управление персоналом» / сост. Н.А. Волкова, Н.В. Глухова. – Ульяновск: УлГПУ, 2010. – 76 с.

4. Глухова Н.В., Череватенко О.И. Линейное программирование в управлении персоналом: учебное пособие для направления подготовки бакалавров 080400.62. – Ульяновск, УлГПУ, 2013. – 70 с.

5. Глухова Н.В. Теория принятия решений: учебное пособие. / Глухова Н.В. – Ульяновск: ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», 2017. – 48 с.

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей	ОР-1. Знает приемы и методы

	аттестации ОС-1, ОС-2, ОС-3. ОС-5 Самостоятельная работа ОС-4 Выступление с докладом по результатам группового интерактивного задания 1 ОС-6. контрольная работа	выработки стратегии действий по разрешению проблемной ситуации. ОР-2 Знает о существовании различных вариантов решения проблемной ситуации на основе системного подхода, методах оценки преимуществ и рисков как результатов принятого решения. ОР-3 умеет грамотно, логично, аргументированно формулировать собственные суждения и оценки, вырабатывать стратегию действий.
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** ОС-7 Экзамен в форме устного собеседования	

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Построение математических моделей. Определение целевой функции.
2. Прикладные задачи сводимые к задачам линейного программирования.
3. Целевая функция и система ограничений. Примеры составления. Приведение системы ограничений к виду равенств и неравенств.
4. Двойственные задачи и их применение к задачам на составление пищевых рационов и оптимальных смесей.
5. Задача оптимизации использования ресурсов.
6. .Симплекс-метод решения задач линейного программирования
7. Решение задач линейного программирования с помощью стандартных пакетов программ
8. . Задача о рациональном использовании экологических ресурсов.
9. Задача о смеси.
10. Задачи о диетах.
11. Модели, описываемые одним дифференциальными уравнениями. Численность бактерий.
12. Модели роста популяций. Экспоненциальный и логистический рост. Модель с наименьшей критической численностью.
13. Моделирование изменения концентраций веществ.
14. Модели, описываемые системами дифференциальных уравнений.
15. Модели взаимодействия популяций. Вольтеровские модели: модели конкуренции и хищник-жертва.
16. Модель нервного импульса. Уравнение Нернста. Активация и инактивация ионных

токов.

17. . Задача определения оптимального числа персонала в системе массового обслуживания с отказами. Пример и решение.
18. Системы массового обслуживания с отказами. Среднее число занятых каналов, вероятность отказа и простоя в данной системе.
19. Системы массового обслуживания с отказами. Абсолютная и относительная пропускная способности.
20. Системы массового обслуживания с ограниченной очередью. Расчет средней длины очереди.
21. Системы массового обслуживания с неограниченной очередью. Определение средней длины очереди
22. Замкнутые системы массового обслуживания.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
3 семестр	Разбалловка по видам работ	2 х 1=2 баллов	5 х 1=5 баллов	229 баллов	64 балла
	Суммарный макс. балл	2 баллов max	7 баллов max	236 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Оценка	**Баллы (3 ЗЕ)**
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 и менее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

ЗАНЯТИЕ № 1. Задачи линейного программирования (ЗЛП)

Задача № 1.1. Составьте математические модели следующих ситуаций.

а. Некий водоём заселяется каждой весной окунями и карасями. Средняя масса окуня составляет 0,8 кг, карася – 0,4 кг. Имеется два вида пищи, ежедневный запас которой поддерживается для первого типа на уровне 500 кг, а второго – 900 кг. Один окунь в среднем за день потребляет 100 г пищи первого типа и 300 г пищи второго типа, для карася соответствующие величины составляют 200 и 100 г. Как следует заселить водоём, чтобы максимизировать суммарную биомассу рыб?

