

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Университетские классы

СОГЛАСОВАНО
Проректор по учебно-методической работе
И.О. Петрищев
30 августа 2016 г.

Рабочая программа

Практикум по решению олимпиадных задач по математике

Класс: **11**

Профиль: **физико-математический**

Автор:

Е.В. Фолиадова
к.ф.-м.н, доцент кафедры
высшей математики

Рассмотрено на заседании педагогического совета университетских классов
(протокол от 30 августа 2016 г. № 1)

Ульяновск, 2016 г.

Пояснительная записка

Класс: 11

Уровень образования: среднее общее образование

Профиль: физико-математический

Количество часов: 1 час в неделю, 34 часов в год

Рабочая программа авторского курса «Практикум по решению олимпиадных задач по математике» предназначена для учащихся 10-11 профильных физико-математических университетских классов при ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова».

Рабочая программа разработана с учетом следующих документов: федерального компонента государственного стандарта общего образования (Приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 №1089 (ред. от 23.06.2015) «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»), федерального базисного учебного плана и примерных учебных планов для образовательных учреждений Российской Федерации, реализующих программы общего образования (Приказ Минобрнауки РФ от 09.03.2004 №1312 (ред. от 01.02.2012) «Об утверждении федерального базисного учебного плана и примерных учебных планов для образовательных учреждений Российской Федерации, реализующих программы общего образования»), учебного плана университетских классов при ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова» на 2016 – 2017 учебный год (утвержден приказом ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова» от 30 августа 2016 г. №237). Рабочая программа составлена на основе примерной программы по математике (базовый уровень), примерной программы по математике (профильный уровень).

Целью авторского элективного курса является совершенствование математической подготовки учащихся университетских классов, формирование уровня логического мышления, интеллектуальной самостоятельности и математической культуры, достаточного для успешного прохождения итоговой государственной аттестации и продолжения впоследствии математического образования.

Задачи курса включают:

- знакомство с некоторыми классами математических задач неалгоритмического характера,
- овладение некоторыми методами решения таких задач (доказательство по индукции, «правило крайнего», поиск инварианта преобразований или монотонной характеристики преобразований и т.д.), а также некоторыми частными приёмами (например; использование делимости, принцип Дирихле, моделирование условий задачи с помощью графов и др.);
- освоение базовых приёмов поиска решения задачи (выделение подзадач, переформулировка задачи на подходящем математическом языке, математический эксперимент, исследование частных случаев, обобщение и т.д.);
- формирование способности к доказательным рассуждениям и потребности в обосновании результатов;
- углубление интереса к математике, формирование исследовательского стиля обучения;
- подготовка к участию в математических олимпиадах различных видов и уровней;
- повторение и закрепление части материала базового курса математики средней школы, подготовка к итоговой государственной аттестации.
-

В соответствии с поставленными целями и задачами отбор материала для программы производился по принципам неалгоритмичности решения основных классов задач; доступности типичных рассуждений, необходимых для их исследования, учащимся 10-11 классов; важности заложенных идей решения с общематематической точки зрения. Дополнительным критерием для отбора служила увлекательность задач как с точки зрения формулировки, так и в смысле красоты решения. Материал, включённый в программу, тесно связан с содержанием основного курса ма-

тематики средней школы и способствует его более уверенному освоению. В то же время материал программы может служить источником исследовательских проблем и указать направление исследовательских математических проектов.

Срок реализации программы – два года (10-11 классы); программа для 10 класса рассчитана на 35 часов (1 час в неделю), программа 11 класса – на 34 часа (1 час в неделю). Предполагается использовать активные формы освоения материала учащимися, уделяя специальное внимание формированию математической речи, как устной, так и письменной, а также развитию критичности мышления на материале математических задач. Основной формой выдачи заданий являются тематические листки, включающие краткий теоретический материал и список задач различного уровня сложности по теме. Решение и обсуждение задач может происходить в разных формах – от индивидуальной или групповой самостоятельной работы с последующим отчётом до математического турнира или других игровых форм.

