

Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической
работе С.Н. Титов

КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ

Программа учебной дисциплины части, формируемой участниками
образовательных отношений,
модуля «Специальные разделы предметной области»

основной профессиональной образовательной программы высшего
образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Экономика
(очная форма обучения)

Составитель:
Сибирева А.Р., к.ф.-м.н, доцент

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от 26 мая 2023 г. № 5.

Ульяновск, 2023

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Комплексный анализ» относится к дисциплинам Блока 1 Дисциплины (Модули), Б1.В. Часть, формируемая участниками образовательных отношений, Б1.В.02 Модуль специальных разделов предметной области учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Экономика», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках математического анализа, использует материал дисциплины «Алгебра» (раздел – комплексные числа).

Результаты изучения дисциплины являются основой для прохождения практик: Научно-исследовательская работа.

Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Цель дисциплины «Комплексный анализ» является освоение бакалавром системы базовых понятий, структур, методов математического анализа в широком смысле в его современной форме, формирование умения работать с математическими объектами высокого уровня абстракции, развитие математического мышления, формирование навыков решения задач.

Задачи дисциплины связаны с формированием общекультурных и профессиональных компетенций и включают формирование логической и алгоритмической культуры, системных знаний по базовым разделам современной математики, представлений о структуре математического знания в целом.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Комплексный анализ» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.	ОР-1. Знает методы критического анализа и синтеза информации	ОР-2 Умеет применять системный подход для решения поставленных задач	ОР-3 Владеет навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические	ОР-4. Знает роль и место математики в общей картине научного знания; ОР-5. Знает структуру, состав и	ОР-6 умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах	ОР-7 владеет действием проектирования различных форм учебных занятий, ОР-8 владеет

<p>умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач. ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.</p>	<p>дидактические единицы содержания школьного курса математики.</p>	<p>обучения в соответствии с современными требованиями к образованию.</p>	<p>навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике.</p>
<p>ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов. ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).</p>	<p>ОР-9. Знает характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике; ОР-10. Знает особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов учебной деятельности.</p>	<p>ОР-11 Умеет оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов; ОР-12 Умеет организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной деятельности.</p>	<p>ОР-13. Владеет навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.</p>

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с

преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия								Форма итоговой аттестации
	Всего		Лекции, час	Лабораторные занятия, час	В т.ч. практическая	Практические занятия, час	В т.ч. практическая	Самостоятельная работа, час	
	Трудоемкость								
	Зачет. ед.	Часы							
9	3	108	18	-	-	30	-	33	экзамен 27
Итого	3	108	18	-	-	30	-	33	27

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
9 семестр				
Раздел 1. Введение в комплексный анализ	2	-	2	6
Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций комплексной переменной	4	-	8	9
Раздел 3. Степенные ряды и комплексной области. Ряды Лорана. Элементарные функции	6	-	10	9
Раздел 4. Интегральное исчисление функций комплексной переменной. Особые точки. Вычеты	6	-	10	9
ИТОГО:	18	-	30	33

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса (9 семестр)

Введение в комплексный анализ. Поле \mathbb{C} комплексных чисел. Множество комплексных чисел как банахово пространство. Окрестности. Расширенная комплексная плоскость. Сфера Римана. Стереографическая проекция. Сходимость последовательностей. Ряды комплексных чисел. Комплекснозначные функции действительной переменной и кривые на комплексной плоскости; дифференцирование и интегрирование комплекснозначных функций действительной переменной. Функция

комплексной переменной; её действительная и мнимая части, геометрическое истолкование; предел, непрерывность.

Дифференциальное исчисление функций комплексной переменной. Дифференцируемые функции комплексной переменной. Производная. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения. Условия Коши-Римана. Понятие аналитической функции комплексной переменной (в точке, в области; определение в терминах дифференцируемости). Гармонические функции и их связь с аналитическими.

Степенные ряды. Элементарные функции и задаваемые ими конформные отображения. Последовательности и ряды функций комплексной переменной. Степенные ряды: круг и радиус сходимости. Дифференцирование степенных рядов. Определение аналитической функции как суммы степенного ряда. Равносильность двух определений аналитической функции. Неравенство Коши для коэффициентов степенного ряда. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.

