Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«25» июня 2021 г.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЯ

Программа учебной дисциплины
Предметно-методического модуля

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Информатика. Иностранный язык

(очная форма обучения)

Составители:
Сибирева А.Р., к.ф.-м.н, доцент, доцент кафедры высшей математики
Фолиадова Е.В., к.ф.-м.н, доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от «21» июня 2021 г. № 7

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальное и интегральное исчисления» относится к дисциплинам обязательной части Блока 1. Дисциплины (модули) Предметнометодического модуля учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Информатика. Иностранный язык», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса «Алгебра и начала математического анализа» или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования. Изучение дисциплины взаимосвязано с изучением алгебры, геометрии и других дисциплин учебного плана. Курс математического анализа дополняется и поддерживается дисциплинами по выбору студента (углубленное изучение отдельных тем и вопросов), является предшествующим для дисциплин: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Численные методы» и др.; для ряда разделов алгебры (например, теории многочленов) и геометрии (например, дифференциальной геометрии).

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик: Производственная (педагогическая) Преподавательская, Учебная (технологическая) Предметный практикум решения задач по математике.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Цель дисциплины «Дифференциальное и интегральное исчисления» – освоение бакалавром системы базовых понятий, идей и методов классического математического анализа, формирование навыков решения задач, умения оперировать математическим аппаратом, развитие абстрактно-логического мышления, подготовка к преподаванию школьных курсов математики.

Задачи дисциплины связаны с формированием общекультурных и профессиональных компетенций и включают формирование логической и алгоритмической культуры, системных знаний по базовым разделам современной математики, представлений о структуре математического знания в целом.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Дифференциальное и интегральное исчисления» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет

ПК-12 - Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения),			

анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций. ПК-12.1. Знает формулировки определений, содержательное значение терминов и понятий предметной области, правила и алгоритмы оперирования с объектами предметной области, понимает взаимосвязь между структурными элементами; имеет представление о функциях и практическом применении изучаемых объектов. ПК-12.2. Умеет выделять и анализировать структурные элементы, входящие в систему познания предметной области; определять логическую взаимосвязь между компонентами предметной области; строить логически верные и обоснованные рассуждения; решать задачи предметной области. ПК-12.3. Владеет профессиональной терминологией и основами	ОР-1. Основные понятия дисциплины, определения, содержательное значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и решения задач	ОР-2 Решать задачи по дисциплине, проводить доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения	

профессиональной речевой культуры; методами доказательных			

рассуждений; методами анализа изучаемых объектов, методами систематизации и структурирования знаний в предметной области, основами моделирования в предметной области.			
ПК-14. Способен устанавливать содержательные, методологические и мировоззренческие связи предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) со смежными научными областями ИПК-14.1. Знает роль и возможности применения аппарата предметной области в смежных научных областях, их методологическое и мировоззренческое значение; имеет представление о междисциплинарных связях, научных методах смежных областей ИПК-14.2. Умеет определять роль полученных знаний для смежных областей и для школьного курса, применять полученные знания в решении прикладных задач.	ОР-3. возможности применения полученных сведений к решению задач школьного курса математики, а также в смежных научных областях	ОР-4. решать задачи школьного курса математики повышенной сложности, решать и составлять прикладные задачи по дисциплине	

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по

Номер семестра	Учебные занятия						Форм итогово аттестац
	Всего		Лекции, час	Лабораторные занятия, час	Практические занятия, час	Самостоятельная работа, час	
	Трудоемкость						
	Зачет. ед.	Часы					
1	3	108	18	-	30	33	экзамен 27
2	3	108	18	-	30	33	экзамен 27
Итого:	6			-			54

видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1.Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ п/п	Наименование разделов и тем (с разбивкой на модули)	Количество часов по формам организации обучения			
		Лекционные занятия	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа
1-й семестр (3 ЗЕ)					
1.	Введение в математический анализ	6		10	11
2.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной:	6		10	11
3.	Интегральное исчисление функций одной	6		10	11

	переменной				
Итого за 1-й семестр			**-**		
2 семестр (3 ЗЕ)					
4.	Дифференциальное исчисление функций	3		4	7
	нескольких переменных				
5.	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	3		4	7
6.	Дифференциальные уравнения.	4		8	6
7.	Числовые ряды. Функциональные ряды. Степенные ряды. Тригонометрически е ряды	4		10	6
8.	Элементы теории функций комплексной переменной.	4		4	7
Итого за 2-й семестр			**-**		**33**
Всего		**36**		**60**	**66**

3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса (1,2 семестр)

Раздел I. Введение в математический анализ. Понятие функции. Последовательности, способы их задания. Монотонные, ограниченные последовательности. Предел последовательности. Предел функции. Свойства пределов. Раскрытие неопределённостей. Замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых. Непрерывные функции. Свойства непрерывных функций. Интерактивная форма – соревнование, работа в микрогруппах.

