Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
25 июня 2021 г.

ОСНОВАНИЯ АРИФМЕТИКИ

Программа учебной дисциплины модуля
«Специальные разделы предметной области»

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Иностранный язык

(очная форма обучения)

Составитель: Глухова Н.В.,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от 21.06.2021 №7

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Основания арифметики» относится к дисциплинам по выбору 2 (ДВ.2) части формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1. Дисциплины (модули) модуля «Специальные разделы предметной области» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Иностранный язык», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках дисциплин Основы высшей алгебры, Алгебра многочленов, Анализ функций одной переменной, Многомерный математический анализ, Теория чисел и диофантовы уравнения.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения ряда дисциплин и прохождения практик: Избранные вопросы алгебры и геометрии, Прикладные вопросы алгебры в экономике, Алгебраические методы решения геометрических задач, Теория функций комплексного переменного, Учебная (научно-исследовательская работа, получение первичных навыков научно-исследовательской работы) Курсовая работа №1 и для прохождения государственной итоговой аттестации.

1. **Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине**

Целью освоения дисциплины является подготовка учителя к будущей профессиональной деятельности: систематизация знаний студентов в области арифметики и теории чисел.

Задачей освоения дисциплины является формирование представлений об аксиоматическом подходе в математике, закрепление умений проводить строгие абстрактно-логические доказательства, обосновывать все известные арифметические свойства, а также умений решать задачи повышенной сложности школьного курса математики.

В результате освоения программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
ПК-12 - Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения), анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций.			
ПК-12.1. Знает формулировки определений, содержательное значение терминов и	ОР-1. Основные понятия дисциплины, определения, содержательное	ОР-2. Решать задачи по дисциплине, проводить доказательства,	

понятий предметной области, правила и алгоритмы оперирования с объектами предметной области, понимает взаимосвязь между структурными элементами; имеет представление о функциях и практическом применении изучаемых объектов. ПК-12.2. Умеет выделять и анализировать структурные элементы, входящие в систему познания предметной области; определять логическую взаимосвязь между компонентами предметной области; строить логически верные и обоснованные рассуждения; решать задачи предметной области.	значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и решения задач	классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения	
ПК-14. Способен устанавливать содержательные, методологические и мировоззренческие связи предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) со смежными научными областями ИПК-14.1. Знает роль и возможности применения аппарата предметной области в смежных научных областях, их методологическое и мировоззренческое	ОР-3. возможности применения полученных сведений к решению задач школьного курса математики, а также в смежных научных областях	ОР-4. решать задачи школьного курса математики повышенной сложности, решать и составлять прикладные задачи по дисциплине	

значение; имеет представление о междисциплинарных связях, научных методах смежных областей ИПК-14.2. Умеет определять роль полученных знаний для смежных областей и для школьного курса, применять полученные знания в решении прикладных задач.			

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час	Практические занятия, час	Лабораторные занятия, час	Самостоят. работа, час	
	Трудоемк.						
	Зач. ед.	Часы					
4	3	108	18	30	-	33	экзамен (27)
Итого:	3	108	18	30	-	33	экзамен

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа

4 семестр				
Аксиоматические теории. Система аксиом Пеано. Свойства натуральных чисел	8	-	12	9
Аксиоматическая теория целых чисел	4	-	8	9
Аксиоматическая теория рациональных чисел	4	-	4	6
Аксиоматическая теория действительных чисел	2	-	6	9
Экзамен	-	-	-	27
Всего по дисциплине:	**18**	**-**	**30**	**60**

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса

1. Аксиоматические теории. Система аксиом Пеано. Свойства натуральных чисел Аксиоматическая теория натуральных чисел

Полнота, непротиворечивость, независимость аксиоматических теорий. Формулировка аксиоматической теории. Аксиоматика Пеано для натуральных чисел. Свойства натуральных чисел. Сравнения. .

2. Аксиоматическая теория целых чисел.

Свойства целых чисел, непротиворечивость, категоричность аксиоматической теории. Группы и кольца. Упорядоченные множества и системы. Расположенные кольца. Упорядоченность кольца целых чисел.

3. Аксиоматическая теория рациональных чисел.