Оценка достижений учащихся по предмету должна проводиться предельно корректно, с учётом того, что успех при решении нестандартной задачи не может быть гарантирован. Должны оцениваться полезные идеи, частичные продвижения, верные критические замечания по предлагаемым решениям и т.д. В то же время не могут оцениваться положительно любые неверные рассуждения. Основным предполагаемым результатом обучения является снижение числа ошибочных рассуждений (не только в техническом плане, но и прежде всего с точки зрения логики), а также повышение «интеллектуальной смелости» учащихся, их готовности приступать к решению незнакомых задач.

Требования к уровню подготовки обучающихся

В результате освоения содержания курса учащиеся должны:

знать

- свойства отношения делимости и правила действий с остатками, основные подходы к решению уравнений в целых числах;
- важнейшие типы математических моделей, включая функциональные зависимости с непрерывным (функции) и дискретным (последовательности) аргументом;
- основные свойства функций, способы их исследования элементарными методами и средствами дифференциального исчисления, основные классы элементарных функций и их свойства;
- основные способы применения свойств функций при решении алгебраических и геометрических задач;
- важнейшие классы последовательностей (арифметические, геометрические прогрессии и др.), соотношение скоростей их изменения;
- основные понятия, связанные с графами, способы использования графов как моделей, в частности, в ситуациях перебора;
- основные правила комбинаторики и основные комбинаторные схемы;

понимать

- принципы решения задач на существование объектов с заданными свойствами;
- принципы решения экстремальных задач различных классов;
- сущность математического эксперимента и его роль в решении математической задачи;
- сущность математического моделирования, в том числе в случаях переформулировки задачи на ином математическом языке; содержание и особенности основных этапов моделирования;

- типичные связи между задачами разных формулировок, которые сводятся одна к другой, например, на доказательство неравенства и на нахождение наибольшего/ наименьшего значения функции;
- логическую структуру любого заданного математического рассуждения;

уметь

- осуществлять перебор вариантов (в случаях не слишком большого их количества), искать пути оптимизации перебора;
- решать диофантовы уравнения в изученных случаях, искать способы решения произвольных заданных диофантовых уравнений;
- исследовать заданные элементарные функции, а также последовательности, заданные явной формулой или рекуррентно, на монотонность, ограниченность, периодичность, выбирая для этого подходящие инструменты;
- применять свойства функций и последовательностей для решения задач;
- строить математические модели процессов движения, совместной работы, роста вклада либо динамики задолженности по кредиту и т.п., в том числе в виде функции (последовательности), экстремальной задачи с некоторой целевой функцией одной, двух или большего количества переменных;
- выбирать способ решения задачи оптимизации в зависимости от структуры допустимого множества (дискретное; промежуток на прямой; область на плоскости и т.д.) и вида целевой функции; решать полученные задачи методом оценки или средствами дифференциального исчисления;
- выдвигать и формулировать гипотезы, верифицировать сформулированные утверждения, искать примеры и контрпримеры;
- выделять частные случаи сформулированных утверждений, в том числе крайние и предельные частные случаи;
- строить обобщения сформулированных утверждений;
- отличать предположение от доказанного утверждения, строгое доказательство от правдоподобного рассуждения;

использовать приобретенные знания и умения в новых учебных ситуациях для освоения как математических, так и иных дисциплин.

Учебно-тематический план				
№	Название темы	Количество часов	К/Р	Л/Р, сочинения и др. (в зависимости от специфики курса)
11 класс				
1.	Задачи на свойства целых чисел	8	№1	Работа по листкам №11.1, №11.2
2.	Задачи на исследование свойств последовательностей. Последовательности как модели процессов	8		Работа по листкам №11.3, №11.4
3.	Задачи на исследование свойств функций. Функции как модели процессов. Задачи математического программирования	12	№2	Работа по листкам №11.5, №11.6
4.	Задачи на оценки средних и крайних значений. Правило крайнего.	6		Работа по листку №11.7

Содержание учебного материала

11 класс

Тема 1. Задачи на свойства целых чисел (8 часов)

Позиционная запись натуральных чисел. Свойства натуральных чисел и их позиционная запись. Десятичная система и признаки делимости. Использование делимости при решении задач на существование. Задачи, связанные с позиционной записью чисел, в КИМ ЕГЭ.

