Министерство Просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 0233C9D60038B01A9E48C1A3FBB4A9D9F6
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 07.07.2023 до 28.04.2038

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе С.Н. Титов

ПРИКЛАДНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Программа учебной дисциплины модуля «Прикладные математические методы в научных исследованиях»
основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование,

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Иностранный язык

(очная форма обучения)

Составитель: Глухова Н.В.,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от «26» мая 2023 г. № 5

Ульяновск, 2023

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Прикладное математическое моделирование» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1. Дисциплины (модули) модуля «Прикладные математические методы в научных исследованиях» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках дисциплин Финансово-экономический практикум, Нормативно-правовые основы профессиональной деятельности и антикоррупционное поведение, Методы исследовательской и проектной деятельности.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик: Научно-исследовательская работа, Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена, Выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины подготовка учителя к преподаванию профессиональных предметов, подготовка к оптимальному использованию материальных и трудовых ресурсов.

Задачей освоения дисциплины является формирование умений решать оптимизационные профессиональные задачи, глубже ознакомится с экономическими методами, сформировать представление о роли математических методов в экономике, в оптимальном использованием ресурсов в управлении предприятием и в иной экономической деятельности.

В результате освоения программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	Знает	Умеет	Владеет
УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений УК-2.2. Оценивает вероятные риски и ограничения, определяет ожидаемые	ОР-1. Знает разновидности рисков и ограничений в проектной деятельности; техники цифрового моделирования	ОР-2. Умеет проектировать процесс решения каждой задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений	

результаты решения поставленных задач			
УК-6. Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни УК-6.2. Критически оценивает эффективность использования времени и других ресурсов при реализации траектории саморазвития		ОР-3. Умеет критично оценивать личностные ресурсы (включая временные) при проектировании и реализации траектории своего развития	
УК-9. Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности УК-9.2. Применяет методы личного экономического и финансового планирования для достижения текущих и долгосрочных финансовых целей, использует финансовые инструменты для управления личными финансами (личным бюджетом), контролирует собственные экономические и финансовые риски		ОР-4. Умеет осуществлять личное экономическое и финансовое планирование для достижения текущих и долгосрочных финансовых целей	

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Всего		Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Трудоемк.		Лекции, час.	Практические занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Лабораторные занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Самостоят. работа, час.	
	Зач. ед.	Часы							
7	3	108	18	30	-	-	-	33	экзамен (27)
Итого:	3	108	18	30	-	-	-	33	

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель-ная работа
7 семестр				
Роль математического моделирования в социально-гуманитарных и естественно-научных исследованиях	2	4	-	10
Модели линейного программирования в различных научных областях	6	12	-	7
Модели динамического программирования в прикладных исследованиях	4	6	-	10
Схема гибели и размножения и ее применения в биологии, экономике и анализе систем массового обслуживания.	6	8		6
Экзамен	-	-	-	27
Всего по дисциплине:	**18**	**30**	**-**	**60**

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

1. Роль математического моделирования в социально-гуманитарных и естественно-научных исследованиях

Математические модели в сфере биологии, экологии, экономики, в социально-гуманитарных сферах. Примеры экономических задач на оптимизацию с ограничениями в

виде равенств и неравенств. Построение математической модели и определение целевой функции. Интерактивная форма – урок дискуссия. Транспортная задача, задача об оптимальном назначении. Задача рационального использования ресурсов. Линейное и нелинейное программирование.

2. Модели линейного программирования в различных научных областях

Графические методы решения экономических задач. Анализ моделей на чувствительность. Графоаналитический метод решения задач линейного программирования. Анализ чувствительности модели к изменениям ограничений. Теневые стоимости. Возможности расширения производства и переподготовки кадров. Оценка допустимых затрат. Графический метод решения задач дискретного программирования. Интерактивная форма: решение задач линейного программирования с помощью компьютерных программ. Симплекс-метод в оптимизации. Двойственные задачи.

3. Модели динамического программирования в прикладных исследованиях

Цели и задачи динамического программирования. Основные этапы решения методом динамического программирования. Идея обратной прогонки, принцип оптимальности Беллмана. Примеры применения динамического программирования к задаче о нахождении кратчайшего пути, об оптимальном инвестировании, о замене оборудования на предприятии, о найме сезонных рабочих, об оптимальной загрузке. Урок – деловая игра. Принятие решения об оптимальном инвестировании, о найме.

4. Схема гибели и размножения и ее применения в биологии, экономике и анализе систем массового обслуживания.

Моделирование численности популяций. Схема гибели и размножения. Модель хищник-жертва. Марковские процессы. Стационарные, ординарные потоки событий, простейшие потоки. Системы массового обслуживания с отказами и очередями, и их применение к определению оптимальной численности персонала.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на

практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:
- подготовки к устным докладам;
- подготовка к защите проекта;
- решение задач по дисиплине.

ОС-1. Самостоятельная работа.

Составьте математическую модель задачи. Осуществить проверку полученных результатов с помощью компьютерных программ (например Excel), представить полученную таблицу, сделать выводы. Описать каким образом решенная задача может быть использована в учебной или культурно-просветительской деятельности.

Примерный вариант

Для строительства здания под небольшой одноэтажный магазин требуется один инженер и 9 специалистов по отделке, а для строительства жилого коттеджа – 2 инженера, и 7 специалистов по отделке. Время, затрачиваемое на строительство каждого объекта, одинаково, но строительство магазина приносит чистую прибыль в 5 млн. руб., а строительство коттеджа – в 7 млн. руб. Имеется 15 инженеров и 69 специалистов по отделке. Каков оптимальный план строительства, максимизирующий прибыль? Чему равна максимальная прибыль?

ОС-2. Групповое интерактивное задание.