Первичные термины и аксиомы. Свойства рациональных чисел. Плотность поля рациональных чисел. Преобразования периодических дробей. Интерактивная форма: Дискуссия. Перевод обыкновенных дробей в периодические и обратно.

4. Аксиоматическая теория действительных чисел.

Поля. Алгебраические расширения полей. Последовательности в нормированных полях. Аксиоматическая теория действительных чисел. Различные определения действительных чисел. Переход от Действительное число как предел последовательности рациональных чисел. Существование корня натуральной степени из положительного действительного числа. Возможности обобщения числовых систем. Применения алгебраических расширений.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не

должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестов, контрольных и самостоятельных работ.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение групповых интерактивных заданий

Самостоятельная работа № 1

Примерный вариант.

1. Дать определение полукольца.
2. Определить, какие аксиомы Пеано выполнены, а какие – нет на множестве N ={1, 2, 3}, $1^{/} = 3$, $2^{/} = 3$, $3^{/} = 2$.

Самостоятельная работа № 2

Примерный вариант:

1. Доказать коммутативный закон сложения натуральных чисел.
2. Доказать свойства монотонности сложения натуральных чисел.

Контрольная работа

1. Доказать ассоциативность сложения целых чисел
2. Представить дробь 1, 12(34) в виде несократимого отношения двух целых чисел.
3.Доказать иррациональность $\cos 20^0$
4.Решить в целых числах уравнение $2x - 11y = 17$

Тест

1.Лишним в предложении «При построении аксиоматической теории задаются …» являются:

а) основные объекты (первичные термины)
б) основные множества
в) основные отношения
г) аксиомы

2. Система аксиом, в которой для любого утверждения Р из этой теории: либо Р является теоремой, либо отрицание Р является теоремой, является

а) полной
б) непротиворечивой
в) независимой
г) категоричной

3. Система аксиом, в которой никакое утверждение Р и отрицание Р не являются одновременно теоремами, является

а) полной
б) непротиворечивой

в) независимой
г) категоричной
4. Утверждение, которое выводится из аксиом и теорем при помощи логических правил является
а) аксиомой
б) теоремой
в) высказыванием
г) теорией
5. Система аксиом является независимой, если
а) утверждение и отрицание этого утверждения не являются одновременно истинными
б) утверждение и отрицание этого утверждения являются одновременно истинными
в) если ни одну из аксиом нельзя доказать на основании других как теорему
г) если любую из аксиом можно доказать как теорему на основании других аксиом
6. Аксиоматическая теория, в которой основным объектам и отношениям некоторой теории поставлены в соответствие объекты данной теории, так что все аксиомы становятся теоремами, называется
а) образцом
б) моделью
в) примером
г) теоремой
7. Формулировка аксиомы индукции
а) Если 1 (M и из того, что n (M => $n^{/}$ (M, то M (N
б) Если M (N и 1 (M, то из того, что n (M => $n^{/}$ (M.
в) Если M = N, 1 (M и из того, что n (M => $n^{/}$ (M, то M (N
г) Если M (N, 1 (M и из того, что n (M => $n^{/}$ (M, то M = N
8. Утверждения, не являющиеся аксиомами натурального ряда:
а) Во множестве N существует такой элемент, называемый единицей, который не следует ни за каким другим числом.
б) Для любого элемента в множестве N существует следующий за ним и при том только один.
в) Для любого элемента во множестве N существует предшествующий ему элемент и при том только один.
г) Любое подмножество множества N удовлетворяющее двум условиям
1) 1 (M
2) n (M => $n^{/}$ (M
совпадает с множеством N.
д) нет правильного ответа (все аксиомы верны)

Групповое интерактивное задание. Составление тестов в микрогруппах.

Составление теста по одному из разделов алгебры

Студенты разбиваются на микрогруппы по 3-4 человека. При помощи системы Moodle (http://do.ulspu.ru), либо любой другой программы по выбору студентов составляются 8 тестовых заданий по одному из разделов курса

Варианты:

1. Метод математической индукции
2. Натуральные числа и их свойства
3. Целые числа и их свойства
4. Рациональные числа и их свойства
5. Действительные числа и их свойства
6. Комплексные числа и их свойства
7. Гиперкомплексные числа
8. Системы счисления
9. Перевод периодических дробей в обыкновенные

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

Глухова Н.В. Числовые системы: учебное пособие для направления подготовки бакалавров 050100.62 «Педагогическое образование» Профиль: Математика. – Ульяновск, УлГПУ, 2014. – 82 с.