Раздел II. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Производная и дифференциал. Геометрический и физический смысл производной. Таблица производных основных элементарных функций, правила дифференцирования. Производные и дифференциалы высших порядков. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Правило Лопиталя. Исследование функции с помощью производных. Промежутки возрастания и убывания. Экстремумы. Направление

выпуклости графика. Точка перегиба. Асимптоты. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке. Формула Тейлора.

Интерактивная форма – работа в микрогруппах

Раздел III. Интегральное исчисление. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование простейших рациональных дробей. Интегралы от некоторых функций, содержащих квадратный трехчлен под знаком радикала. Интегрирование тригонометрических функций. Определение определенного интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям в определенном интеграле.

Вычисление площадей плоских фигур, длины дуги. Объем тела с заданным поперечным сечением. Объем тела вращения.

Интерактивная форма – работа в микрогруппах

Раздел IV. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Понятие о функции n переменных. График функции. Линии и поверхности уровня. Частные производные. Частные дифференциалы, полный дифференциал, инвариантность формы полного дифференциала. Неявные функции и их дифференцирование. Производные сложной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Производная по направлению, градиент. Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных в замкнутой области. Экстремумы функции нескольких переменных. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Интерактивная форма – работа в микрогруппах

Раздел V. Интегральное исчисление функций нескольких переменных. Задача, приводящая к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла.

Свойства двойного интеграла.

Вычисление двойного интеграла. Приложения двойного интеграла.

Задача, приводящая к понятию тройного интеграла. Определение тройного интеграла.

Вычисление тройного интеграла. Приложения тройного интеграла.

Интерактивная форма – работа в микрогруппах

Раздел VI. Дифференциальные уравнения. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах.

Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Структура общего решения однородных линейных дифференциальных уравнений высшего порядка.

Однородное линейное уравнение n-го порядка с постоянными коэффициентами.

Неоднородное линейное уравнение n-ого порядка.

Интерактивная форма – работа в микрогруппах

Раздел VII. Числовые ряды. Функциональные ряды. Степенные ряды. Тригонометрические ряды. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Геометрическая прогрессия.

Необходимое условие сходимости ряда. Остаток ряда.

Простейшие операции с рядами: умножение на число, сложение.

Ряды с положительными членами. Теоремы сравнения. Признак сходимости Д'Аламбера. Признак сходимости Коши. Интегральный признак сходимости ряда.

Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Применение теоремы Лейбница к приближенным вычислениям суммы ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Теорема об абсолютной сходимости ряда.

Функциональные ряды, область сходимости.

Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости для рядов с действительными членами.

Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд. Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора.

Разложение по степеням x функций ex, sinx, cos x.

Разложение по степеням x функций 1/(1+x), (1+x)m, ln(1+x), arctg x.

Применение степенных рядов к приближенным вычислениям, при нахождении интегралов. Ортогональные, ортонормированные системы функций. Система функций 1, cos nx, sin nx (n=1,2,3,…, x((-(;()), её свойства.

Ряд Фурье на промежутке (-(;(). Теорема Дирихле.

Разложение в ряды Фурье функций, заданных на (-l,l). Разложение в ряды Фурье четных и нечетных функций на промежутке (-l; l).

Разложение в ряд по синусам, по косинусам функций, заданных на промежутке (0; l).

Разложение в ряды Фурье функций, заданных на (a,b).

Интерактивная форма – работа в микрогруппах **Раздел VIII. Элементы теории функций комплексной переменной.**

Комплексные числа. Понятие функции комплексного переменного, примеры.

Функции , ,,, . Их свойства.

Многозначные функции , , , .

Дифференцирование функции комплексного переменного, условия Коши-Римана. Аналитичность.