Студенты разбиваются на микрогруппы по 3-4 человека в зависимости от количества студентов в группе, и получают задание разработать план-конспект просветительского или развлекательного мероприятия по тематике динамического программирования

Примерные темы:

1. Динамическое программирование в решении кадровых задач
2. Динамическое программирование в инвестировании
3. Динамическое программирование в задаче о замене оборудования
4. Динамическое программирование в задаче о загрузке транспортного средства

ОС-3. Контрольная работа
Примерный вариант:

ОС-3 Контрольная работа
Примерный вариант:

1. В таблице указан доход, который приносят предприятия при инвестировании в них сумм, указанных в левом столбце:

Объём капиталовложений (тыс. руб.)	Доход (тыс. руб.)		
	Предприятие 1	Предприятие 2	Предприятие 3

25	11	15	13
50	32	29	38
75	43	38	48
100	64	57	62

Имеется капитал в 100 тысяч рублей. Составьте оптимальный план распределения капиталовложений между тремя предприятиями, при котором будет достигнут максимальный доход

2. Фирма выпускает два вида продукта в день. Производственный процесс составляет 430 минут в день. Для изготовления единицы продукта первого вида требуется одна минута, а единицы второго – две минуты. Продукции первого вида требуется не более 300 единиц в день, а второго – не более 230 единиц в день. Реализация единицы продукции первого вида приносит 2 тыс. руб. чистой прибыли, а второго – 3 тыс. руб. Каков оптимальный производства, максимизирующий прибыль, чему равна максимальная прибыль?

ОС-4. Тест

Примерный вопрос:

Фирма выпускает два вида изделий. Для изготовления изделия первого вида требуется 16 кг железа, а также 9 кг алюминия, а для второго – 6 кг железа и 7 кг алюминия. Изделие первого вида приносит чистую прибыль в 5 тыс. руб., а второго – в 7 тыс. руб. Всего имеется 96 кг железа и 69 кг алюминия. Пусть x – количество изделий первого вида, выпускаемых фирмой, а y – количество изделий второго вида. Тогда при составлении оптимального плана выпуска следует найти:

а) Максимум функции $F = 5x + 7y$; б) Минимум функции $F = 5x + 7y$;

в) Максимум функции $F = 96x + 69y$; г) Минимум функции $F = 96x + 69y$.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Глухова Н.В., Череватенко О.И. Линейное программирование в управлении персоналом: учебное пособие для направления подготовки бакалавров 080400.62. – Ульяновск, УлГПУ, 2013. – 70 с.
2. Исследование операций и математические модели в экономике. Лабораторные работы для студентов специальности «Управление персоналом»: учебно-методическое пособие / составитель Н.В. Глухова. – Ульяновск: УлГПУ, 2009. – 44 с.
3. Глухова Н.В. Методы оптимизации использования трудовых ресурсов. Учебное пособие. – Ульяновск, ФГБОУ ВО, 2017. – 50 с.
4. Глухова Н.В. Теория принятия решений: учебное пособие. / Глухова Н.В. – Ульяновск: ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», 2017. – 48 с.

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 Самостоятельная работа ОС-2. Интерактивное задание. ОС-3. Контрольная работа ОС-4. Тест	ОР-1. Знает разновидности рисков и ограничений в проектной деятельности; техники цифрового моделирования ОР-2. Умеет проектировать процесс решения каждой задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений ОР-3. Умеет критично оценивать личностные ресурсы (включая временные) при проектировании и реализации траектории своего развития ОР-4. Умеет осуществлять личное экономическое и финансовое планирование для достижения текущих и долгосрочных финансовых целей
	ОС-5. Экзамен	

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости

обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-5 Экзамен в форме устного собеседования по вопросам
Перечень вопросов к экзамену

1. Построение математических моделей. Определение целевой функции.
2. Прикладные задачи сводимые к задачам линейного программирования.
3. Целевая функция и система ограничений. Примеры составления. Приведение системы ограничений к виду равенств и неравенств.
4. Двойственные задачи и их применение к задачам на составление пищевых рационов и оптимальных смесей.
5. Задача оптимизации использования ресурсов.
6. .Симплекс-метод решения задач линейного программирования
7. Решение задач линейного программирования с помощью стандартных пакетов программ
8. . Задача о рациональном использовании экологических ресурсов.
9. Задача о смеси.
10. Задачи о диетах.
11. Модели, описываемые одним дифференциальными уравнениями. Численность бактерий.
12. Модели роста популяций. Экспоненциальный и логистический рост. Модель с наименьшей критической численностью.
13. Моделирование изменения концентраций веществ.
14. Модели, описываемые системами дифференциальных уравнений.
15. Модели взаимодействия популяций. Вольтеровские модели: модели конкуренции и хищник-жертва.
16. Транспортная задача и методы её решения.
17. Графический метод решения задач оптимизации в управлении предприятием.
18. Экономические и управленческие задачи, требующие целочисленности решений.
19. Полностью и частично целочисленные задачи.
20. Метод Гомори (отсекающих плоскостей).
21. Метод ветвей и границ.
22. Цели и задачи динамического программирования.
23. Основные этапы решения методом динамического программирования. Идея обратной прогонки.
24. Принцип оптимальности Беллмана в динамическом программировании.
25. Применение динамического программирования к задаче о нахождении кратчайшего пути.
26. Применение динамического программирования к задаче об оптимальном инвестировании.
27. Марковские процессы. Схема гибели и размножения и примеры её применения в экономической сфере.
28. Классификация систем массового обслуживания. Понятие о простейших потоках.
29. Системы массового обслуживания с отказами. Определение вероятностей состояний для такой системы в установившемся режиме
30. Системы массового обслуживания с отказами. Абсолютная и относительная пропускная способности.
31. Системы массового обслуживания с отказами. Среднее число занятых каналов,

вероятность отказа и простоя в данной системе.