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 Самостоятельная работа № 1 ОС-2 Самостоятельная работа № 2 ОС-3 Контрольная работа ОС-4 Тест. ОС-5. Составление тестов	ОР-1. Знает оновные понятия дисциплины, определения, содержательное значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и решения задач ОР-2. Решает задачи по дисциплине, проводить доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения ОР-3. знает возможности применения полученных сведений к решению задач школьного курса математики, а также в смежных научных областях ОР-4. умеет решать задачи школьного курса математики
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** ОС-6 Экзамен в форме устного собеседования	

		повышенной сложности, решать и составлять прикладные задачи по дисциплине

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-6 Экзамен в форме устного собеседования

Примерные вопросы к экзамену

1. Аксиоматические теории. Основные требования, предъявляемые к аксиоматическим теориям и методы их проверки.
2. Аксиоматическое определение натуральных чисел.
3. Непротиворечивость и независимость системы аксиом Пеано.
4. Определение сложения натуральных чисел.
5. Ассоциативный закон сложения натуральных чисел. Коммутативный закон сложения натуральных чисел.
6. Определение умножения натуральных чисел.
7. Дистрибутивный закон для натуральных чисел. Коммутативный закон умножения натуральных чисел.
8. Ассоциативный закон умножения натуральных чисел. Другие свойства умножения.
9. Неравенства на множестве натуральных чисел.
10. Теорема о наименьшем элементе для натуральных чисел.
11. Эквивалентность аксиомы о наименьшем элементе и аксиомы индукции.
12. Метод математической индукции. Принципы обобщённой и усиленной математической индукции.
13. Различные определения кольца целых чисел, их эквивалентность.
14. Непротиворечивость аксиоматической теории целых чисел.
15. Вычисления в модели целых чисел.
16. Свойства операций над целыми числами.
17. Расположенные кольца и их общие свойства.
18. Расположенность кольца целых чисел.
19. Определения поля рациональных чисел. Основные операции над рациональными числами.
20. Непротиворечивость аксиоматической теории рациональных чисел.
21. Вычисления в модели рациональных чисел.
22. Основные свойства рациональных чисел.
23. Фундаментальные последовательности и их основные свойства. Аксиоматическое определение поля действительных чисел.
24. Аксиоматическая теория комплексных чисел. Теорема о том, что поле комплексных чисел не является расположенным.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
4 семестр	Разбалловка по видам работ	9 х 1=9 баллов	15 х 1=15 баллов	212 баллов	64 балла
	Суммарный макс. балл	9 баллов max	24 балла max	236 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Оценка	Баллы (3 ЗЕ)
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 меннее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий
Планы лабораторных (практических) занятий

ЗАНЯТИЕ № 1. Аксиоматический подход в математике

Обсуждается значение аксиоматических теорий. Дискуссия. Рассматриваются свойства и требования к системе аксиом.

Задания для самостоятельного решения:
Доказать равенства для любого натурального n:

а) $1 + 2 + \ldots + n = ;$ в) $1^3 + 2^3 + \ldots + n^3 =$

б) $1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 =;$ г) $1 + 3 + 5 + \ldots + (2n + 1) = (n + 1)^2$

ЗАНЯТИЕ № 2. Модели натуральных чисел

Выясняется, какие из перечисленных систем удовлетворяют аксиомам Пеано (являются моделями множества натуральных чисел), определить, какие аксиомы выполнены, а какие – нет.

а) $\{3, 4, 5 \ldots\}$; $n' = n + 1$ б) $\{n (a, n (\mathbf{N}\}$; $n' = n + 1$

в) $\{n (- 2, n (\mathbf{N}\}$; $n' = n + 2$ или $n' = n + 1$ г) нечётные числа, $n' = n + 1$

д) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$; $1' = 2, 2' = 3, 3' = 4, 4' = 5, 5' = 1,$

е) Целые числа,

Д/з

ж) Натуральные числа с отношением $n' = n + 2$

з) $\{1, 2, 3\}$. Следовать за: $1' = 3, 2' = 3, 3' = 2.$

и) $\{1, 2, 3\}$. Следовать за: $1' = 2, 2' = 3, 3' = 1.$

к) Натуральные числа, кратные 3 с отношением $n' = n + 3$

л) Чётные натуральные числа с отношением $n' = n + 2$

ЗАНЯТИЕ № 3. Свойства натуральных чисел

Рассматриваются свойства делимости, различные методы решения задач на делимость.
Задания для самостоятельного решения:
Докажите, что для любого натурального n

а) $n^3 – n$ делится на 3.