Оценки в задачах на целые числа. Решение уравнений в целых числах методом оценки. Нелинейные диофантовы уравнения: различные подходы к решению. Оценки в задачах на свойства десятичной записи чисел. Оценки в задачах на свойства целых чисел в КИМ ЕГЭ.

Тема 2. Задачи на исследование свойств последовательностей. Последовательности как модели процессов (8 часов)

Различные способы задания последовательностей. Рекуррентно заданные последовательности в КИМ ЕГЭ. Циклические последовательности, их свойства, длина цикла. Арифметические и геометрические прогрессии, их характеристические свойства. Задачи на комбинации арифметических и геометрических прогрессий.

Последовательности как модели процессов. Процессы накопления капитала, простые и сложные проценты, арифметические и геометрические прогрессии как модели. Цепные индексы и средний темп роста величины. Различные схемы кредитования и выплаты кредита. Задачи на вклады и кредиты в КИМ ЕГЭ.

Тема 3. Задачи на исследование свойств функций. Функции как модели процессов. Задачи математического программирования (12 часов)

Свойства элементарных функций и их применение. Непрерывные функции и метод интервалов в решении неравенств. Монотонные функции и решение неравенств. Метод рационализации. Выпуклые функции и неравенства. Неравенство Коши. Оценка значений сложных функций. Применение производной для оценки значений функций. Метод оценки в решении уравнений и неравенств.

Функции как модели процессов. Показательная и логарифмическая функция, задачи с использованием их свойств. Тригонометрические функции как модели колебательных процессов: амплитуда колебания, сдвиг фазы. Тригонометрические многочлены.

Некоторые задачи математического программирования. Задачи оптимизации и их модели. Задачи на наибольшее (наименьшее) значение функции одной переменной на отрезке, на интервале, на неограниченном промежутке. Задачи на условный экстремум функции двух переменных: исключение переменной, метод линий уровня, метод оценки. Оценка значений выражения с несколькими переменными в задачах оптимизации.

Тема 4. Задачи на оценки средних и крайних значений. Правило крайнего (6 часов)

Средние значения. Среднее арифметическое и среднее геометрическое нескольких чисел. Сравнение классических средних. Средние значения и их оценка в заданиях КИМ ЕГЭ.

Правило крайнего и примеры его применения. Упорядочение элементов множества как приём решения задач. Рассмотрение наибольшего (наименьшего) элемента множества как способ оценки.