32. Системы массового обслуживания с ограниченной очередью. Ситуации, в которых необходимо искусственное ограничение очереди.
33. Системы массового обслуживания с ограниченной очередью. Расчет вероятностей состояний системы в установившемся режиме.
34. Системы массового обслуживания с ограниченной очередью. Расчет средней длины очереди.
35. Системы массового обслуживания с неограниченной очередью. Критерий, позволяющий выявить неограниченный рост очереди.
36. Системы массового обслуживания с неограниченной очередью. Расчёт вероятностей состояний для системы в установившемся режиме.
37. Системы массового обслуживания с неограниченной очередью, среднее время, проводимое клиентом в очереди. Формула Литтла.
38. Системы массового обслуживания с неограниченной очередью. Определение средней длины очереди
39. Замкнутые системы массового обслуживания.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Зачет
7 семестр	Разбалловка по видам работ	9 х 1=9 баллов	15 х 1=15 баллов	212 баллов	64 балла
	Суммарный макс. балл	9 баллов max	24 балла max	236 баллов Max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Оценка	**Баллы (3 ЗЕ)**
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 и менее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на

самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

1. Составить математические модели следующих задач линейного программирования.

1.1. Фирма выпускает два вида продукта в день. Производственный процесс составляет 430 минут в день (5 десятиминутных перерывов при восьми часовом рабочем дне). Для изготовления единицы продукта первого вида требуется одна минута, а единицы второго – две минуты. Продукции первого вида требуется не более 300 единиц в день, а второго – не более 230 единиц в день. Реализация единицы продукции первого вида приносит 2 доллара чистой прибыли, а второго – 3 доллара. Каков оптимальный производства, максимизирующий прибыль, чему равна максимальная прибыль?

1.2. В первой передаче имеется 18 минут рекламного времени, а во второй – 12 минут. Фирма имеет рекламные ролики трёх видов, и на основании анализа рынка считает, что 13 минут времени должно быть отведено для демонстрации роликов, рассчитанных на домохозяек, 7 минут – для демонстрации роликов, рассчитанных на молодёжь, и 10 минут – для демонстрации роликов, рассчитанных на бизнесменов. Известны рейтинги передач: первую передачу смотрят среди всех домохозяек 60 %, среди молодёжи – 50 %, среди бизнесменов – 30 %; для второй передачи соответствующие рейтинги составляют 40, 70 и 20 %. Распределите время показа рекламных роликов между передачами с целью максимизации времени просмотра целевой аудиторией.

1.3. Фирма может выполнять работы двух типов. Для выполнения одного заказа первого типа требуется один инженер, 16 рабочих и 9 технологов, а для выполнения одного заказа второго типа – 2 инженера, 6 рабочих и 7 технологов. Выполнение одного заказа первого типа приносит чистую прибыль в 5 тыс. руб., а второго – в 7 тыс. руб. Фирма дала объявление о найме на работу и получила 15 заявлений от инженера, 96 – от рабочих, 69 – от технологов. Какое количество заказов первого и второго типа требуется взять фирме для максимизации прибыли? Какое количество сотрудников следует нанять? Чему равна максимально возможная прибыль?

1.4. (Д/з) На заводе есть два корпуса и три пункта аварийной эвакуации. Время на переход из первого корпуса к первому пункту эвакуации составляет 3 минуты, ко второму – 4 минуты, к третьему 2,5 минуты. Для второго корпуса соответствующие временные затраты составляют 4,5 минуты, 6,5 минут и 3,5 минуты. В первом корпусе работают 600 человек, во втором – 900. Первый пункт может принять 600 человек, второй – 500 человек, третий – 400 человек. Составить оптимальный план эвакуации, минимизирующий суммарное время, необходимое, чтобы все сотрудники добрались до пунктов эвакуации

1.5 (Д/з) Фирма выпускает два вида изделий. Для изготовления одного изделия первого вида требуется 2 кг металла, а второго вида – 4 кг металла. Изделие первого вида может быть продано по цене 30 тыс. рублей за единицу, а второго – по цене 20 тысяч рублей за единицу, причём первого изделия можно реализовать не более 40 единиц, а второго не более 20. Всего имеется 100 кг металла. Каков оптимальный план производства, максимизирующий доход от продажи данных изделий, чему равна максимальная прибыль доход?

ЗАНЯТИЕ № 2. Переход в системах ограничений от равенств к неравенствам и обратно

№ 1. Приведите систему ограничений ЗЛП ($x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$) к системе ограничений в виде равенств:

а) $-2x_1 + x_2 \leq 1$;
$-x_1 + x_2 \leq 2$
$3x_1 + x_2 \leq 8$
$-2x_1 + 3x_2 \geq -9$
$4x_1 + 3x_2 \geq 0$.

б) $2x_1 - x_2 + x_3 = 2$
$-x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5$
$x_1 + x_2 - x_3 \leq 4$
$-x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 1$;

в) (д/з) $0 \leq 2x_1 + x_2 \leq 1$
$-x_1 + 3x_2 \leq 2$
$-x_1 + x_2 \geq -4$;

г) (д/з) $x_1 \leq 1$
$x_2 \leq 2$
$x_1 + x_2 \leq 3$
$-1 \leq x_1 - x_2 \leq 0$.

№ 2. Приведите систему ограничений ЗЛП ($x_i \geq 0$) к системе ограничений в виде равенств:

а) $\begin{cases} x_1 + x_4 - 2x_5 - x_6 = 1 \\ x_2 - x_4 + x_5 + 2x_6 = 2 \\ x_3 + 3x_4 + x_5 - 3x_6 = 3 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 8 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -3 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 1 \\ -x_1 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$

в) $\begin{cases} x_1 - 7x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 5x_1 - 8x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$

г) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 5x_4 = 0 \\ 4x_1 + 6x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 - 14x_4 = 0 \\ 10x_1 + 15x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 0 \end{cases}$

ЗАНЯТИЕ № 3. Решение задач линейного программирования графическим методом

1. Найти максимальное и минимальное значение целевой функции F при заданной системе ограничений графоаналитическим методом. Указать значения x_1, x_2, … ($x_i \geq 0$) при которых достигаются максимальное и минимальное значение.