б. При производстве удобрений смешивают в различных соотношениях три химических вещества, а удобрения продаются в упаковках по 10 кг. Три этих вещества стоят соответственно 20, 15 и 5 рублей за киллограмм. В любой смеси должно присутствовать не менее 2 кг первого вещества, а содержание третьего вещества не должно превышать количества второго. Как следует составить смесь, чтобы стоимость упаковки удобрения была минимальной.

в. Средний дневной рацион хищника составляет 10 ед. пищи А, 12 ед. пищи В, 12 ед. пищи С. Эти потребности удовлетворяются двумя видами жертвы. Первый вид даёт 5 ед. пищи вида А, 2 ед. пищи В и 1 ед. пищи С. Для второго вида соответствующие величины составляют 1, 2, и 4 ед. На поимку жертвы первого вида требуется в среднем 3 ед. энергии, а второго – 2 ед. энергии. Поедание какого числа жертв обеспечит хищнику удовлетворение его потребностей с наименьшими затратами энергии?

г. Пища для собак готовится из говядины, конины и печени. 1 кг говядины стоит 150 рублей и содержит 0,2 кг белка и 0,5 кг углеводов. Конина стоит 100 рублей за кг и содержит 0,1 кг белка и 0,6 кг углеводов. Наконец, печень стоит 200 рублей за кг и содержит 0,4 кг улгеводов и 0,3 кг белка. Составить оптимальный рацион для собаки, минимальные потребности которой в углеводах составляют 6 кг углеводов и 3,1 кг белка в месяц.

ЗАНЯТИЕ № 2. Решение задач симплекс-методом

методом. Указать значения переменных x_1, x_2, … ($x_i \geq 0$) при которых достигается минимальное значение.

а) $F = x_1 - x_3$

Система ограничений:

$x_1 - 2x_2 + x_3 = 1$

$x_1 + 3x_2 + x_4 = 2.$

Отв. Минимум 3, в точке (0, 1, 3, 0).

б) $F = x_1 – x_2 + x_3 + x_4 + x_5 – x_6$
Система ограничений:
$x_1 + x_4 + 6x_6 = 9$
$3x_1 + x_2 – 4x_3 + 2x_6 = 2$
$x_1 + 2x_3 + x_5 + 2x_6 = 6$
Отв. Минимум (-5), в точке (0, 5, 1.5, 0, 0, 1.5).
в) (д/з)$F = 5x_1 – 10x_2$
Система ограничений:
$–2x_1 + x_2 \le 1$
$–x_1 + x_2 \le 2$
$3x_1 + x_2 \le 8$
$–2x_1 + 3x_2 \ge –9$.
Отв. Минимум – 27,5 в точке (1.5, 3.5).
г) (д/з) $F = x_1 – x_2 – 4x_3 + 5$
Система ограничений:
$x_1 + x_2 + 2x_3 \le 10$
$x_1 – x_2 + x_3 \le 6$
$2x_1 + x_2 – x_3 \le 8$.
Отв. Минимум – 15 в точке (0, 0, 5) или (0, 3, 2).
д) $F = 3 + 4x_1 + 5x_2 – x_3$
$x_1 – 3x_2 + 2x_3 \le 4$
$3x_2 – 2x_1 + x_3 \le 5$
$2x_1 – 3x_2 \le 3$
Отв. Минимум 1, (0, 0, 2, 0, 3, 9).
е) $F = x_1 – 2x_2 + x_3 + 2$
Система ограничений:
$x_1 – x_2 + x_3 = 10$
$2x_1 – x_3 + x_4 \le 5$.
Отв. Минимум не существует.
2. Найти максимум целевой функции F при заданной системе ограничений симплекс-методом. Указать значения переменных x_1, x_2, … ($x_i \ge 0$) при которых достигается максимальное значение.
а) $F = x_1 + x_2$
Система ограничений:
$x_1 – x_2 \le 1$;
$x_2 – x_3 \le 1$
$x_1 + x_3 \le 2$.
Отв. Максимум 3 в точке (2, 1, 0).
б) $F = 2x_1 – x_3 + x_4$
Система ограничений:
$x_1 – x_2 + 2x_3 + 3x_4 \le 10$
$x_1 – x_3 + 2x_4 \le 8$. Отв. Максимального значения нет.