Календарно-тематический план

№ / дата	Тема урока	Тип урока	Содержание урока	Виды, формы, методы организации деятельности учащихся	Требования к уровню освоения содержания урока	Форма контроля	Наглядность, оборудование	Домашнее задание
1	2	3	4	5	6	7	8	9
11 класс, 1 полугодие								
ТЕМА 1 (8 часов) Задачи на свойства целых чисел								
РАЗДЕЛ 1.1 (4 часа) Позиционная запись натуральных чисел								
1-2	Свойства натуральных чисел и их позиционная запись	Урок обобщения и систематизации знаний	Запись натурального числа в виде многочлена по степеням 10. Признаки делимости и другие задачи на делимость. Решение задач КИМ ЕГЭ.	Коллективная дискуссия Работа в парах Игра «Верить – не верить»	<u>Знать</u> : способ записи числа с выделением его цифр и/или блоков цифр. <u>Уметь</u> : применять запись натурального числа в виде многочлена по степеням 10 к решению задач на свойства чисел; получать и применять признаки делимости чисел (в т.ч. какого-либо специального вида) на 11, 7, 13.	Самоконтроль Взаимоконтроль при работе в парах	Интерактивная доска, презентация «Простые числа в натуральном ряду»	Листок №1
3-4	Задачи, связанные с делимостью чисел	Урок комплексного применения знаний	Решение задач КИМ ЕГЭ	Частично-поисковая деятельность Работа в парах	<u>Уметь</u> : записывать целое число в виде многочлена по степеням 10 и применять это представление для решения задач; доказывать неосуществимость преобразований с заданными свойствами с опорой на	Взаимоконтроль при работе в парах Контроль учителя	Интерактивная доска	Листок №1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
РАЗДЕЛ 1.2 (4 часа) Оценки в задачах на целые числа								
5-6	Решение уравнений в целых числах методом оценки	Урок изучения нового материала	Нелинейные диофантовы уравнения. Оценка значений выражения, комбинация различных методов решения	Коллективная дискуссия Работа в парах	<u>Знать:</u> сущность метода оценки при решении диофантовых уравнений; свойства и графики основных элементарных функций. <u>Уметь:</u> решать уравнения	Самоконтроль Взаимоконтроль при работе в парах	Интерактивная доска	Листок №2
7-8	Оценки в задачах на свойства десятичной записи чисел	Урок комплексного применения знаний	Возможности использования перебора при решении задач на свойства целых чисел. Оценки как средство оптимизации перебора. Оценки как способ доказательства невозможности конструкции. Оценки в задачах на наибольшее (наименьшее) целое число с заданными свойствами	Исследовательская деятельность Индивидуальная работа	<u>Знать:</u> структуру решения задач на нахождение наибольшего (наименьшего) целого числа с заданными свойствами. <u>Понимать:</u> готовые решения задач. <u>Уметь:</u> выбирать и реализовывать способ решения задачи (перебор, оптимизация перебора, оценка)	Самоконтроль, контроль учителя (проверочная работа №1)	Интерактивная доска, система динамической геометрии	Листок №2
ТЕМА 2 (8 часов) Задачи на исследование свойств последовательностей. Последовательности как модели процессов								
РАЗДЕЛ 2.1 (4 часа) Различные способы задания последовательностей								
9-	Рекуррентно за-	Урок ком-	Рекуррентное за-	Коллективная	<u>Уметь:</u> находить	Взаимокон-	Интерактив-	Листок

10	данные последовательности. Циклические последовательности	плексного применения знаний	дание последовательностей в задачах КИМ ЕГЭ. Циклическость, длина цикла.	дискуссия Работа в парах	элементы по заданному рекуррентному правилу, доказывать циклическость последовательности	троль при работе в парах	ная доска	№3
11 - 12	Задачи на комбинации арифметических и геометрических прогрессий	Урок обобщения и систематизации знаний	Характеристические свойства арифметических и геометрических прогрессий, их применение	Исследовательская деятельность Индивидуальная работа	<u>Знать:</u> Формулы общего члена и суммы прогрессии, критерии прогрессий <u>Уметь:</u> выбирать и реализовывать способ решения задачи	Самоконтроль, контроль учителя (проверочная работа №2)	Интерактивная доска	Листок №3
1	2	3	4	5	6	7	8	9
РАЗДЕЛ 2.2 (4 часа) Последовательности как модели процессов								
13-14	Арифметические и геометрические прогрессии как модели в финансовой математике	Урок обобщения и систематизации знаний	Накопление капитала: простые и сложные проценты. Ставка накопления и ставка дисконтирования. задача определения эффективной ставки. Понятие об учёте уровня инфляции. различные схемы выплаты кредита (единовременная выплата, аннуитетные платежи, дифференцированные платежи, комбинированные)	Частично-поисковая деятельность Деловая игра	<u>Понимать:</u> схему применения арифметической/геометрической прогрессии в задачах на простые и сложные проценты. <u>Уметь:</u> исследовать процессы роста вклада и возвра-	Взаимоконтроль Контроль учителя (судейство игры)	Интерактивная доска	Листок №4