б) $n^7 – n$ делится на 7

в) $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ делится на 7

г) $2^{2n+1}(3^{n+3} + 1$ делится на 11

ЗАНЯТИЕ №4. Сложение натуральных чисел

Акиоматическое определение сложения. Свойства операции сложения. Доказательства законов.

Сложить на основании определения сложения натуральных чисел 5 + 3. Выполнить то же действие в представленных ниже моделях натуральных чисел, если такие числа есть.

Если таких чисел нет, то сложить пятый и третий элемент модели

а) $\{3, 4, 5 \ldots\}$; $n' = n + 1$

б) {n (- 2, n (**N**}; $n^{/}$ = n +1

в) нечётные положительные числа, $n^{/}$ = n +2

г) Целые числа,

д) Натуральные числа, кратные 3 с отношением $n^{/}$ = n + 3

е) Чётные натуральные числа с отношением $n^{/}$ = n + 2

ЗАНЯТИЕ №5. Аксиоматическое определение умножения натуральных чисел

Рассматриваются определение и свойства умножения. Доказательство законов

2. Докажите следующие свойства

а) 1(2 + 2(3 + … + (n – 1)(n =;

б) ;

в) .

3. Доказать свойства:

а) Для любых натуральных чисел разность (a + b)– b существует и равна a;

б) Если разность b – c существует, то

a + (b – c) = (a + b) – c;

в) Если a > b > c, то

a – (b – c) = (a – b) + c;

г) Если разность a – (b +c) существует, то

a – (b + c) = (a – b) – c.

ЗАНЯТИЕ №6. Различные свойства натуральных чисел

Введём в рассмотрение операцию суммирования n натуральных чисел () по следующему правилу:

1) при n = 1: , 2) при n = k + 1: .

Если считать, что все a_i равны между собой и равны *a*, то построенную сумму будем называть n-кратным числа a и обозначать символом «*na*»:

1) 2)

ЗАНЯТИЕ №7. Сложение и умножение на моделях

Задания для самостоятельного решения:

Умножить на основании определения сложения натуральных чисел 5 и 3. Выполнить то же действие в представленных ниже моделях натуральных чисел

а) {3, 4, 5 …}; $n^{/}$ = n +1

б) {n (- 2, n (**N**}; $n^{/}$ = n +1

в) нечётные положительные числа, $n^{/}$ = n +2

г) Целые числа,

д) Натуральные числа, кратные 3 с отношением $n^{/}$ = n + 3

е) Чётные натуральные числа с отношением $n^{/}$ = n + 2

ЗАНЯТИЕ № 8. Свойства степеней натуральных чисел

Доказываются свойства степеней натуральных чисел:

1) $a^{n+m} = a^n(a^m$.

2) $(a^n)^m = a^{nm}$.

3) $a^n (b^n = (ab)^n$.

2. Кратные натуральных чисел. Свойства. Доказательство того, что четное число не равно нечетному. Применение свойств делимости в решении задач школьного круса.

ЗАНЯТИЕ №9. Доказательство неравенств методом индукции

1. Докажите антирефлексивность и транзитивность отношения «больше» на множестве натуральных чисел.

2. Докажите неравенства для всех натуральных n

а) $5^n > 7n – 3$;

б) $2^{n+2} > 2n + 5$;

в) $2^{n+2} > n^2 + 2$;

г) $2^n > n$;

д) .

ЗАНЯТИЕ №10. Сравнение натуральных чисел

Задания для самостоятельного решения:

Доказать неравенство для всех натуральных чисел, больших данного n.