Интегрирование функции комплексного переменного. Теорема Коши. Интегральная формула Коши.

Ряд Тейлора, его область сходимости.

Ряд Лорана, его область сходимости.

Классификация изолированных особых точек.

Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Интерактивная форма – работа в микрогруппах.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет

целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовки к устным докладам;
- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам; -
  выполнение групповых интерактивных заданий.

ОС-1. Контрольная работа.

1. Известно, что Найти .

1) ; 2) 0; 3) 1; 4) ; 5) не существует.

2. Найти .

1) ; 2) 0; 3) ; 4) ; 5) 1.

3. Найти .

1) 0; 2) ; 3) 1; 4) ; 5) не существует.

4.Найти .

1) 0; 2) ; 3) ; 4) не существует; 5) 5.

5. Найти .

1) ; 2) 0; 3) 2; 4) ; 5) не существует.

6.Найти .

1) 0; 2) ; 3) ; 4) не существует; 5) 1.

7.Найти .

1) ; 2) –; 3) 1; 4) 0; 5) +.

8.Найти .

1) ; 2) 1; 3) 0; 4) ; 5) ;

9.Определить порядок роста функции относительно при .

1) ; 2) ; 3) ; 4) 0; 5) 1.

10.Найти , если .

1) 0; 2) 4; 3) 2; 4) 6; 5) -4.

11.Найдите ,, если .

1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) .

12.Верны ли приведенные ниже утверждения? (Ответ «да» – знак «+», ответ «нет»– знак «–»).

- Левосторонний предел функции в точке – конечное число.
- Правосторонний предел функции в точке – конечное число.
- –точка разрыва первого рода.
- –точка разрыва второго рода.
- Значение функции в точке совпадает со значением левостороннего или правостороннего предела.

Выбрать набор верных ответов.

1)– + + – –; 2)– – – + –; 3) + – – + –; 4)– + – + +; 5) – + – + –.

13.Найти левосторонний и правосторонний пределы функции в точке . , .

1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) .

14.Найти , где – точка разрыва первого рода, – точка разрыва второго рода функции, заданной графически.

15.Найти точки разрыва функции

16.Определить функцию в точке , чтобы она стала в этой точке непрерывной. , .

17.Найти скачок функции в точке разрыва.

18.Найдите точку или точки разрыва. Если точка разрыва первого рода, то её абсциссу умножить на 1; если второго рода, то на 2; если точек разрыва несколько – полученные, как описано выше, числа сложить.

19.Схематически изобразить график функции, удовлетворяющий условиям:, , , . 20.Доказать непрерывность функции в каждой точке области определения.

ОС-2. Индивидуальное задание.

Найти производную функции 1) ;

2) ; 3) ; 4) ; 5) ; 6) ;

7) ; 8) .

9. Вычислить значение дифференциала функции при изменении переменной от до . , , .
10. Найти общее выражение для производной порядка от функции .
11. Применить формулу Лейбница для вычисления производной .
12. Найти производные 1-го и 2-го порядка от функции, заданной параметрически

, .

13. Вычислить предел, используя правило Лопиталя
    a) ; b) ; c) .
14. ,
15. Вычислить приближенно , 002.

ОС-3. Кейс-задачи 1.Построить графики функций с помощью производной первого порядка

2.Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданных отрезках.

3.Исследовать поведение функций в окрестностях заданных точек с помощью производных высших порядков.

4.Найти асимптоты и построить графики функций.

5.Провести полное исследование функций и построить их графики.

6.Провести полное исследование функций и построить их графики.

ОС-4. Индивидуальное задание.

Задача 1. Найти неопределенные интегралы функций.

$(8x+10)^2$

Задача 2. Найти интегралы.

Задача 3. Найти интегралы.

Задача 4. Найти интегралы.

Задача 5. Найти интегралы.

Задача 6. Найти интегралы.

Задача 7. Найти неопределенные интегралы от заданных функций.

Задача 8. В А) и С) найти неопределенные интегралы от заданных функций, в В) – определенный интеграл на промежутке $[a;b]$.

Задача 9. Найти интегралы.

Задача 10. Найти интегралы.

Задача 11. Найти интегралы.

ОС-5. Индивидуальное задание.

Задача 1. Найти частные производные первого порядка от функций.

A B C D

Задача 2.

A) Найти B) Найти C) Найти

Задача 3.