ЗАНЯТИЕ № 3. Моделирование численности популяции с помощью одного дифференциального уравнения

Задача № 1. Через 6 часов после начала опыта численность бактерий в популяции возросла в 2 раза. Во сколько раз увеличится количество бактерий через сутки?

Задача № .2. В начале эксперимента имелось 200 бактерий, а через 12 ч их стало 600. Во сколько раз увеличится количество бактерий спустя 24 ч после начала эксперимента?

Задача № 3. Через 3 ч после начала опыта численность водорослей в популяции возросла в 125 раз по сравнению с начальной. В какой момент времени их численность превышала начальную в 25 раз?

Задача № 4. В начале эксперимента имелось 100 клеток одноклеточной водоросли, а через 2 ч их стало 3600. Во сколько раз увеличится количество клеток спустя 3 ч после начала эксперимента?

Задача № 5. Через 5 часов после начала опыта численность бактерий в популяции возросла в 2 раза. Во сколько раз увеличится количество бактерий через 20 ч?

Задача № 6. В начале эксперимента имелось 100 бактерий, а через 6 ч их стало 500. Во сколько раз увеличится количество бактерий спустя 24 ч после начала эксперимента?

Задача № 7. Через 2 ч после начала опыта численность водорослей в популяции возросла в 16 раз по сравнению с начальной. В сколько раз вырастет их численность через 3 ч?

ЗАНЯТИЕ № 4. Модель хищник жертва.

Постройте с помощью программы *Excel* графики численности жертв и хищников в модели «хищник – жертва»:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta xy$$

$$\frac{dy}{dt} = \gamma xy - \lambda y$$

а) при $\alpha = 20$, $\beta = 0{,}3$, $\gamma = 0{,}2$, $\lambda = 10$, начальном количестве жертв $x_0 = 40$ и начальном количестве хищников $y_0 = 50$, шаг интегрирования h = 0,001, результат сравните с графиком при h = 0,002.

б) при $\alpha = 20$, $\beta = 0{,}3$, $\gamma = 0{,}2$, $\lambda = 30$, начальном количестве жертв $x_0 = 300$ и начальном количестве хищников $y_0 = 100$, шаг интегрирования h = 0,001. Какова численность жертв на втором пике их численности? Какова численность хищников в тот же момент времени? Какова численность хищников на втором их пике? Результат сравните с графиком при h = 0,003.

в) при $\alpha = 40$, $\beta = 2$, $\gamma = 2$, $\lambda = 100$, начальном количестве жертв $x_0 = 100$ и начальном количестве хищников $y_0 = 50$, шаг интегрирования h = 0,001. Какова численность жертв и хищников на вторых пиках их численности?

г) при $\alpha = 20$, $\beta = 1$, $\gamma = 1$, $\lambda = 100$, начальном количестве жертв $x_0 = 100$ и начальном количестве хищников $y_0 = 50$, шаг интегрирования h = 0,001.

д) сравните результаты вычислений при двукратном уменьшении всех параметров задачи (в) по отдельности (например, провести расчеты при $\alpha = 20$ и сравнить их с результатами при $\alpha = 40$, остальные параметры оставить без изменений), сделайте выводы.

ЗАНЯТИЕ № 5. Модель нервного импульса

Задача № 1. Вычислите равновесный потенциал для ионов калия, если концентрация ионов калия во внутреннем растворе равна 120 ммоль/л, а с наружной стороны мембраны составляет а) 20 ммоль/л, б) 40 ммоль/л, в) 120 ммоль/л. Температура 30 ºС.

Задача № 2. Вычислите равновесный потенциал для ионов натрия, если концентрация ионов натрия во внутреннем растворе равна 18 ммоль, а с наружной стороны мембраны составляет а) 114 ммоль/л, б) 57 ммоль, в) 36 ммоль. Температура 36 ºС.