Понятие об аналитическом продолжении (с действительной оси в комплексную плоскость). Экспонента, тригонометрические и гиперболические функции в комплексной области, связь между ними. Дробно-линейная функция. Многочленные функции. Понятие римановой поверхности. Логарифмическая функция в комплексной области. Степень с произвольным комплексным показателем. Обратные тригонометрические и обратные гиперболические функции.

Интегральное исчисление функций комплексной переменной. Интеграл от функции комплексной переменной по кусочно-гладкой кривой. Теорема Коши. Первообразная и интеграл. Интегральная формула Коши.

Ряды Лорана. Ряды Тейлора и ряды Лорана и их области сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек. Разложение в ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки. Вычет аналитической функции. Вычисление вычетов.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательную, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического

материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовки к устным докладам;
- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение групповых интерактивных заданий.

ОС-1. Индивидуальная контрольная работа

ОС-2. Примерный перечень тем рефератов

ОС-3. Итоговый тест

ОС-4. Экзамен.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Волкова Н.А., Столярова И.В., Фолиадова Е.В. История математики: учебно-методические рекомендации. –Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова. 2017 – 39 с.
2. Сибирева А.Р., Савинов Н.В. Качественные задачи и контрпримеры на тему «Пределы». Методические указания. – Ульяновск: УлГТУ, 2001. – 32 с.–2017 [Электронный].

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль

усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ, используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1. Контрольная работа. ОС-2. Рефераты и сообщения ОС-3. Итоговый тест	ОР-1. Знает методы критического анализа и синтеза информации ОР-2 Умеет применять системный подход для решения поставленных задач
	Оценочные средства для промежуточной аттестации зачет (экзамен) ОС-4. Экзамен в форме устного собеседования	ОР-3 Владеет навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности ОР-4. Знает роль и место математики в общей картине научного знания; ОР-5. Знает структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики. ОР-6 умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию ОР-7 владеет действием проектирования различных форм учебных занятий, ОР-8 владеет навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике. ОР-9. Знает характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике; ОР-10. Знает особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов учебной деятельности ОР-11 Умеет оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов; ОР-12 Умеет организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной деятельности. ОР-13. Владеет навыками

		организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.
--	--	---

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине
ОС-4.Экзамен.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Множество комплексных чисел. Расширенная комплексная плоскость. Сфера Римана и стереографическая проекция.
2. Функции комплексного аргумента: действительная и мнимая часть, предел, непрерывность, примеры.
3. Производная функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана дифференцируемости функции комплексной переменной. Определение аналитической функции.
4. Определение аналитической функции. Гармонические функции. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части.
5. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексной переменной. Конформные отображения.
6. Интеграл комплекснозначной функции комплексной переменной вдоль кривой: определение, сведение к криволинейному интегралу второго рода.
7. Интегральная теорема Коши для односвязной области, ее следствия.
8. Независимость интеграла аналитической функции от пути интегрирования. Первообразная. Формула Ньютона-Лейбница.
9. Интегральная теорема Коши для многосвязной области.
10. Интегральная формула Коши.
11. Экспонента в комплексной области и ее свойства.
12. Синус и косинус комплексного аргумента, их свойства. Формулы Эйлера.
13. Гиперболические функции в комплексной области. Связь между синусом и косинусом и гиперболическими функциями в комплексной плоскости.
14. Логарифмическая функция в комплексной области.
15. Определение степени с комплексным показателем. Степенная функция в комплексной области. Радикал, главная ветвь радикала. Показательная функция – как многозначная функция в комплексной плоскости.

16. Обратные тригонометрические функции в комплексной области.
17. Степенные ряды в комплексной области: область сходимости, радиус сходимости. Ряд Тейлора аналитической функции. Разложение аналитической функции в степенной ряд. Второе определение аналитической функции. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.
18. Ряды Лорана: область сходимости. Разложение функции, аналитической в кольце, в ряд Лорана.
19. Изолированные особые точки аналитической функции. Лорановское разложение функции в окрестности изолированной особой точки. Классификация изолированных особых точек. Бесконечность как особая точка аналитической функции.
20. Вычеты аналитической функции. Теорема о вычетах. Теорема о полной сумме вычетов.
21. Вычисление вычетов аналитической функции в простых и кратных полюсах.
22. Применение вычетов к вычислению интегралов.