			рованные схемы(.		та кредита в зависимости от условий задачи			
15-16	Задачи на вклады и кредиты в КИМ ЕГЭ	Урок контроля, оценки и коррекции знаний	Задачи на наращивание вклада (с капитализацией процентов и без), на анализ и сравнение различных способов возврата кредита	Индивидуальная работа (контрольная работа №1) Коллективная дискуссия	<u>Уметь:</u> исследовать процессы роста вклада и возврата кредита в зависимости от условий задачи	Контроль учителя (контрольная работа №1) Самоконтроль	Интерактивная доска	Листок №4
11 класс, 2 полугодие								
ТЕМА 3 (12 часов) Задачи на исследование свойств функций. Функции как модели процессов. Задачи математического программирования								
РАЗДЕЛ 3.1 (4 часа) Свойства элементарных функций и их применение								
17-18	Непрерывные функции. Монотонные функции	Урок обобщения и систематизации знаний	Непрерывные функции и метод интервалов. Монотонные функции и метод рационализации.	Частично-поисковая деятельность Математическая регата	<u>Знать:</u> Определение и критерии (в терминах производной) возрастающих, убывающих функций. <u>Понимать:</u> сущность метода интервалов и метода рационализации в решении неравенств. <u>Уметь:</u> Решать неравенства	Взаимоконтроль, контроль учителя (судейство регаты)	Интерактивная доска, система динамической геометрии	Листок №5
1	2	3	4	5	6	7	8	9
19-20	Функции и до-	Урок комплекс-	Выпуклые	Индивидуаль-	<u>Знать:</u> Свойства и	Контроль	Интерактив-	Ли-

	казательство неравенств	ного примене- ния знаний	функции и неравенства. Неравенство Коши. Оцен- ка значений сложных функций. Оценка зна- чений функ- ций с приме- нением про- изводной. Метод оценки в решении уравнений и неравенств	ная работа Коллективная дискуссия	графики основ- ных элементар- ных функций. Неравенство Ко- ши между сред- ним арифметиче- ским и средним геометрическим нескольких чи- сел. <u>Уметь</u> : Исследо- вать функции на наибольшие/ наименьшие зна- чения элементар- ными методами и с использованием производной. Применять метод оценки при ре- шении уравнений и неравенств.	учителя Самоконтроль	ная доска, система ди- намической геометрии	сток №5
РАЗДЕЛ 3.2 (4 часа) Функции как модели процессов								
21-22	Показательная и логарифми- ческая функ- ции как модели процессов	Урок обобще- ния и система- тизации знаний	Сравнение геометриче- ской прогрес- сии и показа- тельной функции. Сравнение степенных, показатель- ных и логариф- мических функ- ций.	Работа в ма- лых группах Групповая дискуссия Коллективная дискуссия	<u>Знать</u> : способы исследования функции на мо- нотонность; свойства и гра- фики показате- льных и логариф- мических функ- ций. <u>Понимать</u> : срав-	Взаимокон- троль при ра- боте в группах	Интерактив- ная доска, система ди- намической геометрии	Ли- сток №5

			рифмических функций. Понятие о функциональных уравнениях.		нение скорости роста различных функций; связь между свойствами функции и её производной <u>Уметь</u> : использовать свойства функций при решении задач, применять показательные и логарифмические функции как модели			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
23-24	Тригонометрические функции как модели колебательных процессов	Урок комплексного применения знаний	Амплитуда, период, частота, фаза гармонического колебания, метод введения дополнительного аргумента. Тригонометрические функции кратного аргумента и тригонометрические многочлены	Работа в парах Коллективная дискуссия	<u>Знать</u> : теоремы сложения для основных тригонометрических функций, формулы синуса и косинуса двойного аргумента, принцип введения дополнительного аргумента <u>Понимать</u> : свойства тригонометрических функций и тригонометрических многочленов <u>Уметь</u> : оценивать значения тригоно-	Взаимоконтроль при работе в парах Контроль учителя (проверочная работа №2)	Интерактивная доска, система динамической геометрии	Листок №5