A) Найти B) Найти C) Найти

Задача 4. Найти точки экстремума функций.

ОС-6. Контрольная работа 1.

Исследовать на сходимость ряды

, , ,

2. Исследовать на сходимость ряд

3. Вычислить сумму ряда с точностью

4. Найти область сходимости функционального ряда

5. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням *x*

6. Вычислить интеграл с точностью до 0.001

7.Разложить функцию $f(x)=2x+1$ в ряд Фурье на промежутке (-3;3).

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Волкова Н.А., Столярова И.В., Фолиадова Е.В. История математики: учебнометодические рекомендации. –Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова. 2017 – 39 с. 2. Коноплева И.В., Сибирева А.Р. Исследование функций: методические указания. – 2е изд. испр. –Ульяновск: УлГТУ, 2013. –32 с. – 2017 [Электронный].

3. Коноплева И.В., Сибирева А.Р. Пределы и непрерывность: Методические указания. - Ульяновск: УлГТУ, 2004. - 34 с. – 2017 [Электронный].

4. Математический анализ. Введение в анализ: учебно-методическое пособие для студентов направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование», профили «Математика. Информатика», «Математика. Иностранный язык», «Физика. Математика» и 44.03.01 «Педагогическое образование» профиль «Математика». Квалификация (степень) выпускника: бакалавр. Макеева О.В. – Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова, 2017. – 49 с.

5. Распутько Т. Б., Сибирева А.Р. Функции нескольких переменных: методические указания. –Ульяновск: УлГТУ, 2004. – 32 с. – 2017 [Электронный].

6. Распутько Т.Б., Сибирева А.Р. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. УлГТУ, Ульяновск, 2001. –36 с. – 2017 [Электронный].

7. Сибирева А.Р., Распутько Т.Б. Методы интегрирования. методические указания для самостоятельной работы студентов. Изд. 2-е. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – 40 с. – 2017 [Электронный].
8. Сибирева А.Р., Ригер Т.В. Кратные интегралы. Методические указания к типовому расчету по высшей математике. –Ульяновск: УлГТУ, 1997. – 32 с. – 2017 [Электронный].
9. Сибирева А.Р., Савинов Н.В. Качественные задачи и контрпримеры на тему «Пределы». Методические указания. – Ульяновск: УлГТУ, 2001. – 32 с.–2017 [Электронный].

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1. Контрольная работа. ОС-2. Индивидуальное задание. ОС-3. Кейс-задачи ОС-4. Индивидуальное задание. ОС-5. Индивидуальное задание. ОС-6. Контрольная работа	ОР-1. Знает основные понятия дисциплины, определения, содержательное значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и решения задач.
	Оценочные средства для промежуточной	

		ОР-2. Решает задачи по дисциплине, умеет проводить
	аттестации зачет (экзамен) ОС-7 Экзамен в форме устного собеседования ОС-8. Экзамен в форме устного собеседования	доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения. ОР-3. Знает возможности применения полученных сведений к решению задач школьного курса математики, а также в смежных научных областях ОР-4. умеет решать задачи школьного курса математики повышенной сложности, решать и составлять прикладные задачи по дисциплине

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине **ОС-7. Экзамен.**

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Числовые последовательности. Предел последовательностей.
2. Свойства предела последовательности.
3. Монотонность и ограниченность последовательности. Предел монотонной ограниченной последовательности.
4. Число е.
5. Предел функции в точке.
6. Предел функции на бесконечности.
7. Свойства пределов функций.
8. I замечательный предел.
9. II замечательный предел.
10. Бесконечно малые функции. Эквивалентность бесконечно малых. Замена бесконечно малых эквивалентными при вычислении пределов.
11. Таблица эквивалентных бесконечно малых. Следствия I и II замечательных пределов.
12. Беконечно большие функции. Теорема о связи бесконечно малых и бесконечно больших.