а) $F = x_1 + 3x_2$

Система ограничений:

$x_1 + 4x_2 \geq 4$

$x_1 + x_2 \leq 6$

$x_2 \leq 2$.

б) $F = x_2 - x_1$

Система ограничений:

$2x_1 - x_2 + x_3 = 4$

$x_1 - 2x_2 - x_4 = 2$

$x_1 + x_2 + x_5 = 5$.

в) (д/з) $F = 4x_1 + x_3$

Система ограничений:

$x_1 + x_2 + x_3 = 4$

$3x_1 - x_2 - x_4 = 0$

$2x_2 - x_1 \geq 0$.

г) (д/з) $F = 2x_1 + 3x_2$

Система ограничений:

$x_2 - 2x_1 + 3 \geq 0$

$x_1 + x_2 \geq 2$

$2x_2 - x_1 \geq 0$.

д) $F = x_1 + 2x_2$

Система ограничений:

$x_1 - x_2 \leq 1$

$x_1 - 2x_2 \leq 1$

е) $F = x_1 - x_2$

Система ограничений:

$1 \leq x_1 + x_2 \leq 2$

$2 \leq x_1 - 2x_2 \leq 3$

$1 \leq 2x_1 - x_2 \leq 2$.

ЗАНЯТИЕ № 4. Решение практических задач графическим методом

Решить задачи 1.1. – 1.5 графоаналитическим методом. Проанализировать задачи на степень чувствительности к изменениям ограничений.

***ЗАНЯТИЕ № 5.* Симплексный метод решения ЗЛП**

1. Найти минимум целевой функции F при заданной системе ограничений симплекс-методом. Указать значения переменных x_1, x_2, … ($x_i \geq 0$) при которых достигается минимальное значение.

а) $F = x_1 - x_3$

Система ограничений:

$x_1 - 2x_2 + x_3 = 1$

$x_1 + 3x_2 + x_4 = 2$.

б) $F = x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 - x_6$

Система ограничений:

$x_1 + x_4 + 6x_6 = 9$
$3x_1 + x_2 – 4x_3 + 2x_6 = 2$
$x_1 + 2x_3 + x_5 + 2x_6 = 6$
в) (д/з) $F = 5x_1 – 10x_2$
Система ограничений:
$–2x_1 + x_2 \le 1$
$–x_1 + x_2 \le 2$
$3x_1 + x_2 \le 8$
$–2x_1 + 3x_2 \ge –9$.
г) (д/з) $F = x_1 – x_2 – 4x_3 + 5$
Система ограничений:
$x_1 + x_2 + 2x_3 \le 10$
$x_1 – x_2 + x_3 \le 6$
$2x_1 + x_2 – x_3 \le 8$.
д) $F = 3 + 4x_1 + 5x_2 – x_3$
$x_1 – 3x_2 + 2x_3 \le 4$
$3x_2 – 2x_1 + x_3 \le 5$
$2x_1 – 3x_2 \le 3$
е) $F = x_1 – 2x_2 + x_3 + 2$
Система ограничений:
$x_1 – x_2 + x_3 = 10$
$2x_1 – x_3 + x_4 \le 5$.
2. Найти максимум целевой функции F при заданной системе ограничений симплекс-методом. Указать значения переменных x_1, x_2, … ($x_i \ge 0$) при которых достигается максимальное значение.
а) $F = x_1 + x_2$
Система ограничений:
$x_1 – x_2 \le 1$;
$x_2 – x_3 \le 1$
$x_1 + x_3 \le 2$.
б) $F = 2x_1 – x_3 + x_4$
Система ограничений:
$x_1 – x_2 + 2x_3 + 3x_4 \le 10$
$x_1 – x_3 + 2x_4 \le 8$.

ЗАНЯТИЕ № 6. **Симплексный метод решения ЗЛП**

Руководство завода завозит новую аппаратуру в два филиала A_1 и A_2. В первый филиал требуется 6 агрегатов, во второй – 9. Вес каждого агрегата 3 тонны. Для перевозки фирма может воспользоваться 3-тонными грузовикам трёх небольших транспортных фирм B_1, B_2 и B_3, первые две из которых располагают 6 грузовиками, а третья – 4 грузовиками. Доставку требуется осуществить в кратчайшие сроки (то есть использовать грузовики одной и той же фирмы дважды не разрешается). Стоимости перегона каждого грузовика в каждый из филиалов (в тысячах рублей) фирмы определяют следующим образом:

	B_1	B_2	B_3
A_1	3	4	2,5
A_2	4,5	6,5	3,5

Составьте для руководства завода оптимальный план перевозок и заказов транспортным фирмам. Определите наименьшую возможную суммарную стоимость перевозок.
4. Для обеспечения автономного отопления 4 гостиниц используются 3 пункта, поставляющих топливо. Потребности гостиниц в топливе, возможности пунктов поставки топлива (в тоннах) и стоимости (с учётом доставки) одной тонны топлива в каждую

гостиницу из соответствующих пунктов поставки (в тысячах рублей) приведены в таблице:

	Гостиница 1	Гостиница 2	Гостиница 3	Гостиница 4	Возможности пунктов поставки топлива
Пункт 1	0,3	0,4	0,5	0,3	900
Пункт 2	0,5	0,4	0.7	0,8	300
Пункт 3	0,4	0,3	0,5	0,4	600
Потребности гостиниц в топливе	350	450	400	500	

Сформулируйте задачу линейного программирования, которую необходимо решить для выбора оптимального плана снабжения отделений топливом.