					метрических функций (амплитуду колебаний); решать некоторые задачи, связанные со свойствами тригонометрических функций.			
РАЗДЕЛ 3.3 (4 часа) Некоторые задачи математического программирования								
25-26	Задачи оптимизации и их модели (аналитические методы решения)	Урок комплексного применения знаний	Задачи на наибольшее (наименьшее) значение функции одной переменной на отрезке, на интервале, на неограниченном промежутке. Задачи на условный экстремум функции двух переменных: исключение переменной	Частично-поисковая деятельность	<u>Знать:</u> этапы математического моделирования (применительно к экстремальным задачам). <u>Понимать:</u> методы исследования функций на наибольшее/наименьшее значения с помощью производной (в случае отрезка, интервала, бесконечного промежутка), при необходимости – с использованием пределов функции на концах промежутка.	Самоконтроль	Интерактивная доска, система динамической геометрии	Листок №6
1	2	3	4	5	6	7	8	9
					<u>Уметь:</u> решать экстремальные задачи изученных классов;			

					строить модели в виде задач на экстремум функции одной или двух переменных с ограничениями			
27-28	Задачи оптимизации и их модели (графические методы решения)	Урок изучения нового материала	Задачи на условный экстремум функции двух переменных: метод линий уровня, метод оценки. Оценка значений выражения с несколькими переменными в задачах оптимизации	Частично-поисковая деятельность Коллективная дискуссия	<u>Знать:</u> Свойства и графики основных элементарных функций. <u>Понимать:</u> идею метода линий уровня при решении экстремальных задач <u>Уметь:</u> решать задачи на условный экстремум функции двух переменных или на экстремум функции двух переменных при наличии ограничения-неравенства (в простейших случаях), применять графики для анализа поведения функции	Самоконтроль, контроль учителя	Интерактивная доска, система динамической геометрии	Листок №6
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ТЕМА 4 (6 часов) Задачи на оценки средних и крайних значений. Правило крайнего								
РАЗДЕЛ 4.1 (2 часа) Средние значения								
29-30	Среднее	Урок обобщения	Среднее арифметическое	Частично-	<u>Знать:</u> Понятие	Взаимоконтроль	Интерактивная доска	Листок

	арифметическое и среднее геометрическое	ния и систематизации знаний	метическое и среднее геометрическое нескольких чисел. Сравнение классических средних. Средние значения и их оценка в задачах КИМ ЕГЭ	поисковая деятельность Работа в парах	среднего арифметического (среднего выборочного) Неравенство Коши, другие неравенства между средними. Соотношение между средними и крайними. <u>Понимать:</u> принципы оценки средних значений; характер изменения среднего при изменении набора чисел. <u>Уметь:</u> решать задачи на оценки средних и крайних значений (в частности, в КИМ ЕГЭ).	троль, контроль учителя	ная доска, система динамической геометрии	сток №7
РАЗДЕЛ 4.2 (4 часа) Правило крайнего и примеры его применения								
31-32	Упорядочение элементов множества, рассмотрение крайнего элемента как при-	Урок изучения нового материала	Приём упорядочения. Правило крайнего. Примеры задач (в частности, из КИМ ЕГЭ)	Частично-поисковая деятельность Математическая регата	<u>Понимать:</u> принципы решения экстремальных задач (оценка+ конструкция)	Самоконтроль Контроль учителя (судейство регаты)	Интерактивная доска, система динамической геометрии	Листок №7

	ём решения задач							
33-34	Задачи на существование и задачи оптимизации: основные подходы	Урок контроля, оценки и коррекции знаний	Задачи на существование и задачи дискретной оптимизации в КИМ ЕГЭ	Индивидуальная работа (контрольная работа №2)	<u>Уметь:</u> решать некоторые задачи указанных типов	Контроль учителя (контрольная работа №2)	Интерактивная доска	

Перечень учебно-методического обеспечения

Методические и учебные пособия

1. Мордкович А.Г. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни) / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. – М.: Мнемозина, 2015. – 463 с.

2. Мордкович А.Г. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни) / [А.Г. Мордкович и др.] ; под ред. А.Г. Мордковича. – М.: Мнемозина, 2015. – 343 с.

3. Программы «Математика 5-6 классы. Алгебра 7-9 классы. Алгебра и начала анализа 10-11 классы» / авт.-сост.: И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. – М.: Мнемозина, 2011. - 61 с.

Оборудование и приборы

1. Интерактивная доска.
2. Компьютер.
3. Доступ к сети Интернет.