13. Непрерывность функции. Непрерывность основных элементарных функций (доказательство только для одной функции). Непрерывность функции на промежутке.
14. Точки разрыва функции и их классификация.
15. Производная функции, её физический смысл.
16. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
17. Теорема о связи непрерывности и дифференцируемости функции.
18. Правила вычисления производных. Производная сложной функции. Производная обратной функции.
19. Таблица производных.
20. Дифференциал функции и его связь с производной. Геометрический смысл дифференциала.
21. Инвариантность формы дифференциала. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
22. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница (без доказательства). Пример применения формулы Лейбница.
23. Теоремы Роля и Лагранжа, их геометрический смысл.
24. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя.
25. Возрастание и убывание функции.
26. Точки экстремума. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума в терминах первой производной.
27. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа.
28. Представление функций по формуле Тейлора (примеры: ,). Использование формулы Тейлора в приближенных вычислениях.
29. Выпуклость функции вверх и вниз. Точки перегиба. Достаточные условия выпуклости вверх и вниз.
30. Асимптоты кривых.
31. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.
32. Таблица интегралов. Интегрирование внесением под знак дифференциала.
33. Метод замены переменной в неопределенном интеграле.
34. Тригонометрические подстановки, позволяющие избавиться от иррациональности.
35. Метод интегрирования по частям.
36. Интегрирование рациональных дробей.
37. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная замена переменных.
38. Задача, приводящая к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла.
39. Определенный интеграл, его свойства.
40. Производная от интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона Лейбница.
41. Приложения определенного интеграла (площадь).
42. Приложения определенного интеграла (длина дуги).
43. Приложения определенного интеграла (объем тел вращения).

Критерии оценивания знаний на экзамене

Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и задачу (каждый оценивается на 20 баллов), на 4 балла оценивается краткий ответ на дополнительный вопрос не входящий в билет (вопрос имеет однозначный ответ, выражаемый одним-двумя словами).

За ответ на каждый из теоретических вопросов **От 0 до 5 баллов ставится, если:**

Ответ на вопрос практически отсутствует. Изложены отдельные знания из разных тем, приведены некоторые неточные определения или примеры, не относящиеся к вопросу билета. **От 6 до 10 баллов ставится, если:**

Даны некоторые общие сведения по теоретическому вопросу, но в них отсутствует ясность, студент владеет некоторой терминологией, но затрудняется проиллюстрировать излагаемые сведения на примерах.

От 11 до 15 баллов ставится, если:

Практически полностью ответил по существу вопроса, но по теоретическому вопросу не привел доказательств, либо полностью раскрыл вопрос на примерах, но не сумел представить вопрос в обобщенной теоретической форме. **От 16 до 20 баллов ставится, если:**

Дан полный, развернутый ответ на поставленный теоретический вопрос. Могут быть допущены 1-2 недочета или неточности, исправленные самостоятельно в процессе ответа. Приведены доказательства. Ответ имеет четкую структуру, изложение последовательно, речь грамотна.

За решение задачи **От 0 до 5 баллов ставится, если:**

Решение задачи отсутствует, но возможно демонстрируется владение отдельными терминами, использованными в условии. **От 6 до 10 баллов ставится, если:**

Задача не решена, но есть некоторые подходы к решению. В процессе решения допускаются ошибки, которые студент не может исправить с помощью преподавателя.

От 11 до 15 баллов ставится, если:

Практически полностью решил задачу (возможно после нескольких наводящих вопросов преподавателя, либо после исправления. **От 16 до 20 баллов ставится, если:**

Задача полностью решена (возможны небольшие вычислительные ошибки, которые студент корректирует самостоятельно после указания на них преподавателем).

ОС-7. Экзамен.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Функции нескольких переменных. Область определения. График. Линии и поверхности уровня.
2. Предел функции нескольких переменных, непрерывность, частные производные.
3. Полный дифференциал, его связь с частными производными. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях. Пример.
4. Частные производные высших порядков. Теорема о порядке дифференцирования. Дифференциалы высших порядков.
5. Формула Тейлора для функции двух переменных. Пример.
6. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума.
7. Достаточные условия максимума и минимума для функций двух переменных.

8. Наибольшее и наименьшее значения функции $z=f(x,y)$ в замкнутой, ограниченной области D. Пример.
9. Задача, приводящая к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла.
10. Задача, приводящая к понятию тройного интеграла. Определение тройного интеграла.
11. Свойства двойного интеграла.
12. Вычисление двойного и тройного интеграла в декартовых координатах. Примеры.
13. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах. Примеры.
14. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах. Примеры.
15. Приложения двойного интеграла.
16. Приложения тройного интеграла.

17. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ).
18. ОДУ первого порядка - с разделяющимися переменными.
19. ОДУ первого порядка – однородные.
20. ОДУ первого порядка – линейные, Бернулли.
21. ОДУ первого порядка – в полных дифференциалах.
22. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Примеры.
23. Линейная независимость решений ДУ. Свойства решений ДУ. Фундаментальные системы решений. Определитель Вронского и его свойства. Теорема о структуре общего решения однородных линейных дифференциальных уравнений высшего порядка.
24. Однородное линейное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Однородное линейное уравнение n-го порядка с постоянными коэффициентами. Вид его общего решения (таблица). Примеры.
25. Неоднородное линейное уравнение n-ого порядка. Вид его общего решения. Таблица частных решений.
26. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Примеры. Геометрическая прогрессия.
27. Необходимое условие сходимости ряда. Остаток ряда.
28. Простейшие операции с рядами: умножение на число, сложение.
29. Ряды с положительными членами. Теорема сравнения.
30. Ряды с положительными членами. Теорема сравнения в предельной форме.
31. Признак сходимости Д'Аламбера. Признак сходимости Коши.
32. Интегральный признак сходимости ряда.
33. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Применение теоремы Лейбница к приближенным вычислениям суммы ряда.
34. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Теорема об абсолютной сходимости ряда. Обобщенные признаки Д'Аламбера и Коши. Примеры.
35. Функциональные ряды, область сходимости. Примеры.
36. Степенные ряды. Теорема Абеля.

37. Интервал и радиус сходимости для рядов с действительными членами. Свойства степенных рядов.
38. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд. Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора.
39. Разложение по степеням x функций e^x, $\sin x$, $\cos x$.
40. Разложение по степеням x функций $1/(1+x)$, $(1+x)^m$, $\ln(1+x)$, $\operatorname{arctg} x$.
41. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям.
42. Ортогональные, ортонормированные системы функций. Система функций 1, *cos nx, sin nx* (n=1,2,3,…, x((-(;()), её свойства.
43. Ряд Фурье на промежутке (-(;(). Теорема Дирихле.
44. Разложение в ряды Фурье четных и нечетных функций на промежутке (-(;().
45. Разложение в ряд по синусам, по косинусам функций, заданных на промежутке (0;().
46. Разложение в ряды Фурье функций, заданных на *(-l,l).*
47. Разложение в ряды Фурье функций, заданных на *(a,b).* Пример.
48. Комплексные числа. Действия с комплексными числами.
49. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел.
50. Показательная форма записи комплексных чисел. Формула Муавра. Формулы Эйлера.
51. Извлечение корня n-степени из комплексных чисел.
52. Понятие функции комплексного переменного, примеры.
53. Функции , ,,, . Их свойства.
54. Многозначные функции , , , .
55. Дифференцирование функции комплексного переменного, условия Коши-Римана. Аналитичность.
56. Интегрирование функции комплексного переменного. Теорема Коши.
    Интегральная формула Коши.
57. Ряд Лорана, его область сходимости. Пример.
58. Классификация изолированных особых точек. 59. Вычеты. Теорема Коши о вычетах.

Критерии оценивания знаний на экзамене

Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и задачу (каждый оценивается на 20 баллов), на 4 балла оценивается краткий ответ на дополнительный вопрос не входящий в билет (вопрос имеет однозначный ответ, выражаемый одним-двумя словами).

За ответ на каждый из теоретических вопросов **От**

0 до 5 баллов ставится, если:

Ответ на вопрос практически отсутствует. Изложены отдельные знания из разных тем, приведены некоторые неточные определения или примеры, не относящиеся к вопросу билета. **От 6 до 10 баллов ставится, если:**

Даны некоторые общие сведения по теоретическому вопросу, но в них отсутствует ясность, студент владеет некоторой терминологией, но затрудняется проиллюстрировать излагаемые сведения на примерах. **От 11 до 15 баллов ставится, если:**