а) $3^n > 2^n + n$ при $n > 1$ в) 2^{n-1} ($n(n+1)$ при $n > 6$

б) $2^n > n^2 + n +2$ при $n > 5$ г) $n^2 < 2^n$ при $n > 4$

ЗАНЯТИЕ №12. Целые числа

Задания для самостоятельного решения:

1.Указать пары натуральных чисел эквивалентные между собой

а) <7, 5>	1) <5, 7>
б) <2, 3>	2) <1, 10>
в) <10, 10>	3) <5, 4>
г) <6, 2>	4) <15, 5>
	5) <1, 5>
	6) <9, 9>

Указать пары противоположные данным.

2. Вычислить

а) [<1, 5>] + [<3, 2>] б)[<3, 8>] + [<4, 7>]

в) [<7, 4>] – [<8, 3>] г) [<1, 5>] – [<3, 2>]

д) [<1, 5>] ([<2, 2>] е) [<2, 10>]([<10, 2>]

ЗАНЯТИЕ №12. Решение уравнений в целых числах

Задания для самостоятельного решения:

Решить в целых числах уравнения:

а) $y^2 – 2xy – 2x = 6$ б) $2x^2 – 11xy – 12y^2 = 17$

в) $35xy + 5x – 7y = 1$ г) $x^2 – 3xy + 2y^2 = 3$

д) е) $xy + 3x – 5y + 3 = 0$

ЗАНЯТИЕ №13. Рациональные числа

Задания для самостоятельного решения:

1. Доказать, что число рационально

а) + в) +

б) (г)

д) + е) (+)(

2. Перевести из десятичной в систему с основанием g

а) 634,36 , g = 8 б) 52,37, g = 8

в) 36,6, g = 2 г) 156,5, g = 2

д) 52,21, g = 16 е) 812,32, g = 16

3.Представьте смешанную периодическую дробь в виде несократимого отношения двух целых чисел

а) 0, 233(37) б) 9, (387)

в) 11, (459) г) 7, 4(099)

ЗАНЯТИЕ №14. Действительные числа. Дальнейшие расширения

Задания для самостоятельного решения:

1. Доказать, что число иррационально:

а) , б) ; в) cos 10^0; г) $\log_7 6$; д) tg 5^0

2. (д/з)

а) , б) ; в) cos 20^0; г) $\log_2 3$; д) ctg 10^0

2. Дан кватернион q = 2 + 3*i* – 5*j* + *k*. Найти:

а) ; б) в) .

2. Найти обратный кватернион к кватерниону

3. Найти левые и правые частные от деления кватерниона j + 2k на кватернион

ЗАНЯТИЕ №15. Контрольная работа

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Смолин Ю.Н. Числовые системы. – М.: Флинта, 2021. – 112 с («университетская библиотека онлайн» http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=54576).

2. Кардаильская, О. С. Обзор числовых систем: тождественные преобразования выражений : учебное пособие / О. С. Кардаильская, В. А. Черепенко ; отв. ред. А. А. Илюхин ; Таганрогский государственный педагогический институт имени А. П. Чехова. – Таганрог : Таганрогский государственный педагогический институт имени А. П. Чехова, 2012. – 100 с. – Режим доступа: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=614596

3. Веселова, Л. В. Алгебра и теория чисел: учебное пособие / Л. В. Веселова, О. Е. Тихонов. – Казань : Казанский научно-исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2014. – 107 с. : ил. – Режим доступа. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428287)

Дополнительная литература

1. Березина, Н.А. Математика : учеб. пособие / Н.А. Березина, Е.Л. Максина. - Москва : ИЦ РИОР ; НИЦ Инфра-М, 2013. - 175 с. - ISBN 978-5-369-00061-8. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/369492.

2. Кучер Н.А. Курс высшей математики : учебное пособие : / Н.А. Кучер, О.В. Малышенко, А.А. Жалнина. – Кемерово: Кемеровский государственный

университет, 2019. – Часть 1. Основы алгебры. – 132 с. – Режим доступа: URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=600276

3. Мельников, Е. В. Математический анализ: теория и практика : учебное пособие : в 3 частях : [16+] / Е. В. Мельников, Е. А. Мещеряков. – Омск : Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского (ОмГУ), 2019. – Часть 1. – 336 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=613842.

Интернет-ресурсы

http://www.mathnet.ru Общероссийский математический портал