Интернет-ресурсы

1. GeoGebra (бесплатная, кроссплатформенная динамическая математическая программа для всех уровней образования, включающая в себя геометрию, алгебру, таблицы, графы, статистику и арифметику). (Электронный ресурс. – Режим доступа <http://www.geogebra.org/>)
2. Задачи: Проект Московского центра непрерывного математического образования при участии школы №57. (Электронный ресурс. – Режим доступа <http://www.problems.ru/>)
3. Математическая библиотека (Электронный ресурс. – Режим доступа <http://math.ru/lib>)
4. Олимпиады для школьников . (Электронный ресурс. – Режим доступа <http://www.olimpiada.ru/>).
5. Сайт Александра Ларина . (Электронный ресурс. – Режим доступа <http://alexlarin.net/>).

Список литературы

1. Алфутова Н.Б., Устинов А.В. Алгебра и теория чисел: Сборник задач для математических школ. — М.: МЦНМО, 2002. — 264 с.
2. Балаян Э.Н. 800 лучших олимпиадных задач по математике для подготовки к ЕГЭ: 9-11 классы / Э.Н. Балаян. — Ростов-н/Д: Феникс, 2013. — 317 с.
3. Виленкин Н.Я. Алгебра и математический анализ. 11 кл.: Учеб. для углубл. изуч. математики в общеобразоват. учреждениях / Н.Я. Виленкин, О.С. Ивашев-Мусатов, С.И. Шварцбурд. — М.: Мнемозина, 2006. — 335 с.
4. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки: Пособие для внеклассной работы. — Киров, 1994. — 272 с.
5. Глизбург В.И. Алгебра и начала анализа. Контрольные работы для 10 класса общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / В.И. Глизбург: под ред. А.Г. Мордковича. — М.: Мнемозина, 2014. — 62 с.
6. ЕГЭ-2016. Математика. 50 вариантов типовых тестовых заданий / И.В. Яценко и др.; под ред. И.В. Яценко. — М.: Изд-во «Экзамен», 2016. — 247 с.
7. Задачи по математике, предлагавшиеся ученикам математического класса 57 школы (выпуск 2004 года, класс «Д») / Под ред. В. Доценко. — М.: МЦНМО, 2004. — 224 с.
8. Звавич Л.И., Шляпочник Л.Я., Чинкина М.В. Алгебра и начала анализа. 8-11 класс: Пособие для школ и классов с углубл. изучен. математики / Л.И. Звавич, Л.Я. Шляпочник, М.В. Чинкина. — М. Дрофа, 2002. — 352 с.
9. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи / Под ред. В.О. Бугаенко. — 4-е изд., стереотип. — М.: МЦНМО, 2008. — 96 с.
10. Кравцев С.В., Макаров Ю.Н., Максимов М.И., Нараленков М.И., Чирский В.Г. Методы решения задач по алгебре: от простых до самых сложных. — М.: Экзамен, 2011. — 544 с.
11. Математика. Подготовка к олимпиадам: основные идеи, темы, типы задач. Книга для победителей и призёров. 7-11 классы / Под ред. Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова. — Ростов-н/Д: Легион, 2014. — 192 с.
12. Просветов Г.И. Дискретная математика: Задачи и решения. Учебно-методическое пособие. — М.: Альфа-Пресс, 2015. — 240 с.
13. Шахмейстер А.Х. Комбинаторика. Статистика. Вероятность: Пособие для школьников, абитуриентов и учителей. — СПб.: Петроглиф; М.: Изд-во МЦНМО, 2015. — 296 с.
14. Шень А. Простые и составные числа. — М.: МЦНМО, 2005. — 16 с.
15. Элементы математики в задачах (с решениями и комментариями). Ч.1 / Т.И. Голенищева-Кутузова, А.Д. Казанцев, Ю.Г. Кудряшов и др. — М.: МЦНМО, 2010. — 248 с. - Ч.2 / Т.И. Голенищева-Кутузова, А.Д. Казанцев, Ю.Г. Кудряшов и др. — М.: МЦНМО, 2010. — 160 с.