5. Завод выпускает две модели автомобилей: одну – более дорогую, а вторую – более дешёвую. На заводе работает 1000 неквалифицированных рабочих и 900 квалифицированных, каждому из которых оплачивается 40 рабочих часов в неделю. Изготовление одной дорогой модели требует 30 часов неквалифицированного и 50 часов квалифицированного труда. Изготовление одной более дешёвой модели требует 40 часов неквалифицированного и 20 часов квалифицированного труда. Затраты на сырьё и комплектующие составляют 500 долларов на одну дешёвую модель и 1500 долларов на одну более дорогую. Суммарные затраты завода на сырьё и комплектующие не должны превышать 900 тыс. долларов в неделю. Рабочие, осуществляющие доставку автомобилей могут забирать не более 210 автомобилей в день и работают 5 дней в неделю. Одна модель (более дорогая) приносит заводу 1000 долларов чистой прибыли, а вторая – 500 долларов. Какой объём недельного выпуска моделей каждого типа можно порекомендовать заводу?

6. В некотором машинном центре производятся два типа изделий, причём на производство изделия первого типа затрачивается 10 минут рабочего времени, а на единицу второго – 12 минут. Суммарное рабочее время машинного центра составляет 2500 минут в день (работы могут осуществляться параллельно на нескольких отдельных машинах). Возможно превышение этого рабочего времени, но в этом случае за каждую дополнительную минуту придётся доплачивать 50 центов. В один рабочий день допустимо производить от 150 до 200 единиц изделий первого типа, но не более 45 единиц второго типа. Доход от продажи единицы первого типа составляет 6 долларов, а второго типа – 7.5 долларов. Составьте оптимальный дневной план выпуска изделий. Что произойдёт, если стоимость за дополнительную минуту возрастёт до 1.5 долларов?

.

ЗАНЯТИЕ № 7. Двойственные задачи линейного программирования

1.Составьте двойственную задачу для задачи:

а) $\Phi = -y_1 - 2y_2 - 3y_3 \to \max$
$y_1 \ge 0,\ y_2 \ge 0,\ y_3 \ge 0,$
$$\begin{cases} -y_1 + 2y_2 - 3y_3 \le 1 \\ 2y_1 - y_2 - y_3 \le -1 \end{cases}$$

а) $\Phi = 3y_1 + 2y_2 \to \min$
$y_1 \ge 0,\ y_2 \ge 0,$
$$\begin{cases} 7y_1 + 2y_2 \ge 14 \\ 4y_1 + 5y_2 \ge 20 \end{cases}$$

в) $\Phi = 5y_1 + 4y_2 \to \max$
$y_1 \ge 0,\ y_2 \ge 0,$
$$\begin{cases} 4y_1 + 3y_2 \le 24 \\ 3y_1 + 4y_2 \le 24 \end{cases}$$

Решите задачи с применением двойственного симплекс-метода.

2.Фирма имеет два филиала в Москве (работает 10000 человек) и Санкт-Петербурге (5000 человек). Фирма получает заказы на выполнение трёх проектов (П1, П2, П3) в различных городах. На проект П1 требуется 4000 человек, на П2 – 8000 человек, на П3 – 3000 человек. Стоимость проезда одного человека до каждого из городов, в которых

необходимо выполнять проекты, от Москвы и Санкт-Петербурга (в тыс. руб.) приведена в таблице:

Пункт отправления /назначения	П1	П2	П3
Москва	3	3	2
Санкт-Петербург	6	5	1

Составьте оптимальный план назначения сотрудников, минимизирующий стоимость проезда.

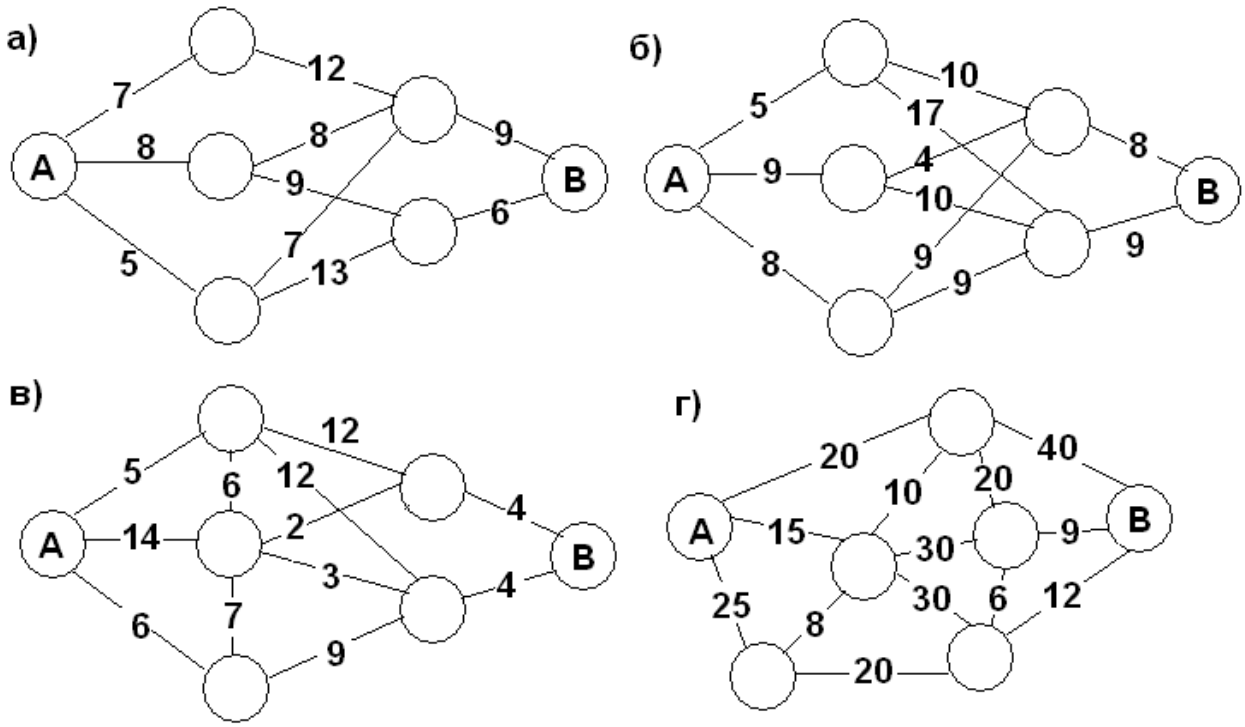
3.На заводе работают 70 сотрудников 1 квалификации и 130 – второй. Имеется 4 вида работ, которую могут выполнять все сотрудники, однако производительность их труда различна. Чистая прибыль, которую может получить завод от использования сотрудника данной квалификации при выполнении каждого вида работ (в тысячах рублей), а также общее количество сотрудников, необходимых для выполнения работ каждого вида, приведены в таблице:

Работы	Р1	Р2	Р3	Р4
1 квалификация	3	7	5	2
2 квалификация	5	3	4	7
Требуется (человек)	40	60	30	70

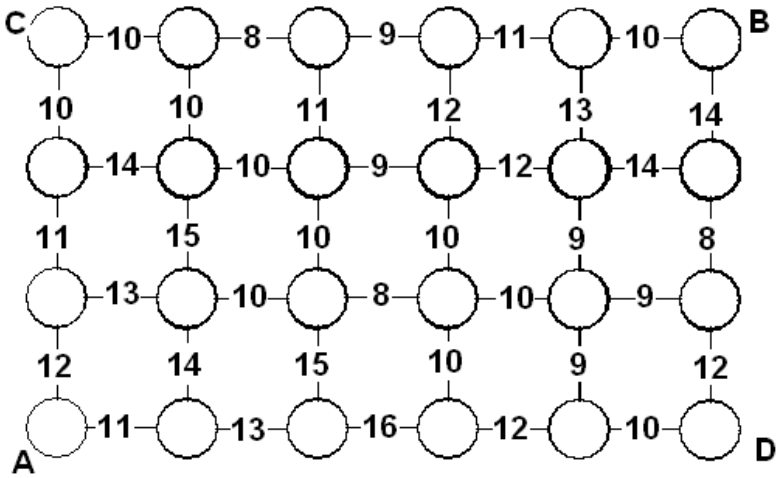
Составьте оптимальный план назначений, максимизирующий прибыль.

ЗАНЯТИЕ № 8. Общая характеристика методов динамического программирования

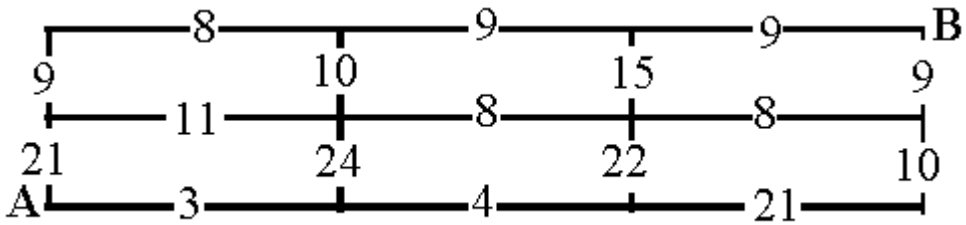
1. Дана транспортная схема (расстояния между соседними узлами указаны числами в км).



д)



е)



Найдите длину кратчайшего маршрута от пункта А до пункта В.

2. Пусть на схеме указано количество достопримечательностей на данном маршруте. Составьте экскурсионный маршрут от А до В максимизирующий количество достопримечательностей, встречающихся по дороге.

ЗАНЯТИЕ № 9 Задача о найме сезонных рабочих

1. Потребности фирмы в сезонных рабочих представлены в таблице:

Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь
7	10	8	12	6	10

Реклама о найме обходится в 15 тыс.рублей в месяц, зарплата рабочему – 10 тыс. рублей в месяц. При увольнении выплачивается компенсация 5 тыс. рублей. Составить оптимальный план найма.

2. Некоторая туристическая фирма оценивает потребности в гидах следующим образом: на май месяц – 5 человек, на июнь – 6 человек, на июль – 8 человек, на август – 4 человека, на сентябрь 6 человек. Содержание избытка рабочей силы обходится фирме в 300 $ в месяц за каждого лишнего человека, а наём рабочих на протяжении месяца обходится в 400 $ в месяц (за объявление о найме) плюс 200 $ в месяц за человека (на обучение). Составьте оптимальный план найма рабочих, позволяющий минимизировать расходы по найму.

3. (д/з) Подрядчик оценивает минимальные потребности в рабочей силе на каждую из 5 следующих недель: а) 5, 7, 8, 4 и 6 рабочих соответственно. Содержание избытка рабочей силы обходится в 300 долларов в неделю, а наём рабочих на протяжении недели обходится в 400 $ (за объявление о найме) плюс 200 $ за каждого рабочего в неделю. Составьте оптимальный план найма рабочих, позволяющий минимизировать расходы по найму.

б) решить ту же задачу, если потребности в рабочей силе составят 6, 5, 3, 6 и 8.

ЗАНЯТИЕ №10. Задача об оптимальном распределении сотрудников по проектам

В таблице указан доход, который приносят предприятия при инвестировании в них сумм, указанных в левом столбце. Составьте оптимальный план распределения капиталовложений между тремя предприятиями, при котором будет достигнут максимальный доход.