Примерные практические задания к экзамену

1. Вычислите $(-1)^i$ и представьте ответ в показательной форме.
2. Вычислите интеграл $\oint_{|z+i|=1} \frac{\sin z}{(z+i)^3} dz$.
3. Найдите все изолированные особые точки функции $f(z) = \frac{\sin z}{z}$ и установите их тип.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
9 семестр	Разбалловка по видам работ	9 x 1=9 баллов	15 x 1=15 баллов	212 баллов	64 балла
	Суммарный макс. балл	9 баллов max	24 балла max	236 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Оценка	Баллы (3 ЗЕ)
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	менее 150

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удастся осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических заданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

5 СЕМЕСТР

Занятие 1. План. Алгебраическая, показательная и тригонометрическая записи комплексного числа. Формула Эйлера. Действия с комплексными числами. Формула Муавра. Корень n -ой степени.

Занятие 2. Функции одной комплексной переменной. Действительная и мнимая части функции.

Геометрическое место точек на комплексной плоскости. Кривые на комплексной плоскости.

Занятие 3. Образ точки и линии при комплексном отображении. Простейшие элементарные функции комплексной переменной, их свойства. Линейная и дробно-линейная функции, функция Жуковского.

Занятие 4. План. Показательная, тригонометрические и гиперболические функции, их связь. Свойства функций.

Занятие 5. План. Многозначные функции. Логарифмическая, степенная, показательная функции как многозначные функции. Обратные тригонометрические функции.

Занятие 6. План Производная функции комплексной переменной. Аналитические функции. Условия Коши-Римана. Гармонические функции.

Занятие 7. Дифференцирование функций. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения односвязных областей.

Занятие 8. План. Интеграл от функции комплексной переменной. Решение задач.

Занятие 9. План. Теорема Коши. Первообразная функции комплексной переменной. Интеграл Коши и интегральная формула Коши.

Занятие 10. План. Степенные ряды. Аналитические функции и их разложения в степенные ряды. Область сходимости. Ряд Лорана. Область сходимости.

Занятие 11. Разложение функций в ряд Лорана.

Занятие 12. План. Изолированные особые точки аналитических функций и их классификация. Изучение аналитических функций в окрестности бесконечно удаленной точки.

Занятие 13. План. Вычеты. Основная теорема о вычетах. Применение вычетов к вычислению интегралов.

Занятие 14. Применение теории вычетов к вычислению определенных и несобственных интегралов.

Занятие 15. Элементы операционного исчисления.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Свешников, А. Г., Тихонов, А. Н. Теория функций комплексной переменной : Учебник для вузов. – 6-е изд., стер. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 336 с. – ISBN 978-59221-0134-9
URL: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=544573>

2. Шабунин, М. И. Теория функций комплексного переменного : учебник. - 5-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2020. - 303 с. - ISBN 978-5-00101-916-9.

URL: <https://znanium.com/catalog/product/1201326>

Дополнительная литература

3. Геворкян Э. А., Фокст А. С. Теория функций комплексной переменной : Учебное пособие / Московский государственный университет экономики, статистики и информатики. – М., 2004. -167 с.

URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=90747

4. Малышева, Н. Б. Функции комплексного переменного : Учеб. для вузов./ Н. Б. Малышева, Э. Р. Розендорн ; Под ред. Э. Р. Розендорна. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. -168с.

URL: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=544726>

Лист согласования рабочей программы
учебной дисциплины (практики)

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование

Профиль: Математика. Экономика

Рабочая программа Комплексный анализ

Составитель: А.Р. Сибирева – Ульяновск: УлГПУ, 2023.

Программа составлена с учетом федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль подготовки «Математика. Экономика» утверждённого Министерством образования и науки Российской Федерации, и в соответствии с учебным планом.

Составители Сибирева А.Р. Сибирева (подпись)

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) одобрена на заседании кафедры высшей математики «23» мая 2023г., протокол № 10
Заведующий кафедрой

И.В. Столярова 23.05.23
личная подпись расшифровка подписи дата

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) согласована с библиотекой

Сотрудник библиотеки Ю.Б. Марсакова 23.05.23
личная подпись расшифровка подписи дата

Программа рассмотрена и одобрена на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования «26» мая 2023г., протокол № 5

Председатель ученого совета факультета физико-математического и технологического образования

Громова Е.М. Громова 26.05.23
личная подпись расшифровка подписи дата