Практически полностью ответил по существу вопроса, но по теоретическому вопросу не привел доказательств, либо полностью раскрыл вопрос на примерах, но не сумел представить вопрос в обобщенной теоретической форме. **От 16 до 20 баллов ставится, если:**
Дан полный, развернутый ответ на поставленный теоретический вопрос. Могут быть допущены 1-2 недочета или неточности, исправленные самостоятельно в процессе ответа. Приведены доказательства. Ответ имеет четкую структуру, изложение последовательно, речь грамотна.
За решение задачи **От 0 до 5 баллов ставится, если:**
Решение задачи отсутствует, но возможно демонстрируется владение отдельными терминами, использованными в условии.
От 6 до 10 баллов ставится, если:
Задача не решена, но есть некоторые подходы к решению. В процессе решения допускаются ошибки, которые студент не может исправить с помощью преподавателя.
От 11 до 15 баллов ставится, если:
Практически полностью решил задачу (возможно после нескольких наводящих вопросов преподавателя, либо после исправления. **От 16 до 20 баллов ставится, если:**
Задача полностью решена (возможны небольшие вычислительные ошибки, которые студент корректирует самостоятельно после указания на них преподавателем).

Примерные практические задания к экзаменам

1. Исследовать на сходимость ряд

2. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням *x*

3. Найти
4. Найти точки экстремума функций.
5. Вычислить

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
1,2 семестр	Разбалловка по видам работ	9 х 1=9 баллов	15 х 1=15 баллов	212 баллов	64 балла

	Суммарный макс. балл	9 баллов max	24 балла max	236 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Оценка	Баллы (3 ЗЕ)
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 и менее

1. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям.

В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией. **Подготовка к практическим занятиям.**

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

1 СЕМЕСТР

Занятие1. План. Предмет математического анализа. Естествознание, как источник основных понятий математического анализа. Очерк развития математического анализа. О структуре курса математического анализа. Множества натуральных, рациональных, иррациональных, вещественных чисел. Принадлежность элементов множеству. Операции над множествами чисел. Числовые последовательности, их роль в вычислительных процессах. Определение числовой последовательности как функции натурального аргумента. Различные способы задания последовательностей. Свойства числовых последовательностей. Предел числовой последовательности. Стабилизация десятичных знаков у членов последовательности, имеющей предел.

Занятие 2. План. Предел функции в точке и на бесконечности. Предел композиции функций. Решение задач на нахождение пределов, раскрытие неопределенностей / и 0/0. Техника раскрытия неопределённостей.

Занятие 3. План. Первый и второй замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые. Таблица эквивалентности, следствия первого и второго замечательного пределов. Замена бесконечно малых эквивалентными при вычислении пределов. Техника раскрытия неопределённостей. Замена переменных при нахождении пределов функций.

Занятие 4. Определение непрерывности функции. Непрерывность функции на промежутке. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций непрерывных в точке: непрерывность суммы, произведения, частного и сложной функции. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва. Асимптоты кривых

Занятие 5. План Производная функции, ее геометрический и механический смыслы. Таблица производных. Техника нахождения табличных производных. Производная суммы, произведения, частного.

Занятие 6. План. Производная сложной и обратной функций. Техника нахождения производных.

Занятие 7. План. Дифференциал функции. Связь с производной. Использование дифференциала в приближенных вычислениях. Уравнения касательной и нормали. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Случай функций, заданных параметрически. Дифференцирование неявно заданных функций.

Занятие 8. План. Условия возрастания и убывания функций. Необходимое условие экстремума. Достаточные признаки максимума и минимума с первой и высшими производными. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба. Схема исследования функций. Проведение исследования функций и построение графиков.

Занятие 9. План. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных формул.

Занятие 10. План. Простейшие приемы интегрирования: внесение под знак дифференциала. Техника интегрирования.

Занятие 11. План. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование алгебраических иррациональностей: простейшие иррациональности. Интегрирование по частям.

Занятие 12. План. Некоторые приемы интегрирования. Интегрирование дробнорациональных функций. Интегрирование дробей первого, второго и третьего типа. Алгоритм интегрирования дробно-рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.

Занятие 13. План. Некоторые приемы интегрирования. Интегрирование простейших тригонометрических выражений. Тригонометрические подстановки.

Занятие 14. План. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур в декартовых координатах.

Занятие 15. Приложения определенного интеграла к вычислению к вычислению объемов тел. Вычисление объема тела по известным площадям поперечных сечений. Вычисление объема тела вращения. Вычисление длины дуги гладкой кривой.

2 СЕМЕСТР

Занятие 1. План. Функции нескольких переменных. Область определения. График. Линии и поверхности уровня. Частные производные. Дифференцирование функции нескольких переменных. Полный дифференциал, связь с частными производными. Градиент, производная по направлению.