а) Имеется капитал 10 тыс. долларов

Объём капиталовложений (тыс. долларов)	Доход (тыс. руб.)				
	Предприятие 1	Предприятие 2	Предприятие 3	Предприятие 4	Предприятие 5
1	1,5	2,1	1,6	1,3	1,4
2	3,1	3,5	3,1	3,6	3,2
3	6,4	6,2	6,3	6,4	6,3
4	8,0	7,8	7,4	7,4	8,0
5	9,5	9,5	9,6	9,2	9,5
6	11,8	12,9	11,7	11,5	13
7	11,8	12,9	11,7	11,5	13,5
8	11,8	12,9	11,7	11,5	13,5

б) Имеется капитал в 400 тысяч рублей.

Объём капиталовложений (тыс. руб.)	Доход (тыс. руб.)		
	Предприятие 1	Предприятие 2	Предприятие 3
100	71	75	81
200	157	168	162
300	246	243	243
400	324	322	321

Ответ. вложить 200 тыс. во второе и 200 тыс. в третье. Прибыль 330 тыс.

7. Пусть в фирме работает n сотрудников равной квалификации. каждому из которых (либо несколькими одновременно) можно поручить выполнение некоторых видов работ (заказов). Доходность от выполнения заказа меняется, в зависимости от того, сколько сотрудников одновременно задействовано в его выполнении. Эти изменения не линейны и заданы с помощью таблиц (то, что начиная с некоторого количества доходность перестаёт возрастать означает, что выполнение данного заказа не требует столь большого количества сотрудников). Составьте оптимальный план распределения сотрудников, при котором обеспечен максимальный доход:

а) Общее количество сотрудников равно n = 10

Количество сотрудников	Доход (тыс. руб.)				
	Заказ 1	Заказ 2	Заказ 3	Заказ 4	Заказ 5
1	0,5	0,1	0,6	0,3	1,0
2	1,0	0,5	1,1	0,6	1,2
3	1,4	1,2	1,2	1,3	1,3
4	2,0	1,8	1,4	1,4	1,3
5	2,5	2,5	1,6	1,5	1,3
6	2,8	2,9	1,7	1,5	1,3
7	3,0	3,5	1,8	1,5	1,3
8	3,0	3,5	1,8	1,5	1,3
9	3,0	3,5	1,8	1,5	1,3
10	3,0	3,5	1,8	1,5	1,3

б) Общее количество сотрудников равно n = 40

Количество сотрудников	Доход (тыс. руб.)		
	Заказ 1	Заказ 2	Заказ 3
10	35	20	22
20	69	75	71
30	132	120	145
40	167	158	150

ЗАНЯТИЕ № 11. Матричные игры

1. Среди перечисленных матричных игр укажите те, которые имеет точку равновесия (седловую точку) и оптимальные стратегии:

а) $\begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 4 & 1 & -3 \\ -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -5 \\ -6 & 4 & 5 \end{pmatrix}$;

д) $\begin{pmatrix} 10 & 40 & 12 & 9 \\ 17 & 16 & 13 & 14 \\ 23 & 8 & 10 & 25 \end{pmatrix}$; е) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$; ж) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$; з) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Найдите решение матричной игры, заданной матрицей А, в смешанных стратегиях:

а) А= $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 6 & 5 \\ 2 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$; б) А = $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

3. В городе имеются две гостиницы. В настоящее время в первой гостинице останавливаются 30 % посетителей города, а во второй – 70 %. Цены за проживания равные. Для увеличения числа клиентов хозяева гостиниц могут предпринять одну из следующих стратегий: предложить новые эксклюзивные услуги, снизить цену за проживание, дать рекламу или не делать ничего. 20 % клиентов приезжают в город впервые и поэтому ориентируются на рекламу, а 80 % – постоянные клиенты. Большинство клиентов (90 %) предпочитают ничего не менять, если условия остаются прежними, а 10 % стремятся попробовать что-то новое и перейдут в другую гостиницу, если увидят рекламу. Если условия изменятся, то для 40 % клиентов важна более дешевая цена, для 30 % - эксклюзивные услуги (но если две гостиницы введут эти услуги одновременно, то услуга перестанет быть эксклюзивной и клиенты останутся на своем месте), 20 % не перейдут с привычного места в любом случае, а 10 % хотят попробовать что-то новое и в любом случае перейдут в другую гостиницу, если что-то в ней изменится. Гостиницы оценивают прибыль от получения 5 % клиентов дополнительно за период проведения акции в ту же сумму, что и стоимость рекламы (эту же сумму гостиницы могут потратить на снижения цен или на эксклюзивные услуги). Какие стратегии следует предпринять гостиницам?

ЗАНЯТИЕ № 12. Игры с природой

1. Обувная фабрика распространяет своё производство обуви через магазин. Реализация зависит от состояния погоды. В теплую погоду предприятие реализует 1000 ботинок и 2000 туфель, при прохладной погоде 1500 пар ботинок и 800 пар туфель. Затраты на производство одной пары ботинок равны 30, а туфель 15 рублям, соответственно цена реализации равна 50 рублям и 20 рублям. Определить оптимальную стратегию фабрики.

2.. Фермер, имеющий ограниченный участок земельных угодий, может его засадить тремя различными культурами A_1, A_2, A_3. Урожай этих культур зависит главным образом от погоды ("природы"), которая может находиться в трёх различных состояниях: B_1, B_2, B_3. Фермер имеет информацию о средней урожайности этих культур (количество центнеров культуры, получаемого в одного гектара земли) при трёх различных состояниях погоды, которая отражена в таблице:

Виды культур	Возможные состояния погоды	Цены

	Засуха B_1	Нормальная B_2	Дождливая B_3	
A_1	20	15	10	5
A_2	7	15	5	7
A_3	0	5	10	10

При помощи критериев Лапласа, Вальда, Сэвиджа и Гурвица при λ=0,8 определить какой культурой следует засеять участок.