Задача № 3. Установлено, что в наружном растворе, содержащем 40 ммоль/л калия, калиевый равновесный потенциал составил 40 мВ. Определите примерную концентрацию ионов калия во внутреннем растворе, если измерения проводились при температуре 27º С.

Задача № 4. На сколько изменится натриевый равновесный потенциал при замене раствора, омывающего клетку и содержащего 114 ммоль/л натрия, на раствор, содержащий 57 ммоль/л натрия при температуре 17 ºС ? ***Работа с моделью (ОС-4).***

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Соколов Г.А. Линейные целочисленные задачи оптимизации : учеб. пособие. — М.: ИНФРА-М, 2017. — 132 с. (http://znanium.com/bookread2.php?book=514697)
2. Ващекин, А. Н. Математические методы и модели в экономике : учебное пособие / А. Н. Ващекин, В. Ю. Квачко, Е. В. Царькова ; под. ред. Е. В. Царьковой. – М.: РГУП, 2019. - 158 с. - - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1194065.
3. Рыков В.В. Основы теории массового обслуживания (Основной курс: марковские модели, методы марковизации) : учебное пособие / В.В. Рыков, Д.В. Козырев. — Москва : ИНФРА-М, 2021. — 223 с. (Режим доступа. - URL: https://znanium.com/catalog/product/129032)
4. Шапкин, А. С. Математические методы и модели исследования операций : учебник / АС. Шапкин, В. А. Шапкин. – М. : Дашков и К°, 2019. – 398 с. – Режим доступа: . –URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573373

Дополнительная литература

1. Мастяева И.Н., Горемыкина Г.И., Семенихина О.Н. Методы оптимальных решений. - М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. – 384 с. (http://znanium.com/bookread2.php?book=521453)
2. Малугин В. А. Количественный анализ в экономике и менеджменте: Учебник / Малугин В.А., Фадеева Л.Н. - М.:НИЦ ИНФРА-М, НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 615 с. (http://znanium.com/bookread2.php?book=558504)
3. Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию: учебное пособие / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. – М : Дашков и К°, 2020. – 432 с. – Режим доступа: URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573151
4. Высшая математика для экономистов : учебник / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман ; ред. Н. Ш. Кремер.. – М.: Юнити, 2015. – 482 с. : – Режим доступа: – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114541
5. Белько И.В., Морозова И.М., Криштапович Е.А. Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование: Учебное пособие. – М.: НИЦ ИНФРА-М, Нов. знание, 2016. – 299 с. Режим доступа: (http://znanium.com/bookread2.php?book=542521)

Интернет-ресурсы

– Электронная библиотека http://lib.mexmat.ru/books/75829 (свободный доступ):

Розен В.В. Математические модели принятия решений в экономике. – М.: Высшая школа, 2002. – 288 с. http://lib.mexmat.ru/books/13825

Афанасьев М.Ю., Багриновский К.А., Матюшок В.М. Прикладные задачи исследования операций: Учебное пособие. – М.: Инфра-М, 2006. – 352 с. – (Учебники РУДН). ISBN 5-16-002397-6 (Допущено Учебно-методическим объединением по классическому университетскому образованию в качестве учебного пособия по дисциплине национально-регионального компонента для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 080100 «Экономика») http://lib.mexmat.ru/books/75829

– Электронная библиотека http://www.razym.ru (свободный доступ)

Таха Х.А. Введение в исследование операций. – М.: Вильямс, 2001. – 912 с. http://www.razym.ru/naukaobraz/disciplini/matem/106249-taha-hemdi-a-vvedenie-v-issledovanie-operaciy.html

Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении. – М.: Дело. – 2004. – 440 с. http://www.razym.ru/65168-matematicheskie-metody-i-modeli-v-upravlenii.html

– On-line калькуляторы