Занятие 2. План. Частные производные высших порядков. Теорема о независимости результата дифференцирования от порядка дифференцирования. Касательная и нормаль к поверхности. Экстремумы функций двух переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума.

Занятие 3. План. Двойные, тройные интегралы, их свойства. Сведение кратного интеграла к повторному. Задачи на нахождение двойных и тройных интегралов в декартовых координатах. Геометрические приложения кратных интегралов. Физические приложения кратных интегралов.

Занятие 4. План. Замена переменных в кратном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Тройной интеграл в цилиндрических координатах. Тройной интеграл в сферических координатах. Геометрические приложения кратных интегралов. Физические приложения кратных интегралов.

Занятие 5. План. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Решение уравнений с разделяющимися переменными, однородных первого порядка.

Занятие 6. План. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Решение линейных уравнений первого порядка, уравнений Бернулли, в полных дифференциалах.

Занятие 7. План. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Решение однородных линейных уравнений высших порядков

Занятие 8. План. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков. Решение неоднородных линейных уравнений высших порядков.

Занятие 9. План. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Геометрическая прогрессия. Необходимое условие сходимости ряда. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости Д'Аламбера и Коши.

Занятие 10. План. Ряды с положительными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Теоремы сравнения.

Занятие 11. План. Знакочередующиеся ряды. Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Теорема о абсолютной сходимости ряда. Признак Лейбница. Оценка остатка ряда. Обобщение признаков сходимости Д'Аламбера и Коши на случай знакопеременных рядов.

Занятие 12. План. Функциональные ряды, область сходимости. Степенные ряды. Теоремы Абеля. Круг сходимости, интервал и радиус сходимости для рядов с действительными членами.

Занятие 13. План. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд. Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение по степеням x некоторых элементарных функций. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям. Нахождение интегралов с помощью степенных рядов.

Занятие 14. План. Комплексные числа. Представление комплексного числа в алгебраической, тригонометрической и показательной формах. Операции с комплексными числами. Формула Муавра. Корень п-ой степени из комплексных чисел.

Занятие 15. План. Функция комплексной переменной. Действительная и мнимая части функции. Образ точки.

Степенные ряды в комплексной области. Распространение некоторых элементарных функций на комплексную область (экспонента, синус, косинус). Многозначность логарифма и показательной функции в комплексной области.

2. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Физматлит, 2015. – 444 с. – ISBN 978-5-9221-1585-8. – URL: https://znanium.com/catalog/document?id=293958
2. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа : учебник. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ: Учебник / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Физматлит, 2003. – 424 с. – ISBN 5-9221-0185-4. URL: https://znanium.com/catalog/document?id=303181

Дополнительная литература

1. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. – 8-е изд., испр. и доп. – Москва : Физматлит, 2001. – Том 1. – 680 с. – ISBN 978-5-9221-0156-0. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037

2. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. – 8-е изд. – Москва : Физматлит, 2001. – Том 2. – 861 с. – ISBN 978-5-9221-0157-8. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038

3. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. – Изд. 6-е. (1-е изд. - 1949 г.). – Москва : Физматлит, 2002. – Том 3. – 727 с. – ISBN 5-9221-

0155-2. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196

Интернет-ресурсы

1. Мир математических уравнений. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm
2. Softline. http://exponenta.ru/
3. Популярные лекции по математике. http://ilib.mccme.ru/plm
4. Школьникам, студентам, аспирантам. http://ph4s.ru/
5. Прикладная математика. http://primat.org
6. Учебно-методическая литература для студентов. http://studfiles.ru/
7. Сайт издательства «Венец» УЛГТУ. http://venec.ulstu.ru/lib/
8. МГТУ ГА. http://vm.mstuca.ru/posobia/posobia.htm
9. Единое окно доступа к образовательным ресурсам. http://window.edu.ru/

Электронные библиотечные системы (ЭБС), с которыми сотрудничает «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»

№	Название ЭБС	№, дата договора	Срок использования	Количество пользователей
1	«ЭБС ZNANIUM.COM»	Договор № 2304 от 19.05.2017	с 31.05.2017 по 31.05.2018	6 000
2	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Договор № 1010 от 26.07.2016	с 22.08.2016 по 21.11.2017	6 000