3. Директор торговой фирмы, продающей телевизоры марки «Zarya» решил открыть представительство в областном центре. У него имеются альтернативы либо создавать собственный магазин в отдельном помещении, либо организовывать сотрудничество с местными торговыми центрами. Всего можно выделить 5 альтернатив решения: A_1, A_2, A_3, A_4, A_5. Успех торговой фирмы зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Эксперты выделяют 4 возможных варианта развития ситуации S_1, S_2, S_3, S_4. Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей А (млн. р./год).

$$A=\begin{pmatrix} 8 & 12 & 14 & 5 \\ 9 & 10 & 11 & 10 \\ 2 & 4 & 9 & 22 \\ 12 & 14 & 10 & 1 \\ 15 & 6 & 7 & 14 \end{pmatrix}$$

При помощи критериев Лапласа, Вальда, Сэвиджа и Гурвица при λ=0,2 определить какое решение стоит принять директору торговой фирмы

ЗАНЯТИЕ № 13. Анализ рентабельности предприятий. Модель Леонтьева

1.Компания добывает нефть и уголь. При добыче 1 тонны угля 7 % расходуется на внутренние нужды, также расходуется 0.14 тонн нефти. При производстве угля оборудования на одну тонну расходуется 0.12 тонн нефти и 0.1 тонна угля. Выяснить, является ли данное производство рентабельным. Определить, сколько всего необходимо добыть угля и нефти (валовой продукт), если поступил заказ на приобретение 144 тонн нефти и 123 тонн угля (конечный продукт).

2. При производстве электроэнергии на внутренние нужды расходуется 1/3 от всей производимой энергии, коэффициент амортизации оборудования 1/12. При производстве соответствующего оборудования расходуется ½ условной единицы энергии, коэффициент амортизации оборудования ¼. Определите, будет ли данное производство рентабельным. Какое количество энергии и оборудования необходимо произвести, чтобы обеспечить продажу 4000 усл. ед. энергии и 5000 единиц оборудования.

3. В таблице приведены данные об исполнении баланса за отчётный период

отрасль		потребление		Конечный продукт	Валовый выпуск
		энергетика	машиностроение		
Производство	энергетика	7	21	72	100
	машиностроение	12	15	123	150

Вычислить необходимый объём валового выпуска каждой отрасли, если конечное потребление в энергетической отрасли возрастёт в два раза, а в машиностроении сохранится на прежнем уровне.

ЗАНЯТИЕ № 14. Выступления с докладами

***ЗАНЯТИЕ № 15.* Контрольная работа**

7.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Соколов Г.А. Линейные целочисленные задачи оптимизации : учеб. пособие. — М. : ИНФРА-М, 2020. — 132 с. (http://znanium.com/bookread2.php?book=1106387)
2. Малугин В. А. Количественный анализ в экономике и менеджменте: Учебник / Малугин В.А., Фадеева Л.Н. - М.:НИЦ ИНФРА-М, НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 615 с. (http://znanium.com/bookread2.php?book=558504)
3. Мастяева И.Н., Горемыкина Г.И., Семенихина О.Н. Методы оптимальных решений. - М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2018. - 384 с. (http://znanium.com/bookread2.php?book=944821)
4. Вентцель (И. Грекова), Е.С. Введение в исследование операций : [16+] / Е.С. Вентцель (И. Грекова). – Москва : Издательство Советское радио, 1964. – 392 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=473745

Дополнительная литература

1. Рыков В.В. Основы теории массового обслуживания (Основной курс: марковские модели, методы марковизации) : учебное пособие / В.В. Рыков, Д.В. Козырев. — Москва : ИНФРА-М, 2021. — 223 с. (Режим доступа. - URL: https://znanium.com/catalog/product/129032)
2. Измаилов А. Ф., Солодков В. М. Численные методы оптимизации М: Физматлит, 2008. – 320 с. (http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=69317)
3. Колемаев В.А. Математические методы и модели исследования операций: учебник. - М: Юнити-Дана, 2015. – 592 с. (Электронный ресурс: «Университетская библиотека онлайн», режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=114719
4. Белько И.В. Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование: учебное пособие / И.В. Белько, И.М. Морозова, Е.А. Криштапович. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 299 с. : ил. — (Высшее образование: Бакалавриат). - URL: https://znanium.com/catalog/product/1862599
5. Горбовцов Г.Я. Исследование операций в экономике: учебное пособие М.: Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2006. – 117 с. (Электронный ресурс: «Университетская библиотека онлайн» http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=90615

Интернет-ресурсы

- ЭБС ZNANIUM.COM http://znanium.com
- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» http://biblioclub.ru
- Электронная библиотека http://lib.mexmat.ru/books/75829 (свободный доступ)
- Электронная библиотека http://www.razym.ru (свободный доступ)

Лист согласования рабочей программы
учебной дисциплины

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование
Профиль: Математика. Иностранный язык
Рабочая программа Прикладное математическое моделирование
Составитель: Н.В. Глухова – Ульяновск: УлГПУ, 2023.

Программа составлена с учетом федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль подготовки «Математика. Иностранный язык» утверждённого Министерством образования и науки Российской Федерации, и в соответствии с учебным планом.

Составители _____ Н.В. Глухова (подпись)

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) одобрена на заседании кафедры высшей математики "23" мая 2023г., протокол № 10
Заведующий кафедрой
_____ И.В. Столярова _____
личная подпись *расшифровка подписи* *дата*

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) согласована с библиотекой
Сотрудник библиотеки
_____ Ю.Б. Марсакова 18.05.23
личная подпись *расшифровка подписи* *дата*

Программа рассмотрена и одобрена на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования "26" мая 2023г., протокол № 5
Председатель ученого совета факультета физико-математического и технологического образования
_____ Е.М. Громова _____
личная подпись *расшифровка подписи* *дата*